

PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

COLLECTION DES THÈSES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

SCIENCES DE LA TERRE

Contribution aux méthodes d'acquisition, de représentation et de traitement de l'information en géologie

Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy
Pour l'obtention du grade de Docteur ès-Sciences Naturelles

par

Pierre LEYMARIE

Ingénieur E.N.S.G.

Soutenue publiquement le 19 décembre 1969
devant la Commission d'Examen

JURY :

MM. M. ROUBAULT	Président
A. BERNARD	} Examineurs
M. DEPAIX	
H. de La ROCHE	

R. KERN Invité

1970



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551920_0014

PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

COLLECTION DES THÈSES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

SCIENCES DE LA TERRE

Contribution aux méthodes d'acquisition,
de représentation
et de traitement de l'information en géologie

Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy
Pour l'obtention du grade de Docteur ès-Sciences Naturelles

par

Pierre LEYMARIE

Ingenieur E.N.S.G.

Soutenue publiquement le 19 décembre 1969
devant la Commission d'Examen

JURY :

MM. M. ROUBAULT	Président
A. BERNARD	} Examineurs
M. DEPAIX	
H. de La ROCHE	
R. KERN	Invité

1970

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

Doyen :

M. AUBRY

Assesseur :

M. GAY

Doyens honoraires :

MM. CORNUBERT - ROUBAULT

Professeurs honoraires :

MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHHORN -
CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - DE MALLEMAN -
LONGCHAMON - LETORT - DODE - GAUTIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT -
CHAPELLE - GUERIN - WAHL.

Maîtres de Conférences honoraires :

MM. LIENHART - PIERRET - MIE. MATHIEU

Professeurs

MM. ROUBAULT Géologie
VEILLET Biologie Animale
BARRIOL Chimie Théorique
BIZETTE Physique
GUILLIEN Electronique
LEGRAS Mécanique Rationnelle
BOLFA Minéralogie
NICLAUSE Chimie
FAIVRE Physique Appliquée
AUBRY Chimie Minérale
COPPENS Radiogéologie
DUVAL Chimie
FRUHLING Physique
HILLY Géologie
LE GOFF Génie chimique
SUHNER Physique Expérimentale
CHAPON Chimie Biologique
HEROLD Chimie Minérale Industrielle
SCHWARTZ B. Exploitation Minière
MALAPRADE Chimie
*MANGENOT Botanique
GAYET Physiologie
HADNI Physique

MM. *BASTICK Chimie
DUCHAUFOR Pédologie
GARNIER Agronomie
NEEL Chimie Organique Industrielle
BERNARD Géologie appliquée
*CHAMPIER Physique
*GAY Chimie Biologique
*STEPHAN Zoologie
*CONDE Zoologie
*WERNER Botanique
EYMARD Calcul Différentiel et Intégral
LEVISALLES Chimie Organique
FELDEN Physique
*GOSSE Mécanique Physique
*DAVOINE Physique (E.N.S.M.I.M)
HORN Physique (1er cycle)
*ROCCI Géologie
DELPUÉCH Chimie Physique
N... Chimie Biologique
N... Mécanique Appliquée
N... Analyse Supérieure
N... Méthodes Mathématiques de la Physique
N... Mécanique Rationnelle

Professeurs sans chaire

Mme BASTICK Chimie P.C. Epinal
MM. GUDEFIN Physique
VUILLAUME Psychophysiologie
FRENTZ Biologie Animale
MARI Chimie (I.S.I.N.)
AUROUZE Géologie
DEVOT Physique du Solide
FLECHON Physique (P.C.)
HUET Mathématiques (C.B.G.)
VIGNES Métallurgie

MM. BALESDENT Thermodynamique, Chimie Appliquée (E.N.S.I.C.)
BLAZY Minéralogie Appliquée (E.N.S.G.)
JANOT Physique P.C. Epinal
CACHAN Entomologie Appliquée (E.N.S.A.)
JACQUIN Pédologie et Chimie Agricoles
MAINARD Physique (M.P.)
MARTIN Chimie (P.C.)
PAULMIER Mécanique Expérimentale
PROTAS Minéralogie
JURAIN Géologie (C.B.G.)

Maîtres de Conférences

MM. JOZEFOWICZ Physico-Chimie
RIVAIL Chimie Appliquée (C.U.C.E.S)
VILLERMAUX Génie Chimique
METCHE Biochimie appliquée (Brasserie)
PAIR Mathématiques Appliquées
BAUMANN Physique (1er cycle)
DURAND Physique
GRANGE Physique (I.S.I.N)
DEPAIX Probabilités et Statistiques
BAVEREZ Chimie (E.N.S.I.C)
CHAMMON Exploitation Minière (E.S.M.I.M)
HUSSON Physique (E.N.S.E.M)
WEISSLINGER Physique
GERL Physique (E.N.S.E.M)

MM. ROQUES Chimie Minérale
FERRIER Mathématiques
GILOMINI Mécanique (I.S.I.N)
DEIXHEIMER Botanique
CASTRO Chimie organique
N... Mécanique des fluides (I.S.I.N)
N... Mathématiques
N... Mathématiques (P.C.)
N... Mathématiques (C.B.G.)
N... Physiologie Animale
N... Mathématiques (M.P.)
N... Chimie Organique
N... Chimie (E.N.S.I.C.)
N... Mathématiques

Chargés d'enseignements

MM. AMARIGLIO - COEURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - HILY - MAURIN - NOVERRAZ - OVAERT -
RUYER - WEBER.

*Professeur titulaire à titre personnel



Contribution aux méthodes d'acquisition, de représentation
et de traitement de l'information en géologie

AVANT-PROPOS

Il est paradoxal, lorsqu'on doit sa vocation pour la géologie à un goût nullement démenti de la vie au grand air, de la voir se concrétiser par un travail de réflexion se référant fort peu à des observations effectuées sur le terrain. Le Professeur M. Roubault, Membre de l'Institut, qui me fait aujourd'hui le grand honneur de présider ce jury, sera peut-être étonné d'apprendre qu'il détourne vers les spéculations mathématiques de jeunes esprits naturellement enclins à goûter les joies simples et naturelles de la géologie de terrain, mais cette conversion est la conséquence de son enseignement.

En effet, en remplaçant les phénomènes géologiques dans leur cadre spatial et temporel, en montrant combien celui-ci diffère du cadre des expériences quotidiennes qui conditionnent les réflexes du géologue face à l'affleurement, et en dégagant les conséquences de cette différence, il obligeait ses élèves à remettre en question les conditions de l'observation sur le terrain, à démonter son mécanisme, pour déceler les évidences trompeuses qu'il dénonçait dans ses travaux. L'orientation de ma recherche doit tout à cette tournure d'esprit, acquise à l'Ecole de Géologie et qui m'a amené à chercher dans la structure des faits observés le point où se manifeste le mieux la trace de l'histoire qu'il serait utile de reconstituer, sans m'en laisser imposer par l'évidence.

Passionné par les travaux de M. A. Bernard, qui commençait alors à tirer, dans le domaine de la prospection minière, les conséquences pratiques d'une nouvelle conception de l'histoire métallogénique, il était tout naturel que je me tourne vers lui pour lui demander de m'accueillir et de diriger ma recherche. Mais les circonstances ont voulu que je sois affecté provisoirement au Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques du C.N.R.S. Le fait que cette affectation provisoire dure depuis près de dix ans prouve que j'ai trouvé, sous la direction de M. H. de La Roche, les conditions de travail qui ont su me retenir à un poste qu'a priori je n'envisageais nullement d'occuper. Les conversations que j'ai eues avec lui, depuis que, sous son impulsion, l'informatique géologique est devenue un secteur important de l'activité du Centre qu'il dirige, ont beaucoup contribué à la clarification des idées exposées dans ce mémoire.

Mais je n'aurais certainement pas pu approfondir certains problèmes instrumentaux si je n'avais eu la chance d'appartenir quelque temps à l'équipe dirigée par M. R. Kern. Pour employer le vocabulaire de la recherche mathématique, j'ai reçu alors d'un Maître "tacticien" une initiation aux règles régissant l'inventaire et l'emploi des moyens disponibles pour résoudre un problème.

M. M. Depaix, a bien voulu accepter de vérifier la formulation mathématique que j'ai utilisée. Qu'il soit remercié d'avoir consacré de longues heures à ce travail, malgré l'absence d'intérêt que présentaient, pour le mathématicien, les problèmes abordés ici. Je n'aurai garde d'oublier M. et Mme Zeller, que j'avais également mis à contribution.

Les encouragements de M. P. Blazy, dont l'intérêt pour la géologie mathématique ne s'est jamais démenti, depuis l'époque où il était un des premiers à proposer aux géologues l'emploi des méthodes du plan d'expérience, ont joué un grand rôle dans la rédaction de ce mémoire, ainsi que les conversations avec mes camarades de l'équipe d'informatique géologique qui s'est constituée à Nancy ; que soient sincèrement remerciés P. Isnard, Ph. Grandclaude, J.L. Mallet, J.C. Samama et C. Marignac qui ont contribué à m'ouvrir des horizons que, seul, je ne pouvais explorer.

Je remercie la Société Saint-Gobain de m'avoir laissé faire état d'un certain nombre de documents, qui sont sa propriété. Et je n'aurais garde d'oublier ce que je dois aux mentors que furent pour moi, dans le domaine de l'efficacité des méthodes de prospection, MM. Breusse, Bouvier et G. Huot, hélas trop tôt disparu. Les quelques années que j'ai passées comme ingénieur à la Compagnie Générale de Géophysique ont, ils peuvent en être assurés, fortement influé sur l'orientation pratique de mon travail.

Enfin, que tous ceux que j'ai mis à contribution lors de la réalisation pratique de ce mémoire trouvent ici l'expression de ma gratitude, de Mme M. Schwartz, à laquelle j'ai posé des problèmes dactylographiques presque insolubles, à M. Dreux, qui s'est chargé des dessins, en passant par M. Gorau qui a fait bien plus qu'un simple travail de photographe, en maniant avec tant de dextérité le calcul par analogie photographique ; sans oublier Mme Ney, M. Bauer et le personnel du laboratoire de rayons X que j'ai mis à contribution.

RESUMES

Très souvent, lorsqu'on cherche à résoudre un problème géologique par le calcul, les difficultés auxquelles on se heurte proviennent moins de la forme mathématique du problème que de l'infidélité de la traduction en termes mathématiques des données que le calcul doit prendre en considération. Ces données sont les résultats des observations que l'on interprète, les conditions dans lesquelles elles ont été effectuées, et leur mécanisme ; il arrive souvent que les géologues ne définissent pas ces résultats, ces conditions et ce mécanisme d'une façon assez précise pour que l'on aboutisse à leur représentation mathématique exacte, en partant des indications qu'ils fournissent ; mais il arrive aussi que le langage mathématique soit trop pauvre pour exprimer la complexité et la mouvance des phénomènes géologiques.

Le but du travail entrepris était justement d'améliorer la définition, la formulation mathématique et le contrôle des conditions et du mécanisme des observations géochimiques, après avoir éclairci quelques problèmes relatifs à la représentation, mathématique ou graphique, de leurs résultats.

La première partie de la thèse traite des systèmes de représentation et de la structure des messages exprimant le résultat des observations géologiques. On montre que si l'on considère un élément bien défini parmi ceux qui composent un de ces messages, la valeur de l'information qu'il apporte dépend de la comparaison de la façon dont il s'insère dans la structure du message, et de la façon dont il s'insère dans l'ensemble d'éléments qui auraient pu apparaître à sa place, tout aussi bien que lui, dans les mêmes conditions d'observations(*). Par la suite on cherchera justement à situer la concentration reportée en un point de la carte (du "message") géochimique, dans l'ensemble des concentrations que l'on aurait pu observer au même point dans ce que l'on convient de considérer comme "les mêmes" conditions d'observation ; examiner la façon dont la concentration considérée s'insère dans la structure de la carte géochimique revient à examiner la façon dont on peut la prévoir en se basant sur ce que l'on sait de cette structure, ce que nous ferons également.

On aborde ensuite le problème de la visualisation des informations géologiques. La structuration des documents graphiques utilisés en géologie (cartes, textures, coupes, etc...) est analysée de façon à permettre l'automatisation de leur constitution et celle des traitements destinés à les rendre plus lisibles.

La deuxième partie de l'étude cherche d'abord à définir la qualité d'une observation géologique. On essaie ensuite de définir les paramètres qui, en fixant les conditions et le mécanisme de l'observation, déterminent la qualité de son résultat.

La dernière partie est une application des conceptions précédentes aux études géochimiques. On montre comment la variabilité et l'intérêt de la concentration que l'on reporte en un point de la carte géochimique dépendent des conditions dans lesquelles on l'a déterminée. On essaie de définir les tactiques d'observation aboutissant à la détermination, en chaque point, d'une concentration que l'on pourra valablement représenter par une variable aléatoire, et celles que l'on devra utiliser si l'on se propose, au contraire, de représenter la concentration comme un résultat bien déterminé en chaque point de mesure.

(*) On adopte ainsi une attitude classique consistant à opposer les opérations de concaténation et de commutation, le syntagme et le système dans la terminologie de R. Jakobson.

Enfin, on analyse la structuration de la carte géochimique, en employant les méthodes qui semblent faciliter le plus la prédiction métallogénique ; on essaie, en particulier, de déceler dans la structure de la carte toute forme d'organisation pouvant servir de guide à la prospection. On donne des exemples dans lesquels des prédictions faites en employant les méthodes préconisées se sont trouvées confirmées par les travaux de recherche minière.

CONTRIBUTION TO METHODS OF ACQUISITION, DISPLAY AND PROCESSING OF GEOLOGICAL DATA

Very often, while trying to resolve a geological problem mathematically, the difficulties encountered arise less from the mathematical form of the problem than from the infidelity of the translation into mathematical terms of the data necessary for the calculation. These data are the results of observations which one should interpret, the conditions under which they have been realized and their mechanism ; it happens often that the geologists do not define well these results, the conditions and the mechanism in a precise manner in order to arrive at a faithful mathematical representation, starting from the indications given by them ; but it happens also that the mathematical language is too poor to express the complexity and mobility of the geological phenomena.

The purpose of work undertaken was to improve the definition, the mathematical formulation and the control, of the conditions and the mechanism of the geological observations after having shed light on some problems related to the representation, mathematical or graphical, of their results.

The first part of the thesis treats the systems of representation and the structure of the messages expressing the result of geological observations. It is shown that, if one considers a well defined element among these which compose one of the message, the value of information that it brings depends on the comparison of the manner in which it enters in the structure of the message, and of the manner in which it enters in the set of elements that could have been appeared as well in its place under the same conditions of observation^(*). At a later stage of this work, it is attempted to situate the value given to a point in the geochemical map (of the "message"), in all of the concentrations that one could have observed in the same point in what one is led to consider as the "same" conditions of observation ; examination of the manner in which the concentration enters in the structure of the geochemical map means examination of the manner in which one can forecast it while basing on what we know of this structure and what we will do also.

Then comes the problem of visualizing the geological information. The structuration of the graphical documents used in geology (maps, texture, cross section, etc) are analysed so as to permit their automatic constitution and treatments in order to make them more readily readable.

The second part of the thesis tries to define the quality of a geological observation. It is then attempted to define the parameters which, under given conditions and mechanism of observation, determine the quality of the result.

The last part is an application of the preceding concepts to geochemical studies. It is shown that how the variation and the interest of the value attributed to a point in the geochemical map depend on the conditions under which it has been determined. It is then tried to define the tactics of observations leading to the determination, for each point, of the concentration which could be validly represented by a aleatory variable and the tactics one should use if one proposes, on the contrary, to represent the concentration as a result well determined for each point of measure.

Finally, one analyses the structuration of the geochemical map, by using methods which seem to facilitate metallogenetic prediction ; it is attempted, in particular, to detect in the structure of the geological map every form of organization which can serve as a guide for prospection. Examples are given in which the predictions obtained by employing the proposed method have been confirmed by mining research work.

(*) Adoption of classical attitude which consists in opposing the operations of concatenation and of commutation, the syntagm and the system in the words of R. Jakobson.

BEITRAG ZU DEN ERHALTUNGS-, DARSTELLUNGS- UND VERARBEITUNGSMETHODEN DER GEOLOGISCHEN INFORMATION

Wenn man versucht, ein geologisches Problem rechnerisch zu lösen trifft man oft auf Schwierigkeiten, die weniger durch die mathe - matische Formulierung bedingt sind, die vielmehr auf der Ungenauigkeit der Zahlenangaben beruhen, auf Grund deren die mathematische Behandlung erfolgen soll. Diese Zahlenangaben sind das Ergebnis von Beobachtungen die zu interpretieren sind ; es sind die Bedingungen zu berücksichtigen, unter denen sie gewonnen wurden und auch der Mechanismus durch den sie zu Stande kamen. Sehr häufig geben die Geologen ihre Resultate nicht mit genauer Definition und den errechneten zusätzlichen Informationen an, so dass eine exakte mathematische Darstellung schwierig wird. Es kommt aber auch vor, dass die Sprache der Mathematik zu arm ist um die Komplexität und Vielfalt geologischer Phänomene zu erfassen.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, zur Verbesserung der Definitionen und ihrer mathematischen Formulierung beizutragen - insbesondere soweit es die Bedingungen und das Zusammenspiel geochemischer Beobachtungen betrifft. Einleitend werden einige Probleme der mathematischen oder graphischen Darstellung dieser Resultate behandelt.

Der erste Teil der Arbeit behandelt die Systeme der Darstellung und der Struktur der Kommunikationen, die das Resultat geologischer Beobachtungen geben. Es zeigt sich folgendes : wenn man von einem wohl definierten Element ausgeht, das zu dem Ensemble gehört, das eine derartige Kommunikation enthält, so hängt sein Informationswert davon ab, wie es sich in die Struktur der gesamten Kommunikation einordnet, und ebenso welchen Platz es einnimmt im Vergleich zu anderen Elementen, die ebensogut an seine Stelle hätten treten können unter gleichen Beobachtungsbedingungen^(*).

Im Folgenden (besonders freilich im Schlusskapitel), wird versucht, eine gegebene Konzentrationsangabe für einen Punkt einer geochemischen Karte (letztere als zusammenfassende Information verstanden) zu interpretieren im Zusammenhang mit anderen Konzentrationsangaben, die ja als ebensogut denkmöglich anzusehen sind. Es wird die Art und Weise untersucht, in der sich die gegebene Konzentrationsziffer einordnet in die Struktur der geochemischen Karte, mit dem Ziel festzustellen, ob es möglich ist diesen konkreten Konzentrationswert vorauszusehen, allein, aus der Kenntnis der sich aus der Karte ergebenden Struktur.

Schliesslich wird die Frage der Visualisierung der geologischen Informationen behandelt. Die Strukturierung der bei geologischen Forschungen benötigten geographischen Dokumenten (Karten, Profile, Diagramme) wird daraufhin untersucht, ob sie eine Automatisierung ihrer Herstellung erlaubt. Auch wird die Frage behandelt, wie diese Unterlagen möglichst einfach lesbar zu gestalten sind.

Der zweite Hauptteil der Arbeit ist vor allem der Untersuchung der Qualität einer geologischen Information gewidmet. Es wird ferner versucht, die Parameter zu definieren, die auf die Qualität einer geologischen Information Einfluss haben, wobei Beobachtungsbedingungen und Beobachtungsmechanismus genauer definiert werden.

Der Schlussteil der Arbeit behandelt die Anwendung der zu Anfang erwähnten Konzeptionen auf geochemische Studien. Es wird gezeigt, wie die Variabilität und der Informationswert einer Konzentrationsangabe eines Punktes einer geochemischen Karte Abhängen von den Bedingungen, unter denen diese Angabe definiert wurde. Daraus sind die Massnahmen abzuleiten um zu entscheiden ob für einen Beobachtungspunkt der Karte der Konzentrationsangabe nur eine zufällige Bedeutung beizumessen ist oder ob man den Wert als eine wohlbegründete, reelle Gehaltsangabe anzusehen hat. Diese Analyse ist für jeden einzelnen Messpunkt der Karte durchzuführen.

Schliesslich wird die Strukturierung der Karte selbst analysiert, mittels Verfahren, die besonders geeignet erscheinen, metallogenetische Prognosen zu stellen. Insbesondere wird versucht, aus der Struktur der Karte Lagerstättenformen abzuleiten, deren Kenntnis für die weitere Prospektion wichtig ist. Anschliessend werden einige Ergebnisse mitgeteilt, aus denen hervorgeht, wie weit lagerstättenkundliche Prognosen, die mittels der geschilderten Verfahren gewonnen wurden durch anschliessende bergbauliche Massnahmen bestätigt worden sind.

(*) Wir bedienen uns hier des klassischen Verfahrens, der Gegenüberstellung der logischen Schlussfolgerung und des Austauschs der Argumente ; in der Terminologie von R. Jakobson, also der Opposition von Syn-
tagma und System.

П. ЛЕЙМАРИ. - О МЕТОДАХ ПОСТУПЛЕНИЯ, КОДИРОВАНИЯ И ОБРАБОТКИ
ИНФОРМАЦИИ В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАУКАХ

Очень часто, когда приходится решать геологическую задачу расчетным путем, трудности появляются меньше от математической формы задачи чем от неверности кодирования данных, которые входят в расчеты. Эти данные - результат анализируемых наблюдений, условий в которых они были проведены и их механизма. Часто, сами геологи не дают достаточно точного определения этих результатов, этих условий и этого механизма чтобы математическое определение было бы точным ; иногда математические кодирующие возможности недостаточны чтобы определить всю сложность и изменчивость геологических процессов.

Цель настоящей работы, усовершенствовать определение, математическую формулировку и контроль условий и механизма геохимических наблюдений, уяснив сначала некоторые задачи относящиеся к графическому представлению или к кодированию результатов.

Первая часть диссертации толкует о системах кодирования и о структуре сообщений описывающих результат геохимических наблюдений. Указывается, что если рассматривается один точно определенный элемент среди всех элементов составляющих одно из сообщений, качество информации зависит от сравнения как этот элемент включается в структуру сообщения и как этот элемент включается в совокупность элементов, которые могли бы его заместить в тех же условиях наблюдения(*). В третьей части, мы и попытаемся определить концентрацию отнесенную на одну точку геохимической карты (сообщения) среди совокупности концентраций, которые можно было бы наблюдать в той же точке в так называемых "тех же" условиях наблюдения ; тут же рассматривается как эта концентрация входит в структуру геохимической карты, т.е. как можно ее предвидеть основываясь на том что мы знаем об этой структуре.

После мы подходим к вопросу визуализации геологических информации. Организация графических документов употребляемых в геологических науках (карты, текстуры, разрезы и т.д.) анализируется чтобы позволить автоматизацию их составления и их обработки, которая предвидена для облегчения их доступности.

Вторая часть работы старается определить качество геологического наблюдения. Затем определяются параметры, которые - задавая условия и механизм наблюдения - устанавливают качество результата этого наблюдения.

Последняя часть - применение предыдущих понятий к геохимическим исследованиям. Показано как изменчивость и применительность концентрации, которую откладывают на одну точку геохимической карты, зависят от условий в которых она была определена. Мы пытаемся также определить те тактики наблюдений, которые устанавливают в каждой точке концентрацию которую можно было бы достоверно изобразить при помощи случайной переменной величины, и те которые следует употреблять при желании изобразить концентрацию как хорошо определенный результат в каждой точке измерения.

Наконец, изучается организация геохимической карты при помощи методов облегчающих по-видимому предсказание металлических месторождений ; мы в частности пытаемся выявить в структуре карты все формы организации которыми может руководиться изыскатель месторождений. Мы приводим примеры в которых прогнозы сделанные при помощи указанных методов, были подтверждены горными исследованиями.

(*) Тем самым принимается классическое положение где различаются операции входа, и коммутации, синтагм и система в терминологии Р. Якобсона.

INTRODUCTION

Une dizaine d'années d'expérience dans le domaine du traitement automatique de l'information géologique ont conduit à une situation quelque peu paradoxale : si les spécialistes de la discipline se passionnent de plus en plus pour les problèmes qu'elle permet d'aborder, bien des utilisateurs, qui en attendaient avant tout des applications rentables, manifestent nettement leur désenchantement, notamment Outre-Atlantique.

Les difficultés qui empêchent parfois d'atteindre les résultats pratiques que l'on escomptait ne se situent généralement pas dans le domaine formel : ce n'est pas la forme des problèmes mathématiques posés qui est en cause, mais bien l'infidélité de la traduction mathématique des faits que brasse le raisonnement géologique. Les conditions particulières de l'observation géologique sont telles qu'entre la formalisation mathématique qui doit obligatoirement traduire ses conditions, ses démarches et ses résultats, quand on envisage d'utiliser le calcul automatique, et les faits concrets qu'elle recouvre, il existe toujours des discordances plus ou moins accentuées. Ces discordances s'accumulent dans le cours du calcul, et, tôt ou tard, celui-ci finit par produire des résultats vides de sens, ne représentant plus aucune réalité concrète. C'est ce qui explique que trop souvent, la réalisation de traitements complexes ne conduise pas au résultat significatif que l'analyse mathématique du problème laissait espérer.

Je me suis donc proposé de présenter quelques démarches pouvant amener le contenu des informations fournies par l'observation géologique à mieux coïncider avec l'une ou l'autre des formes mathématiques que leur représentation revêt obligatoirement dans le cours du calcul automatique. Lorsqu'il est impossible d'obtenir une coïncidence parfaite, j'ai essayé d'éviter que les écarts séparant la représentation mathématique des faits auxquels elle s'applique s'accumulent au cours du calcul.

Sans aucun doute, une partie de la solution pourrait être trouvée dans le domaine formel, dans la recherche de représentations mathématiques mieux adaptées aux faits auxquels le géologue se trouve confronté. Comme il ne m'appartenait pas de m'orienter dans cette voie, je me suis limité à la recherche des programmes d'observation autorisant une formalisation classique, mais correcte, des données que le traitement de l'information fait intervenir : conditions d'observation, transformations subies par l'information recueillie, structure des résultats obtenus.

La première partie de l'étude essaie de dégager les principes régissant l'adaptation des programmes d'observation aux systèmes formels dont on dispose pour représenter les données qu'ils procurent et pour formaliser l'interprétation de ces données. L'épistémologie génétique a mis en lumière le mécanisme de cette adaptation, lorsqu'il s'agissait de la simple observation sensorielle des objets, de l'intégration de ses résultats, et de leur représentation usuelle. Mais nous voyons aujourd'hui un afflux de données instrumentales se substituer ou se superposer aux données sensorielles dont le géologue disposait jusqu'à présent ; voilà de plus que l'ordinateur vient assister nos mécanismes mentaux, et que tout un ensemble de techniques de visualisation automatique viennent multiplier les possibilités de notre imagination verbale ou visuelle, lorsqu'il s'agit de proposer des représentations. Il n'est pas impossible que ce bouleversement impose un nouveau découpage et une restructuration complète du système de concepts constituant le "champ sémantique" de la géologie.

On envisage ensuite l'établissement d'une représentation, du point de vue de la sémiologie, en apportant la plus grande attention au problème des représentations graphiques. En effet, le support du raisonnement géologique est essentiellement visuel, ce qui explique la répugnance manifestée dans la troisième partie de l'étude pour les représentations statistiques globales ne mettant pas en lumière des composantes géométriques qu'il serait possible de visualiser : elles sont loin de se prêter à la meilleure exploitation possible des informations géologiques qu'elles traduisent ; les géologues sont habitués à raisonner sur des cartes, sur des coupes, sur des photographies ; ils imaginent, visuellement, la solution de leurs problèmes, en transformant des images matérialisant des hypothèses de travail. Le traitement automatique de l'information se doit donc de leur fournir de telles images, et de leur donner la possibilité de les transformer automatiquement comme ils ont l'habitude de le faire. Nous attacherons donc une grande importance à la recherche d'une formalisation pouvant s'appliquer aux transformations graphiques les plus couramment utilisées par les géologues : différenciation, sur une carte-image, des unités structurales (continues ou non) que l'on distingue mal sur une carte-objet, intégration destinée à uniformiser, sur la carte-image, des figurés qui traduiront l'appartenance des éléments graphiques à la même unité structurale, etc... La formalisation que nous avons adoptée devrait se laisser traduire sans trop de difficultés par un langage de programmation graphique. Lorsque les techniques de visualisation automatique seront couramment employées, les géologues se serviront des écrans de visualisation rapide pour représenter sélectivement tel ou tel type d'informations concernant le secteur qu'ils étudient, pour varier les sections ou les points de vue qu'ils ont besoin d'examiner, etc... L'ordinateur offrira ainsi une possibilité nouvelle : celle d'élaborer au rythme de la pensée humaine des représentations dont on ne pouvait jusqu'à présent disposer, ou dont on disposait trop tard pour les insérer dans le cours des raisonnements qui dirigent l'observation. De ce fait, nous nous trouvons à la veille d'une révolution méthodologique : la démarche rigide de la reconnaissance géologique va s'assouplir en s'adaptant progressivement à la structure de l'objet qu'elle explore, grâce à l'action en retour des représentations élaborées par l'ordinateur à partir des dernières données collectées. Les répercussions de cette révolution sur l'économie de la reconnaissance géologique seront probablement considérables. Ces perspectives expliquent l'orientation de la suite de l'exposé, qui va s'attacher à définir les paramètres devant figurer dans les programmes d'observation dont on devra gérer les modifications liées à l'action en retour que l'on vient d'envisager.

Ainsi, la deuxième partie de l'étude recense et caractérise les paramètres fixant les conditions d'observation et les transformations subies par les informations recueillies (l'interprétation devra les compenser). L'inventaire de ces paramètres se ramène à celui des modes d'action qui s'offrent à nous quand, dans un souci d'économie, nous nous proposons d'adapter notre dispositif d'observation à la nature de l'objet étudié. Avant d'écrire les programmes d'observation que l'on voudrait optimiser, il faut d'ailleurs préciser les paramètres qui doivent y figurer.

La dernière partie de l'étude essaie de faire ressortir les avantages pratiques que l'on peut attendre d'une formalisation plus exacte des problèmes de la reconnaissance géologique. L'application à la carte géochimique s'explique d'une part par le fait que la concentration géochimique est une variable quantitative que l'on n'a aucune peine à introduire dans les raisonnements mathématiques, et d'autre part par l'aspect systématique de la reconnaissance géochimique, qui rend relativement facile sa représentation par un algorithme. On peut considérer, littéralement, les anomalies géochimiques comme des faits s'écartant de la normale. La détection d'une anomalie demande que l'on ait convenablement caractérisé la normale à laquelle on se réfère, ainsi que les variations que l'on doit considérer comme significatives, parmi celles qui peuvent l'affecter. Il s'agit donc avant tout, de recenser, de caractériser et de classer des formes^(*), géométriques ou statistiques, que l'on peut regrouper en deux grandes rubriques : celle des formes normales et celle des altérations pouvant les affecter. Pour faciliter cette classification, l'analyse des structures géochimiques a intérêt à dégager des formes simples. A partir de là, tout, ou presque, s'éclaire : la qualité des informations se définit par la conservation des formes significatives, et par l'élimination des altérations pouvant laisser croire, à tort, à une variation significative de leur part. La reconnaissance géochimique devient, dans le langage de l'informatique, une "reconnaissance de forme", dont on peut gérer économiquement le déroulement, sur le terrain et au centre de calcul, en tenant compte des données définissant progressivement la normale à laquelle on doit se référer, et les variations auxquelles on peut s'attendre par rapport à elle. En principe, le fait qu'un gisement affleure ou n'affleure pas affecte peu cette démarche du moment que son

 (*) Une forme est caractérisée par des invariants, statistiques ou géométriques.

influence se manifeste, d'une manière ou d'une autre, par l'altération significative d'un invariant. La signification de cette altération est variable : elle peut traduire l'existence d'une concentration sans permettre de la localiser ; elle peut révéler la différenciation qui a conduit à sa constitution, ou témoigner de sa désagrégation, etc...

Les applications contenues dans la troisième partie de l'étude montrent jusqu'où ces principes nous ont permis d'aller dans la recherche de la tactique d'observation la plus économique, dans la définition des formes élémentaires, statistiques ou structurales, qui peuvent avoir valeur d'indice, dans la prévision de la position des indices métallogéniques, même non affleurants.

Chapitre Premier

L'INFORMATION ET SA REPRÉSENTATION

1.1. – DEFINITION ET MESURE DE L'INFORMATION

RESUME DU CHAPITRE 1.1.

Le mécanisme de l'information

On ne s'informe pas sans but, mais pour répondre à des questions, plus ou moins clairement formulées. Par "information" on entend :

- le mécanisme par lequel on essaie d'apporter une réponse à ces questions,
- les produits de ce mécanisme, les éléments de réponse, qui sont des informations.

On représente les informations en associant des termes puisés dans le lexique d'un système de représentation. On conçoit et on dirige le mécanisme par lequel on se procure des informations en se servant d'un programme (d'observation, de traitement), qui représente les étapes de son exécution. La construction de la représentation des informations recueillies constitue la dernière étape du programme. Le système utilisé pour construire des programmes d'observation et le système de représentation des informations doivent être cohérents : le programme doit aboutir à des résultats concrets que l'on saura traduire en se servant du système de représentation. Réciproquement, l'imagination est un jeu formel qui consiste à construire des représentations amenant à se poser des questions, auxquelles les programmes que l'on peut construire doivent apporter une réponse.

Définir et mesurer l'information

La définition des informations que l'on doit se procurer découle d'une formulation claire des questions posées^(*). Cette formulation oriente l'observation vers tel ou tel élément de réponse, que l'on essaie de se procurer par un programme approprié. En prenant quelques exemples pratiques, on montre comment les informations se définissent et se structurent en fonction de la forme des questions posées. La mesure de l'information permet de déterminer la capacité des moyens nécessaires pour la stocker et pour la transmettre. Elle fournit également des critères quantitatifs pour choisir, entre plusieurs programmes, celui qui apporte le plus d'information, et pour arrêter un programme lorsque le prix unitaire des informations qu'il fournit devient prohibitif.

^(*) Une question est une proposition présentée sous une forme interrogative. "Clairement formulée" c'est une fonction logique ou arithmétique sur la valeur de laquelle on s'interroge et dont l'argument est une expression plus ou moins complexe, faisant intervenir des termes du système de représentation.

La théorie de l'information est utilisable lorsqu'on peut définir l'ensemble des réponses possibles aux questions que l'on se pose, ainsi que leur probabilité. Soient $x_1, x_2, \dots, x_n$ les éventualités possibles, $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_n)$ leur probabilité respective, a priori.

$$\text{Soit } H(x) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \log_2 p(x_i).$$

$H(x)$ est une entropie ; en mesurant la dispersion des résultats auxquels on peut s'attendre, $H(x)$ chiffre l'incertitude dans laquelle on se trouve. Lorsque des informations permettent de modifier les probabilités $p(x_i)$ que l'on admettait a priori, la façon dont cela fait évoluer la mesure de l'incertitude $H(x)$ permet de chiffrer le gain d'information que l'on a obtenu. Les géologues utilisent des entropies : des paramètres informationnels en géochimie, des entropies de faciès en sédimentologie.

La chaîne d'observation et l'interprétation des informations

Entre l'objet observé et le message enregistrant le résultat des observations que l'on a faites, on trouve une succession de messages se déduisant l'un de l'autre par une transformation physique. Ainsi, lorsqu'on étudie par fluorescence X la distribution du cuivre dans une section polie, le premier message est constitué par l'émission des atomes de cuivre ; on passe ensuite à un deuxième message, constitué par l'intensité détectée sur un profil linéaire ; un troisième message, le signal de sortie du détecteur, se déduit du précédent par une transformation se produisant dans le détecteur ; et ainsi de suite, jusqu'à l'enregistrement graphique qui constitue le dernier message de la chaîne d'observation, celui qui apparaît à l'interface qui la sépare de l'observateur.

L'interprétation des observations part du seul message dont on dispose : celui qui apparaît à l'interface. Elle essaie de représenter le mieux possible l'objet étudié. Il lui faut donc remonter le cours des transformations qui, dans la chaîne d'observation, font passer de chaque message à celui qui lui succède. On y arrive en donnant une formulation mathématique des transformations physiques qui interviennent, de façon à pouvoir définir et réaliser la transformation réciproque qui compense leurs effets, de proche en proche, en partant du message recueilli à l'interface.

L'étude des paramètres influant sur les transformations physiques qui ont leur siège dans la chaîne d'observation permet de leur donner des caractères autorisant l'interprétation des observations (c'est-à-dire des caractères tels que l'on puisse définir et réaliser la transformation réciproque).

La composition des messages et leur représentation

On caractérise une transformation en décrivant les termes qu'elle met en relation, et la forme de cette relation. Pour définir les termes reliés par les transformations d'information, on doit analyser les messages. Pour les besoins pratiques de l'interprétation, cette analyse n'est pas toujours obligée d'aller jusqu'à la définition des composantes les plus simples du message que l'on considère.

Tout message est constitué par la juxtaposition^(*) d'objets physiques caractérisés par une certaine extension et par un certain état physique. Nous appellerons "unités d'information" les objets élémentaires auxquels aboutit l'analyse du message. Les unités d'information sont des êtres physiques, concrets ; ce ne sont pas des termes formels comme les éléments d'un alphabet.

Lorsqu'on désire représenter l'information contenue dans un message, on traduit chacune de ses unités d'information par un élément d'un alphabet. La traduction demande que l'on ait correctement découpé le message en unités d'information ; de plus, les conditions d'observation doivent permettre de définir, de reconnaître et d'inventorier tous les états possibles pour ces unités, les relations entre états s'ajustant bien aux relations existant entre les éléments de l'alphabet.

Information et systèmes d'états

Dans certaines conditions, une unité d'information d'un message ne sera pas caractérisée par un état unique mais par tout un système d'états commutables, c'est-à-dire pouvant se substituer l'un à l'autre. Et, justement, l'information naît de la comparaison des deux systèmes d'états suivants :

- S_1 : système d'états que l'on peut imaginer a priori, quand on essaie de faire des prédictions concernant l'unité d'information considérée. S_1 n'est jamais défini de façon intangible : il découle de l'application d'une hypothèse concernant la structure du message à l'ensemble de données que l'on a déjà recueillies ; en accumulant des données, on est amené à modifier la définition de S_1 , parfois même à changer d'hypothèse quant à la structure du message.

- S_2 : système d'états pouvant effectivement se manifester lors d'une observation relevant l'état de l'unité d'information considérée (du fait des erreurs, d'une mauvaise définition des conditions d'expérience, etc...)

(*) Certains hardwares graphiques demanderaient peut-être que l'on traite le cas d'un recouvrement d'objets.

Dans la pratique, S_2 se laisse mieux définir que S_1 ; on peut même en donner une définition opérationnelle, grâce à des essais de reproductibilité. On mesure l'information contenue dans l'unité d'information considérée en comparant S_1 et S_2 , en évaluant combien l'indétermination qui caractérisait les suppositions que l'on faisait a priori a été réduite par le résultat des observations. La théorie de l'information se borne à chiffrer cette comparaison dans un cas particulier.

Si l'on veut évaluer l'information que l'on recueille, il faut donner à S_1 et à S_2 des caractères facilitant leur comparaison, par exemple des caractères qui permettent de la chiffrer comme le fait la théorie de l'information. Les caractères de S_1 découlent du mécanisme de la prédiction, de l'emploi de moyens formels dont il appartient au mathématicien de contrôler l'utilisation. En tant que géologue, nous nous sommes surtout attaché à montrer comment, en jouant sur les conditions d'observation, on arrivait à modifier les caractères de S_2 . En effet, on n'arrive à donner une représentation mathématique valable de S_2 , qui est un système d'états physiques, que si l'on sait agir sur les caractères de ce système pour les ajuster à ceux de la représentation choisie. En la matière, on peut s'orienter vers deux options principales. On peut jouer sur les conditions d'observation pour réduire les différences existant entre les états qui constituent S_2 ; cette attitude tend à rendre déterminée la variable que l'on observe. Si l'on essaie, au contraire, d'obtenir des écarts parfaitement aléatoires, on erratise la variable observée.

Si l'on néglige de contrôler le mécanisme physique qui est censé erratiser les variables au sujet desquelles on définit des probabilités, celles-ci ont toutes les chances d'être des termes purement formels, ne recouvrant aucune réalité bien définie. Le calcul des probabilités se réduit alors à un jeu formel vide de toute signification physique. Cette difficulté nous amènera notamment à approfondir les problèmes qui se posent lorsque les unités d'information d'une carte géochimique peuvent être ventilées entre différentes strates statistiques.

Application à la concentration géochimique ; l'effet de grain

Le système S_2 est l'ensemble des concentrations que les conventions utilisées amènent à rattacher à un même point, du fait, entre autres facteurs, des erreurs d'analyse et de l'effet de grain. L'effet de grain se traduit par les écarts existant entre des concentrations que l'on convient de reporter en un même point, bien que l'échantillon "mésoscopique" dans lequel on les détermine, puisse englober ou non certains "grains", certaines concentrations microscopiques voisines du point de report. Soit un échantillon de forme et de dimensions bien définies, par exemple une carotte. Il peut exister une relation simple entre l'écart dû à l'effet de grain et l'orientation de la carotte par rapport à un repère local défini en examinant la disposition des concentrations microscopiques. Dans ces conditions, en précisant l'orientation de la carotte par rapport au repère local, on réduit l'écart lié à l'effet de grain, ce qui tend à déterminer la concentration. Au contraire, en brisant la relation existant entre cet écart et l'orientation de la carotte par un procédé d'erratization approprié on le transforme en variable aléatoire.

Il semble donc souhaitable que la classification des configurations formées par les concentrations microscopiques fasse intervenir :

- le fait qu'elles impliquent une relation entre l'effet de grain et l'orientation de l'échantillon,
- la façon plus ou moins régulière dont s'enchaînent, d'un point à un autre, les différents repères locaux que l'on peut définir. En effet, un enchaînement régulier favorise le contrôle de l'orientation des échantillons par rapport aux repères locaux.

Ces principes s'appliquent à la classification des textures, qui interviennent en tant que disposition de concentrations microscopiques dans la géochimie des éléments majeurs.

Certaines conditions d'observation permettent de simplifier la représentation des informations recueillies

Les informations que l'on enregistre sont des indications sur l'état des unités d'information du message qui apparaît à l'interface séparant la chaîne d'observation de l'observateur. La présentation des informations recueillies se borne parfois à transcrire ces indications. Mais le plus souvent, elle prétend reconstituer un des messages de la chaîne d'observation, en général le plus proche de l'objet observé.

La représentation fidèle d'un message devrait lui être isomorphe : en extension, chaque unité d'information du message devrait être représentée par un terme formel choisi dans le système de représentation, l'état de cette unité d'information se traduisant par le type de terme choisi pour la représenter. La disposition des termes formels devrait représenter la disposition des unités d'information représentées, les relations entre les types de termes utilisés étant l'image des relations entre les états des unités d'information. Mais en pratique, il arrive que l'on ne puisse observer, ni représenter, toutes les unités d'information ; de plus, on ne peut en général ni relever, ni représenter tous les états que chacune d'elles est susceptible de présenter. On est donc obligé de choisir certaines unités d'information particulières, et de choisir une manière simple de représenter le système d'états S_2 qui les caractérise. Ces choix font perdre une certaine quantité d'information, qui dépend de la structure du message représenté et de celle du système S_2 . Nous nous proposons de diminuer cette perte d'information en modifiant comme il le faut les caractères du système S_2 , par le choix des conditions d'observation convenables.

1.1.1. - LE MECANISME DE L'INFORMATION

1.1.1.1. - LES PHASES DU MECANISME

Pour la commodité de l'exposé, nous distinguerons trois phases successives dans la genèse des informations : à savoir leur création et leur transport, leur traitement et leur stockage éventuel, et enfin leur présentation. On peut aussi regrouper création et transport au sein d'une phase unique, la collecte de l'information, l'exploitation de l'information regroupant de son côté traitement, stockage et présentation. En fait, les trois phases que nous avons définies ne sont pas nettement séparées. Il s'agit de grandes fonctions regroupant des opérations qui peuvent s'éparpiller et s'imbriquer, dans le temps et dans l'espace. L'inertie des circuits électriques de l'instrument d'observation réalise souvent une intégration des données, c'est-à-dire un traitement de l'information, au moment même de sa création. Une présentation graphique destinée à permettre la sélection visuelle d'une certaine catégorie de résultats fait coïncider une sélection, qui est un traitement particulier, avec la lecture de l'information.

	<i>Tâches élémentaires</i>	<i>Nature des problèmes rencontrés</i>
COLLECTE d'information	- Création et acquisition de l'information - Transport et codification	- Problèmes physiques et problèmes d'organisation - Problèmes technologiques
EXPLOITATION de l'information	- Stockage (facultatif) - Traitement - Représentation des résultats	- Problèmes technologiques - Problèmes mathématiques - Problèmes sémiologiques

Il semble que ce ne soit pas dans le domaine du traitement proprement dit qu'il faille chercher la source des difficultés qui freinent le développement de l'informatique géologique. Elles proviennent en partie d'une analyse insuffisante des mécanismes physiques intervenant lors de l'acquisition des informations, ce qui empêche de contrôler convenablement leur qualité et de l'adapter au but poursuivi. Elles proviennent aussi de ce que, placés devant les difficultés inhérentes à l'intégration d'un afflux de données instrumentales et à la recherche de représentations capables de traduire ses résultats, les naturalistes ignorent résolument l'acquis de la sémiologie et de l'épistémologie génétique.

La création d'information se produit à la faveur d'une épreuve, qu'il s'agisse d'une observation uniquement visuelle ou d'un procédé de mesure faisant intervenir des instruments appropriés. Le résultat concret de cette épreuve doit être traduit dans un langage permettant de le communiquer à autrui, de le conserver dans une mémoire ou de l'introduire dans un calcul. Cette traduction est une codification à laquelle s'ajoutent parfois celles qui sont nécessaires pour communiquer les résultats par un "canal" donné, ou pour les placer dans un système de stockage particulier, en vue d'une exploitation différée. Nous considérerons que la dernière de ces codifications marque la fin de ce que nous appellerons le "traitement primaire" des informations, leur traitement par le calcul et la mise en forme des résultats obtenus en vue de leur présentation constituant le "traitement secondaire" de l'information.

1.1.1.2. - SYSTEMES D'OPERATIONS ET SYSTEMES DE REPRESENTATIONS

Le problème de la représentation de l'information se pose de façon différente à deux niveaux distincts :

- Avant le traitement de l'information, on se trouve en présence de données brutes, ou "données primaires" ; on va leur chercher une représentation adaptée aux caractères particuliers d'un mode de transport, de stockage ou de traitement, ce qui pose essentiellement des problèmes technologiques.
- Quand le traitement de l'information est terminé, ses résultats constituent des "données secondaires" que l'on cherche à représenter de façon à en faciliter la compréhension. On se trouve alors placé devant des problèmes sémiologiques.

Quel que soit le niveau considéré, on utilise un système formel, en l'occurrence un système de représentation caractérisé par les termes employés et par les règles régissant leur combinaison.

D'autre part, on exécute les tâches que nous avons définies dans le chapitre précédent en se conformant à un projet, conçu en combinant les termes d'un autre système formel : ce projet est un "programme", articulant selon des règles bien définies des opérations élémentaires. L'exécution des projets que l'on a élaborés est d'autant plus facile que la signification des "tâches" qui les composent est bien définie : on ne peut exécuter une opération telle qu'elle est décrite formellement, sur le papier, que si l'on connaît exactement les opérations pratiques qui correspondent à cette description.

Les résultats concrets de la collecte d'information ne doivent pas trop différer de ceux que l'on peut imaginer a priori, en se servant du système de représentation que l'on adopte : si l'on imagine à l'avance les résultats qui constituent des éléments de réponse aux questions que l'on se pose, certains d'entre eux doivent apparaître. Cela ne met pas seulement en cause la capacité, pour le système de représentation, d'exprimer les résultats concrets que l'on obtient : il faut aussi que le programme de création de l'information soit capable de fournir des résultats ayant la forme prévue. On ne peut donc aboutir à une préparation efficace des diverses phases de la recherche d'information si l'on ne s'appuie pas sur une formalisation coordonnant des programmes d'opérations et des systèmes de représentation. Au lieu d'établir un organigramme seulement pour le traitement de l'information, qui ne constitue qu'une des phases du mécanisme, il vaudrait mieux établir un organigramme général, décrivant les relations de la création d'information avec le traitement des données et avec l'expression des résultats obtenus. De cette manière, on aboutirait à une organisation plus économique de l'ensemble de la recherche d'information. Nous allons essayer d'analyser les tâches de la création et de la présentation de l'information, en vue de la réalisation de cet organigramme général.

Dans le domaine de la formalisation, nous n'avons nullement recherché l'originalité. En face de chaque problème pratique, nous avons essayé de nous appuyer sur une formulation classique pour disposer :

- d'un système formel permettant d'exprimer les faits auxquels nous nous trouvions confrontés ;
- d'un système d'évaluation permettant d'ordonner les éventualités entre lesquelles il nous fallait trancher, lorsqu'une décision pratique s'imposait ;
- d'un système de calcul permettant de prévoir des faits ayant échappé à l'observation directe.

En contre partie, il nous a fallu définir les contrôles permettant :

- de s'assurer que la structure des données traitées était bien conforme aux axiomes de la théorie utilisée,
- de déterminer la valeur des paramètres que la théorie demandait de prendre en considération.

Le fait de s'appuyer sur une formalisation plus ou moins rigide ne présente pas que des avantages. D'abord, les modalités pratiques de la recherche d'information doivent se conformer aux programmes que le système dont on dispose permet d'élaborer, ce qui constitue une contrainte. Mais la limitation la plus gênante provient sans doute du système que l'on adopte pour se représenter les résultats éventuels de la collecte d'information. En effet, on imagine a priori les données permettant de répondre aux questions que l'on se pose sous les seules formes que ce système permet d'élaborer. Or, il arrive souvent que l'on s'aperçoive, à la fin de l'étude, que

la réponse cherchée aurait été obtenue plus économiquement en collectant des données dont on ne pouvait imaginer la forme qu'en partant d'un système de représentation différent. Une démarche séquentielle, découpant la collecte et l'exploitation de l'information en phases successives, permet d'atténuer ces inconvénients. Si l'on décompose le programme de collecte et de traitement de l'information en sous-programmes, après chacun desquels on établit une représentation provisoire de l'objet étudié, la forme du problème que l'on traite se précise un peu plus à chaque étape du processus. On peut ainsi s'orienter progressivement vers les représentations et vers les sous-programmes les plus adaptés au cas particulier que l'on traite.

1.1.2. - LES INFORMATIONS

1.1.2.1. - INFORMATION ET INCERTITUDE

Il est toujours agréable de disposer d'une théorie définissant l'information utile pour résoudre le problème auquel on est confronté et permettant de la mesurer. En effet, devant un problème pratique, à condition que les informations que l'on recueille n'amènent pas à changer la formulation utilisée en cours de route, et par là même à modifier la définition et la mesure de l'information nécessaire pour le résoudre, le fait de disposer d'une mesure de la quantité d'information collectée permet de gérer la recherche d'information le plus économiquement possible : on peut contrôler la progression régulière du gain d'information et arrêter la recherche lorsque le prix d'une quantité d'information donnée est devenu prohibitif. D'autre part, une mesure objective de la quantité d'information recueillie au cours d'une étude peut s'avérer utile, s'il s'agit d'un service que l'on voudrait facturer. Enfin, la quantité d'information manipulée détermine les caractéristiques des moyens techniques qui doivent être utilisés, par exemple la capacité des canaux de communication et celle des mémoires dont on aura besoin.

L'information est, dans tous les cas, une donnée capable de faire évoluer une incertitude, et une incertitude se formule par une question. Si l'on veut donner une définition correcte de l'information dont on a besoin en face d'une situation comportant un certain degré d'incertitude, on doit d'abord formuler clairement les questions qui se posent. On peut alors essayer de voir s'il existe, au sens de la théorie des ensembles, un ensemble de réponses possibles, ou un ensemble d'éléments de réponse. Si c'est le cas, on cherche à déterminer sa structure : on cherche à savoir si certains éléments de réponse sont inclus dans d'autres, si l'on peut définir un ordre logique entre ces éléments, etc...

A titre d'exemple, supposons qu'un botaniste nous présente une plante qu'il a cueillie en Lorraine et déterminée en se servant de sa flore, en nous demandant de la déterminer à notre tour. Nous pouvons définir un ensemble de réponses possibles, un ensemble d'états possibles pour l'objet auquel nous nous intéressons : c'est l'ensemble des espèces végétales décrites dans la flore utilisée. En présence de la première plante ramenée d'une autre planète, nous ne pourrions pas définir, a priori, cet ensemble.

Parmi les réponses, ou les états, de l'ensemble que l'on peut envisager a priori, la possibilité d'en éliminer dépend dans une large mesure de l'existence de propriétés caractérisant certains états, à l'exclusion des autres. Ces propriétés structurent l'ensemble des états que l'on peut envisager. Ainsi, lorsqu'il s'agit de déterminer un ion métallique par une analyse chimique systématique, l'ensemble des états possibles est bien défini : c'est l'ensemble des métaux connus. La démarche systématique se base sur des propriétés que possèdent certains cations, alors que les autres ne les possèdent point. L'organigramme de l'analyse chimique systématique se présente comme un arbre, sur lequel les différents métaux sont des feuilles ayant une position bien définie, ce qui fait apparaître la structuration du champ des possibilités par les propriétés chimiques dont se sert l'analyste (fig. 1). Dans ces conditions, tout gain d'information correspond à une progression de la racine de l'arbre vers une de ses feuilles ou, si l'on préfère, à la suppression d'une de ses branches. On peut évaluer le gain d'information en mesurant le chemin que l'on a parcouru le long de l'arbre ou l'importance de la branche que l'on a élaguée. Si les propriétés utilisées interviennent dans un ordre quelconque, la notion d'arbre s'évanouit et, pour mesurer l'informa-

tion apportée par une épreuve, on ne peut plus faire intervenir que le nombre d'hypothèses qu'elle permet d'écartier(*). En pratique, pour diminuer le nombre des essais que l'on doit effectuer, on les ordonne en tenant compte du nombre d'éventualités qu'ils permettent d'éliminer : on ne débute pas par une épreuve très sélective, caractérisant un seul élément de l'ensemble possible, sauf s'il s'agit d'un cas particulièrement fréquent ou particulièrement gênant, qu'il est bon d'éliminer en premier lieu. Bien souvent, on essaie, par chaque épreuve, de couper en deux parties à peu près égales l'ensemble des hypothèses restant encore possibles. On a plus de latitude pour opérer ainsi, pour rendre plus "performante" l'articulation des essais, si l'on opère sur des essais commutatifs dont on peut modifier l'ordre sans aucune contrainte. Dans le cas contraire, on est limité par les contraintes relatives à l'ordre dans lequel doivent s'effectuer les essais. Des intermédiaires sont possibles entre un système d'essais ordonnés et un système d'essais commutatifs, et lorsqu'on fait l'historique des systèmes utilisés pratiquement, on constate souvent qu'ils sont passés successivement par les intermédiaires qui séparent les deux structures.

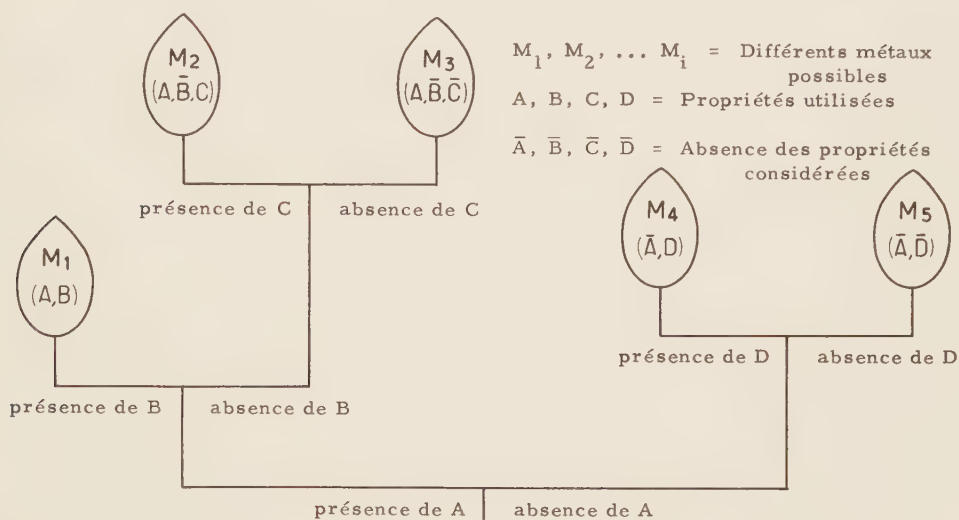


Figure 1 - L'arbre de l'analyse chimique.

Dans le cas où, au cours d'une recherche d'information, on peut définir à tout instant non seulement l'ensemble des éventualités possibles, mais aussi leur probabilité, il devient possible d'employer la théorie statistique de l'information. Les concepts fondamentaux de cette théorie nous seront utiles, et nous les aborderons sommairement dans le chapitre suivant.

1.1.2.2. - LES INFORMATIONS ET LES MESSAGES

Les informations nous arrivent sous la forme de messages constitués d'unités d'information juxtaposées, par exemple sous la forme de cartes géochimiques que l'on peut considérer comme constituées par des éléments de surface juxtaposés, à la manière d'un cliché tramé(**) Pour reconstituer le message auquel on s'intéresse, on peut suivre deux démarches opposées. Une démarche analytique reconstituera le message en déterminant l'état de ses unités d'information, l'une

(*) Un code positionnel s'impose pour coder les propriétés attribuées aux objets que l'on veut déterminer, dans le cas où l'on peut définir un arbre. Dans le deuxième cas, on peut se servir d'un code commutatif.

(**) On essaiera de se ramener au cas où les unités d'informations que l'on trouve ou que l'on risque de trouver sur la carte peuvent être identifiées aux éléments d'un ensemble bien défini, comme s'il s'agissait des différents caractères d'un alphabet. Mais nous verrons qu'il existe différentes manières de découper la carte, et qu'à chaque découpage correspond un alphabet de puissance variable.

après l'autre ; cette démarche a l'avantage d'être applicable même si l'on ignore tout de la structure du message ; elle permet de formuler le problème de la reconstitution du message selon des procédés éprouvés : sa décomposition en éléments différentiels s'il est continu, en objets élémentaires discrets si sa structure l'impose, oriente vers les méthodes de l'échantillonnage, ou vers des modèles inspirés par la thermodynamique statistique. Mais c'est une méthode longue, à laquelle se conforme rarement l'observation intelligente (ou prétendue telle). La reconnaissance géologique, comme son nom l'indique, reconnaît dans les messages qui lui proviennent du terrain des structures qui ont déjà été rencontrées, définies et caractérisées. Il s'agit là de la reconnaissance globale de formes associant selon des structures connues un certain nombre d'unités d'information se trouvant dans un certain état : structures linéaires (axes tectoniques, failles, etc...) ou groupes d'objets plus ou moins régulièrement disposés (textures, zonalités). Cette démarche présente quelques inconvénients, que ne possédait pas la première : la reconnaissance de formes et un mécanisme assez difficile à mettre en équation ; elle demande que l'on ait une certaine connaissance préalable de la structure du message, que l'on connaisse les formes qui peuvent s'y manifester ; les formes à reconnaître doivent être recensées et caractérisées préalablement. Mais elle a l'avantage de la rapidité, et surtout, elle autorise l'adaptation progressive de la méthode de reconnaissance aux caractères particuliers des structures reconnues, ce qui permet de réaliser des économies importantes : lorsqu'on a reconnu des axes structuraux E-W, on sait que la reconnaissance géologique sera plus économique si l'on procède par profils N-S. La première attitude se ramène à construire un message en reconnaissant, l'un après l'autre, les termes élémentaires qui le composent : dans le vocabulaire de la sémiologie, nous dirons qu'il s'agit de reconnaître des termes de "deuxième articulation", les éléments d'un alphabet par exemple. La deuxième attitude est orientée vers la reconnaissance globale de termes composés à partir des précédents : ce sont des termes de "première articulation", des mots par exemple. L'opposition entre les deux attitudes est celle qui existe entre la lecture analytique et la lecture globale d'un texte.

Les informations que l'on doit se procurer pour résoudre un problème pratique diffèrent selon que l'on adopte l'une ou l'autre des démarches que nous venons d'examiner. Elles diffèrent aussi selon la formulation mathématique que l'on a adoptée pour traiter les données dont on dispose. Si la connaissance que l'on a a priori de l'objet étudié conduit à opter pour le calcul des probabilités, on cherche à se procurer des données capables de préciser les probabilités sur lesquelles il se fonde. Et surtout, on essaie de se placer dans des conditions d'observation justifiant la définition des probabilités que la formulation mathématique fait intervenir. Les grandeurs physiques ne deviennent pas probabilisables par l'opération du Saint-Esprit : elles le deviennent si l'on sait mettre en oeuvre, pour les mesurer, des méthodes appropriées, les méthodes "d'erratisation" ("randomization" dans la terminologie de Fisher), que nous aborderons par la suite. Calculer des probabilités constitue un jeu vide de sens si l'on n'a pas employé une méthode d'erratisation, ou vérifié que les probabilités que le calcul fait intervenir découlent d'une erratisation naturelle. Au contraire, lorsqu'on a décidé de donner une représentation géométrique des variations de la grandeur que l'on étudie, on abandonne l'erratisation des facteurs dispersifs entachant les mesures au profit de méthodes permettant de les réduire le plus possible. En résumé, la méthode d'observation doit fournir des données ayant une structure compatible avec la formulation mathématique que l'on utilise pour traiter les informations recueillies.

L'articulation de la collecte et du traitement de l'information amène ainsi à gérer une action en retour, ou "feed-back", se présentant comme suit :

- la reconnaissance progressive de la structure de l'objet observé permet de lui adapter une méthode d'observation économique, fournissant des données en principe de mieux en mieux adaptées à la formulation mathématique (statistique ou géométrique) utilisée pour mener à bien le traitement de l'information,
- si cette adaptation progressive s'avère impossible, on peut être amené à modifier la formulation que l'on avait primitivement adoptée.

1.1.3. - NOTIONS DE THEORIE DE L'INFORMATION

1.1.3.1. - UNE MESURE DE L'INCERTITUDE : L'ENTROPIE

Soit un système de n éventualités, que nous nommerons $x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_n$. Supposons que l'on connaisse leur probabilité, respectivement $p(x_1), \dots, p(x_1), \dots, p(x_n)$. L'entropie attachée à ce système est, par définition :

$$H = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \log p(x_i)$$

Le cas d'éventualités s'excluant mutuellement, telles, de plus, que l'on soit sûr que l'une ou l'autre d'entre elles se réalisera obligatoirement, est particulièrement important. La somme des $p(x_i)$, est alors égale à l'unité. On peut considérer intuitivement que le maximum d'incertitude correspond au cas où toutes les éventualités sont équiprobables ; leur probabilité est alors égale à $1/n$, puisqu'elles s'excluent mutuellement. Cela correspond à un maximum de l'entropie :

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^n (1/n) (\log 1 - \log n), \text{ soit : } H_{\max} = \log n$$

L'entropie maximum d'un système de n éventualités croît donc comme le logarithme du nombre n , ce qui est satisfaisant si l'on se propose d'utiliser l'entropie pour chiffrer une incertitude.

L'incertitude devient nulle si une seule éventualité reste possible ; sa probabilité est égale à l'unité et celle des autres éventualités s'annule, ce qui annule l'entropie. Ainsi, pour un nombre n d'éventualités bien défini, on passe du maximum d'incertitude correspondant à des éventualités équiprobables et à une entropie égale à $\log n$, au minimum d'incertitude correspondant à une seule éventualité possible et à une entropie nulle, par des stades intermédiaires pour lesquels certaines éventualités sont plus probables que d'autres, et l'entropie comprise entre 0 et $\log n$. Il semble donc logique de définir une entropie relative, rapport de l'entropie du système d'éventualités considéré à l'entropie maximale pour le même nombre d'éventualités possibles :

$$H_r^* = - 100 \sum_{i=1}^n [p(x_i) \cdot \log p(x_i)] / \log n$$

A titre d'exemple, si l'on tire un atome au hasard dans une roche, cela peut être :

- un atome de silicium (éventualité x_1)
- un atome d'aluminium (éventualité x_2)
- etc...

Les probabilités $p(x_i)$ sont égales aux concentrations en nombre d'atomes. L'entropie relative que l'on calculera, sera très proche des paramètres informationnels utilisés en pétrographie (Allègre, 1964).

Si l'on tire un échantillon au hasard dans un domaine de surface bien définie, il s'agira du faciès x_1 avec une probabilité $p(x_1)$ égale à son abondance relative, du faciès x_2 avec une probabilité de $p(x_2)$, etc... On définira ainsi une entropie relative de faciès (Miller et Kahn), et, en déplaçant le domaine envisagé, on tracera la carte des variations d'entropie relative qui renseignera éventuellement sur les domaines doués d'une certaine homogénéité statistique, où régnaient probablement les mêmes conditions de sédimentation.

Dans les cas que nous venons d'envisager, il faut bien préciser le système d'éventualités que l'on prend en considération ; on le rend exhaustif en introduisant une éventualité "autre élément", ou "autre faciès". Si l'on fait intervenir de nouveaux éléments ou de nouveaux faciès peu représentés, la signification de l'entropie relative varie.

1.1.3.2. - LA MESURE DE L'INFORMATION

Soit un ensemble de n éventualités, $x_1, \dots, x_1, \dots, x_n$. Par exemple,

- x_1 : le cristal de calcite que nous étudions provient du gisement n° 1.
- x_i : " " " " n° i ,
- x_n : " " " " n° n ,

Soit un ensemble de p résultats possibles pour une épreuve destinée à nous renseigner sur l'éventualité qui se produit. Par exemple :

- résultat y_1 : la teneur en magnésium du cristal étudié est comprise entre t_0 et t_1
- résultat y_j : " " " " t_{j-1} et t_j
- résultat y_p : " " " " t_{p-1} et t_p

(ce qui revient à classer les teneurs possibles en p classes de teneur)

L'épreuve n'apporte aucune information si son résultat est indépendant de l'éventualité qui se présente. Soit $p(x_i)$ la probabilité de x_i quand on ne sait rien du résultat de l'épreuve, et $p(y_j)$ celle du résultat y_j lorsqu'on ignore l'éventualité à laquelle on se trouve confronté. Soit $p_{x_i}(y_j)$ la probabilité d'obtenir le résultat y_j sachant que l'on se trouve devant l'éventualité x_i (c'est-à-dire lorsqu'on sait être en présence d'un cristal venant du gisement n° i). Soit enfin $p_{y_j}(x_i)$ la probabilité pour qu'au résultat y_j corresponde l'éventualité x_i . L'absence d'information, puisqu'elle est caractérisée par l'indépendance statistique du résultat y_j et de l'éventualité x_i , se traduit par la relation :

$$p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p(y_j)$$

dans laquelle $p(x_i, y_j)$ est la probabilité d'obtenir y_j dans l'éventualité x_i . Comme nous savons que

$$p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p_{x_i}(y_j) = p(y_j) \cdot p_{y_j}(x_i)$$

nous pouvons caractériser l'absence d'information par l'une ou l'autre des deux égalités suivantes, qui se déduisent des précédentes :

$$p_{x_i}(y_j)/p(y_j) = 1 \quad p_{y_j}(x_i)/p(x_i) = 1.$$

Notre attitude étant celle d'un collecteur d'information, qui connaît le résultat y_j des épreuves qu'il effectue, mais qui ignore l'éventualité x_i à laquelle il se trouve confronté, il nous faudra raisonner sur la deuxième égalité (on comprendra par la suite pourquoi). Un émetteur d'information connaissant les éventualités x_i qu'il provoque, mais ne sachant pas par quel résultat y_j elles vont se traduire, ferait les mêmes calculs que nous en partant de la première égalité, et obtiendrait des résultats symétriques. Notre épreuve nous apporte de l'information dans la mesure où $p_{y_j}(x_i)$ diffère de $p(x_i)$, c'est-à-dire dans la mesure où la probabilité a priori de l'éventualité x_i est modifiée par l'observation du résultat y_j . L'information recueillie est d'autant plus importante que la probabilité a priori est fortement modifiée c'est-à-dire que le rapport de probabilités que nous envisageons s'écarte de 1. On est donc amené à adopter, comme mesure du gain d'information associé à l'obtention du résultat y_j , dans l'éventualité x_i , le logarithme de ce rapport :

$$I_{x_i}(y_j) = \log [p_{y_j}(x_i)/p(x_i)] \quad (1)$$

On constatera que, mesuré de cette manière, le gain d'information s'annule bien lorsque les probabilités $p_{y_j}(x_i)$ et $p(x_i)$ sont égales, et qu'il devient de plus en plus important lorsqu'elles s'écartent l'une de l'autre. On constatera de plus que le gain d'information est négatif lorsque l'éventualité que l'on envisage est infirmée, positif lorsqu'elle se confirme.

Nous ne nous sommes pas préoccupés de la base du logarithme, mais il est évident que son choix définit l'unité d'information. On se sert habituellement du logarithme de base 2. Dans ces conditions, le gain d'information unitaire correspond à la résolution d'une alternative dont les deux termes ont des chances égales de se produire ; on le constatera en calculant le gain d'information $I(y_j)$ avec les probabilités qui correspondent à ce type d'alternative : $p(x_1) = 1/2$, $p(x_2) = 1/2$, et par exemple $p_{y_j}(x_1) = 1$, $p_{y_j}(x_2) = 0$. La résolution d'une telle alternative correspond à l'application d'une clé dycotomique (à chances égales), ou à la détermination d'un chiffre binaire, à chances égales pour le 1 et pour le 0, ce qui explique que l'unité d'information s'appelle "binary digit", ou "bit".

En tant que récepteurs d'information, lorsque nous obtenons un résultat y_j , nous ne savons pas toujours à quelle éventualité x_i il correspond ; or nous ne pourrions employer la formule (1) pour calculer le transfert d'information pour ce résultat y_j que s'il permettait de déterminer l'éventualité x_i devant laquelle nous sommes placés, puisque le calcul fait intervenir les probabilités $p(x_i)$ et $p_{y_j}(x_i)$ d'une éventualité x_i qui doit être bien définie.

Imaginons donc que nous soyons en présence d'un grand nombre de cristaux de calcite, dont chacun possède la même probabilité que précédemment de provenir du gisement 1, 2, ..., i, ..., n. Lorsque nous constatons qu'un cristal particulier se rattache à la classe de concentration y_j , nous sommes dans la même situation qu'un joueur qui connaîtrait le gain qu'il réaliserait dans chaque éventualité x_i , en l'occurrence le gain d'information $\log [p_{y_j}(x_i)/p(x_i)]$ mais qui ne connaîtrait que la probabilité de cette éventualité : $p_{y_j}(x_i)$. Puisque nous faisons un grand nombre d'observations, nous allons procéder comme le joueur qui, jouant un grand nombre de coups, s'autorise à calculer l'espérance mathématique de ses gains (c'est la moyenne des gains correspondant à chaque éventualité, pondérés par la probabilité de l'éventualité en question). L'espérance mathématique du gain d'information apportée par le rattachement d'un cristal à la classe de concentration en magnésium y_j sera :

$$I_{y_j} = \sum_{i=1}^n p_{y_j}(x_i) \cdot \log [p_{y_j}(x_i)/p(x_i)]$$

Soit, en calculant le logarithme :

$$I_{y_j} = \sum_{i=1}^n p_{y_j}(x_i) \cdot \log p_{y_j}(x_i) - \sum_{i=1}^n p_{y_j}(x_i) \cdot \log p(x_i)$$

Au signe près, on reconnaît dans le premier terme une entropie, celle de la distribution des probabilités des états x_i qui correspondent à la classe de concentration en magnésium y_j . Nous noterons cette entropie $H_{y_j}(x)$.

Évaluons maintenant l'espérance mathématique du gain d'information en faisant intervenir tous les résultats y_j possibles : c'est le gain d'information moyen pour l'ensemble de nos observations. Pour chaque résultat y_j , le gain d'information est celui que nous venons de calculer, et sa probabilité est égale à $p(y_j)$; le gain d'information moyen est donc :

$$\bar{I} = - \sum_{j=1}^p p(y_j) \cdot H_{y_j}(x) - \sum_{j=1}^p p(y_j) \cdot \sum_{i=1}^n p_{y_j}(x_i) \cdot \log p(x_i)$$

Compte tenu de ce que $\sum_{j=1}^p p(y_j) \cdot p_{y_j}(x_i)$ est égale à $p(x_i)$, le deuxième terme se réduit à l'entropie $H(x) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \log p(x_i)$.

$$\bar{I} = H(x) - \sum_{j=1}^p p(y_j) \cdot H_{y_j}(x) \quad (2)$$

- $H(x)$ est l'entropie a priori : elle mesure l'incertitude devant laquelle on se trouve, avant de mesurer sa concentration en magnésium, quant à la provenance du cristal étudié.

- Les $H_{y_j}(x)$ sont des entropies a posteriori mesurant l'incertitude qui subsiste après la mesure que l'on a faite.

On voit que le gain d'information se présente, de façon tout à fait logique, comme la différence entre la mesure de l'incertitude a priori et l'espérance mathématique de l'incertitude qui subsiste pour les différents résultats que l'on obtient.

$H(x)$ est une donnée que l'on ne peut modifier ; elle découle d'un état de fait, de la proportion relative des cristaux provenant des différents gisements. Par contre, on peut réduire les $H_{y_j}(x)$ en jouant sur les facteurs dispersifs qui affectent les mesures, de façon à augmenter le transfert d'information moyen. Puisque $H_{y_j}(x)$ intervient dans le transfert d'information au prorata de la probabilité $p(y_j)$ du résultat y_j considéré, on a tout intérêt à réduire, en premier lieu, l'entropie correspondant aux résultats les plus fréquents. Si nous nous référons à ce que nous avons dit de l'entropie au chapitre précédent, nous constatons que nous avons redécouvert une vérité d'expérience, à savoir qu'il faut s'arranger pour que le résultat de l'épreuve utilisée pour trancher entre diverses éventualités détermine le mieux possible celle devant laquelle on se trouve placé, surtout pour les cas les plus fréquents. Nous avons quand même fait plus que redécouvrir une vérité première, puisque la mesure du gain d'information fournit un critère permettant de choisir, entre plusieurs solutions techniques, celle qui sera la meilleure.

Si le résultat de notre épreuve détermine dans tous les cas l'éventualité devant laquelle nous sommes placés, les $H_{y_j}(x)$ s'annulent et le gain d'information moyen se réduit à :

$$I = H(x)$$

1.1.4. - PROBLEMES PARTICULIERS A L'OBSERVATION GEOLOGIQUE

1.1.4.1. - LA SUCCESSION DES MESSAGES EN GEOCHIMIE UN EXEMPLE DE CHAÎNE D'OBSERVATION

Imaginons que nous voulions étudier la distribution du cuivre dans une section polie. En la matière, l'information la plus parfaite dont nous puissions disposer serait un message décrivant la position de tous les atomes de cuivre dans la section étudiée. Nous considérerons que ce message décrit l'objet de notre étude, tout en convenant, dès le départ, qu'il ne sera pas question de déterminer tous les caractères d'un objet aussi complexe. Bien qu'un très grand nombre de paramètres interviennent dans son expression analytique, rien ne nous interdit d'imaginer une fonction $f(a)$ égale à 1 pour les vecteurs a_i repérant le barycentre d'un atome de cuivre, nulle ailleurs ; il s'agit de ce que les cristallographes appellent une densité atomique locale. Nous pouvons aussi représenter notre objet par le "message" suivant : une représentation tridimensionnelle de l'échantillon étudié, découpée en éléments dv suffisamment petits pour que chacun d'eux contienne au plus un seul barycentre d'atome de cuivre ; les éléments dv sont les "unités d'information" du message ; nous les considérerons comme étant dans l'état 1 si elles contiennent un barycentre d'atome de cuivre, comme étant dans l'état 0 dans le cas contraire. La fonction $f(a)$, ou le message que nous venons d'envisager, sont des représentations fidèles de l'objet de notre étude ; aussi, par abus de langage, nous les appellerons "objet".

Supposons que nous réalisons nos observations à l'aide d'une macrosonde à fluorescence. C'est un appareil qui excite la fluorescence X des atomes de cuivre par un rayonnement approprié, et qui compte le nombre d'atomes présents au-dessous d'une fenêtre mobile de quelques millimètres carrés en mesurant l'intensité du rayonnement de fluorescence qu'ils émettent. Un deuxième message, un peu plus éloigné de l'objet de l'étude, un peu plus proche de l'observateur, est constitué par les intensités successives du rayonnement de fluorescence traversant la fenêtre, qui se déplace à la surface de la section polie, pour venir frapper le détecteur de rayonnement^(*) (en pratique c'est la préparation qui se déplace sous une fenêtre fixe) (fig. 2). Si a est le vecteur qui repère les positions successives du barycentre de la fenêtre, nous pouvons représenter les variations de l'intensité de fluorescence détectée par une fonction $g(a)$. On calcule $g(a)$ en faisant le bilan de la contribution des différents atomes de cuivre,

(*) Ce message est le premier à avoir une réalité physique. Le précédent, la représentation de l'objet, avait été imaginé pour rendre compte de l'origine des rayonnements que l'on captait. De façon générale, la représentation que nous donnons d'un objet est faite pour rendre compte, sous une forme unique, de la multiplicité des messages qui en émanent, et par lesquels il se manifeste à nous. On dit qu'elle réalise "l'intégration" des stimuli, sensoriels ou instrumentaux, qui nous parviennent de l'objet. L'épistémologie génétique étudie le mécanisme de cette intégration.

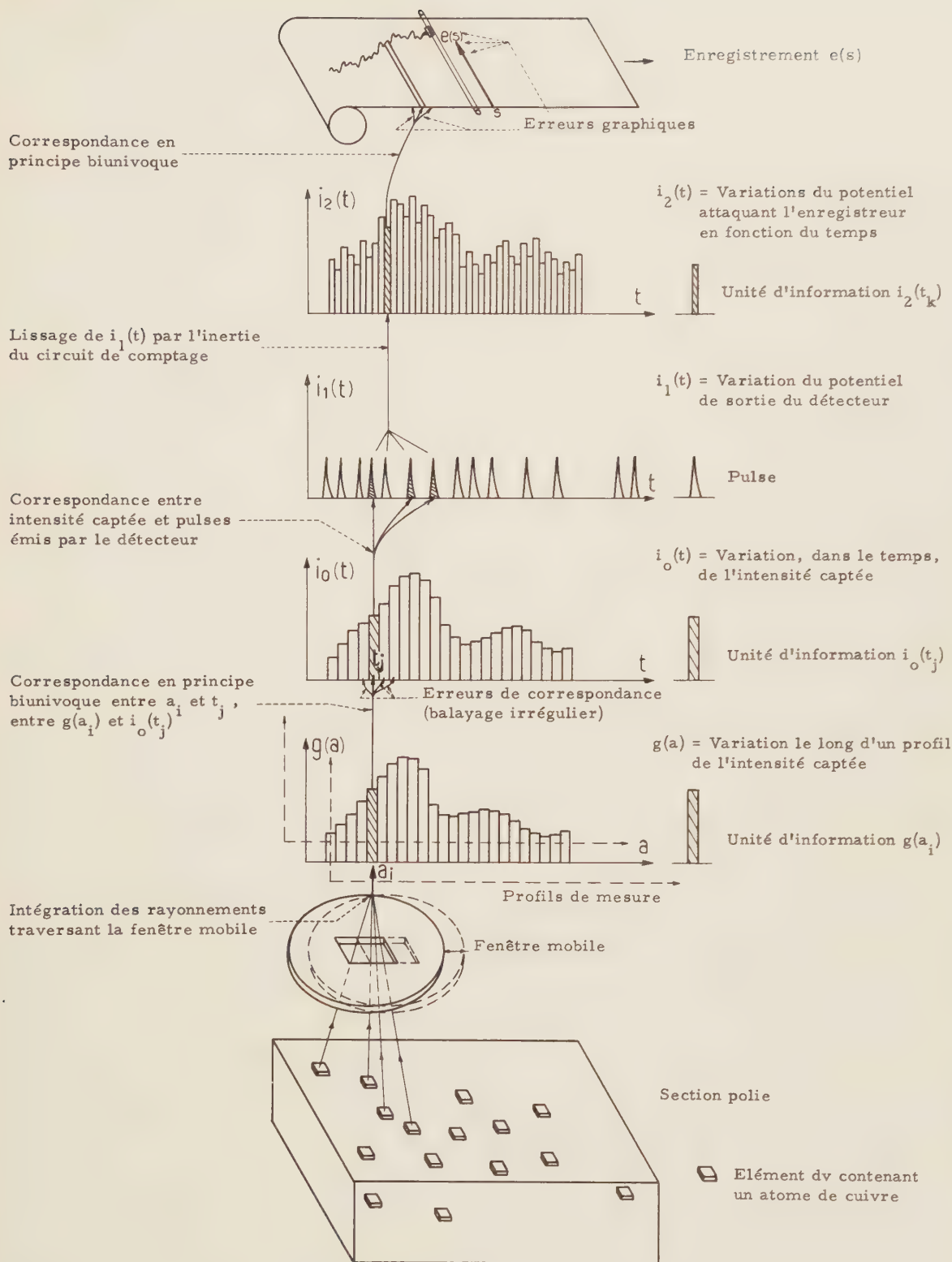


Figure 2 - Schéma de la chaîne d'observation.

compte-tenu de leur position, pour chaque position de la fenêtre. Ce bilan peut être représenté par une opération fonctionnelle, le produit de convolution de $f(a)$ par une fonction que la connaissance du mécanisme de la mesure nous permettra de définir. Avec $g(a)$, nous disposons d'une expression rendant compte de l'intensité détectée pour toute position possible de la fenêtre à la surface de la préparation. Nous n'en demanderons pas tant, puisque la fenêtre mobile se borne à parcourir des profils. Son mouvement étant uniforme, une correspondance, en principe biunivoque, relie la date t à laquelle une intensité de rayonnement parvient au détecteur, au vecteur a qui repère la position correspondante de la fenêtre mobile : soit $i_0(t)$ l'intensité de rayonnement parvenant à l'instant t , au détecteur ; on obtient $i_0(t)$ en prenant la valeur de $g(a)$ pour le vecteur a qui correspond à l'instant t . Nous pouvons donc envisager un nouveau message $i_0(t)$, situé, dans la chaîne de communication, encore un peu plus loin de l'objet de l'étude et un peu plus près du récepteur d'information. Imaginons le message constitué par les valeurs successives de $g(a)$ le long des profils de mesure, et découpons le en unités d'information constituées par de petits éléments linéaires da , pour lesquels on peut attribuer à $g(a)$ une valeur bien définie. Découpons, d'autre part, $i_0(t)$ en unités d'informations contenues dans les intervalles de temps dt qui devraient, en principe, correspondre au parcours des petits segments da . Si nous avons pu établir de façon parfaite la correspondance entre la date t d'une observation et la position qu'occupait alors la fenêtre mobile, nous devrions retrouver, dans des unités d'information correspondantes, la même valeur pour $i_0(t)$ et pour $g(a)$. Malheureusement, ce n'est jamais le cas, et l'état de l'unité d'information $i_0(t)$ correspond, en fait, à celui d'une unité d'information $g(a)$ située à une certaine distance de celle que l'on devrait prendre en considération, distance dépendant des erreurs de repérage que l'on a commises. Ainsi, si nous considérons un état bien défini pour une unité d'information occupant une position donnée dans le message $i_0(t)$, il faudra envisager un ensemble d'états possibles pour l'unité d'information correspondante du message $g(a)$; la probabilité de ces différents états dépend du caractère des variations de $g(a)$ et des erreurs de repérage. En sens inverse, de l'émetteur vers le récepteur, il en va de même.

Au signal $i_0(t)$ va succéder un message $i_1(t)$, le signal de sortie du détecteur de rayonnement. Sur le plan physique, à des unités d'information $i_0(t)$ dont les états étaient constitués par le niveau, variable dans le temps, d'une intensité de rayonnement, correspondent maintenant des unités d'information dont les états sont constitués par le niveau, variable dans le temps, du potentiel d'une plaque. La réponse du détecteur à une certaine quantité d'énergie incidente étant constituée par l'émission d'un nombre aléatoire d'électrons, à des dates aléatoires, il ne saurait être question d'une correspondance biunivoque entre l'état d'une unité d'information occupant une position bien définie dans le message $i_0(t)$ et celui de l'unité d'information correspondante dans le message $i_1(t)$. La correspondance s'exprime seulement en termes de probabilité, sous une forme que l'on peut s'efforcer, en jouant sur les paramètres instrumentaux, de rendre justiciable de l'emploi de la théorie de l'information.

Le signal $i_1(t)$, constitué par une suite d'impulsions, est traité par les circuits électroniques de l'appareil de mesure, et donne naissance à un signal $i_2(t)$ suffisamment continu pour pouvoir attaquer un enregistreur. Dans cette transformation interviennent encore des effets quantiques, se traduisant par une relation multivoque entre les états des unités d'information correspondantes du message i_1 et du message i_2 . Mais on doit, en outre, tenir compte d'une transformation linéaire, liée à l'inertie des circuits de mesure, que nous étudierons par la suite, ainsi que des dérives instrumentales liées, en particulier, aux variations régulières du gain des amplificateurs.

Après quoi, l'enregistreur substitue au message $i_2(t)$ un message $e(s)$ qui est un enregistrement. Mis à part le fait que nous changeons encore une fois d'espace physique, puisque nous passons d'unités d'information $i_2(t)$ dont les états sont les valeurs prises, dans le temps, par un potentiel électrique, à des unités $e(s)$ dont les états correspondent aux différentes élongations du style le long du papier enregistreur, on rencontre alors le même type de problème que lorsqu'il s'agissait d'assurer la correspondance entre l'intensité de rayonnement $g(a)$ repérée sur un profil et l'intensité $i_0(t)$ repérée dans le temps. Les multivoques s'expliquent maintenant par les erreurs graphiques, par les variations de vitesse de déroulement du papier, par sa dilatation, etc...

Enfin, on échantillonne $e(s)$ avec une précision et un pas d'échantillonnage permettant, si possible, de reconstituer les variations que l'on observe sur l'enregistrement. Le dernier message que nous obtenons, le plus proche du récepteur d'information, est donc une suite de chiffres dont les états sont des valeurs numériques e_j . La possibilité de reconstituer exactement l'état des unités d'informations $e(s)$ à partir de la suite de valeurs e_j met en cause la théorie de l'échantillonnage, et ne sera pas discutée ici.

1.1.4.2. - STRUCTURE DE LA CHAÎNE D'OBSERVATION

L'analyse qui précède a fait apparaître plusieurs niveaux dans la chaîne qui joint l'objet observé au récepteur de l'information. Ces niveaux s'enchaînent, du plus proche de l'objet au plus proche du récepteur. A chaque niveau, on rencontre un "message".

On peut se représenter chaque message comme une juxtaposition d'unités d'informations. Il ne faut pas aller trop vite en besogne, et confondre dès maintenant unités d'information et éléments d'un alphabet (au sens mathématique du terme). Les unités d'information et leurs états sont des réalités physiques qu'il va falloir modeler, en jouant sur les opérations physiques qui leur donnent naissance, pour que la notion abstraite d'alphabet s'applique correctement. On pourrait envisager des unités d'in-

formation qui se recouvrent, mais on a intérêt à définir des unités d'information n'empiétant pas les unes sur les autres, et on y arrive généralement. Les unités d'information s'étendent dans un espace physique particulier à chaque message, et les états qu'elles peuvent présenter correspondent à différentes valeurs d'une grandeur physique particulière. Ainsi, dans la chaîne précédente :

- les unités du message initial s'étendaient dans le volume de l'échantillon, et leurs états correspondaient à la présence ou à l'absence d'un atome de cuivre,
- les unités de $g(a)$ s'étendaient le long des profils de mesure, et leurs états correspondaient à différentes valeurs d'une intensité de rayonnement,
- celles de $i_0(t)$ s'étendaient dans le temps, et leurs états correspondaient encore à différentes intensités de rayonnement,
- celles de $i_1(t)$ s'étendaient également dans le temps, avec des états correspondant au potentiel d'une plaque,
- etc...

Nous définirons donc un message comme : "une juxtaposition d'unités d'information". Soit une unité d'information bien définie. On peut essayer de définir l'ensemble des états qu'elle est susceptible de prendre dans telle ou telle circonstance particulière. Ces ensembles regroupent des états qui peuvent se substituer l'un à l'autre, dans la même unité d'information : ce sont des états commutables. Le message, contrairement à ces ensembles, regroupe des états simultanés, concaténés les uns aux autres, et non pas commutables(*).

La correspondance qui relie les constituants des messages que l'on rencontre à deux niveaux successifs de la chaîne a les mêmes caractères que la correspondance reliant les constituants d'un objet et ceux d'une image le représentant. Le "message-objet" est situé du côté de l'objet, le "message-image" du côté du récepteur.

On retrouve cette structure dans beaucoup d'applications différentes. Dans l'exemple qui nous a servi à présenter des notions de théorie de l'information, chaque unité d'information du message-objet correspondait à un cristal de calcite ; les états x_i qu'elle pouvait présenter correspondaient à diverses provenances. Chaque unité d'information du message-image était un résultat analytique (un par cristal) ; les états qu'elle pouvait présenter étaient des paliers de concentration y_j . Dans cet exemple simple, la correspondance objet-image se faisait unité d'information à unité d'information : d'un cristal à une analyse ; les unités d'information d'un même message se trouvaient dans des états indépendants : les messages n'étaient pas structurés.

Les unités d'information du message-objet peuvent aussi être les constituants d'une roche avant déformation, les unités d'information de l'image étant les constituants de la même roche après déformation.

Quand le message-objet est un texte, le récepteur capte un message-image altéré par le bruit et par les erreurs de transmission qui caractérisent le canal par lequel se fait la communication. On peut alors définir des unités d'information à deux niveaux différents : on peut considérer les caractères comme unités d'information, ou, si l'on préfère, ne pas pousser l'analyse du message au-delà des mots qu'il juxtapose. Pour un message graphique, et non plus verbal, on peut se poser le même problème : faut-il considérer comme unités d'information les éléments simples auxquels aboutit l'analyse la plus poussée, ou se limiter à des "composés" s'ils peuvent, eux aussi, constituer un ensemble de référence ? (un "référentiel" comme l'alphabet) ; doit-on adopter une formulation "microscopique", ou se limiter à une formulation "macroscopique" ?... Tout dépend du niveau de complexité auquel se situent les objets que l'on a besoin de représenter, ainsi que de la possibilité de structurer les référentiels que l'on pourrait choisir et de définir la probabilité de leurs constituants. On notera au passage que les caractères d'un alphabet (au sens vulgaire) ne sont pas les termes formels les plus simples possibles : ce sont, en fait, les traits caractéristiques qui les opposent : forme, place, orientation des traits qui les composent.

(*) Nous introduisons ainsi deux notions sémiologiques, celle de syntagme (collection d'états concaténés les uns aux autres) et celle de système (collection d'états commutables). La conjonction "et" caractérise le mode d'association des éléments du syntagme. Quant au système, c'est la conjonction "ou bien".

1.1.4.3. - DEUX TYPES D'INCERTITUDE RELATIFS A UNE UNITE D'INFORMATION BIEN DEFINIE

Le récepteur d'information ne peut observer l'état des unités d'information que dans le cas du message situé au niveau de communication le plus proche de lui ; ce message apparaît à "l'interface" située entre la chaîne d'observation et le récepteur. Dans ce qui va suivre, nous appellerons "image" le message d'interface, et "objet", comme précédemment, le message qui rend compte le mieux possible de l'objet des observations. L'interprétation des observations consiste à remonter des états observés sur des unités d'information de l'image aux états des unités d'information de l'objet ; elle n'aboutit pas obligatoirement à la meilleure connaissance possible de l'état des unités d'information de l'objet, mais elle le précise.

Même si l'image qui apparaît à l'interface est douée d'une certaine variabilité, on doit quand même, à un certain moment, se résoudre à fixer l'état des constituants du message qui la représentera dans le cours de l'interprétation. Nous supposons que cela a été fait, que nous nous trouvons en présence d'un message-image dont les termes se trouvent dans un état fixé une fois pour toutes ; en fait de termes, nous envisagerons ici des unités d'information, mais on aurait pu formuler le problème en envisageant des termes plus complexes. Le message est formé de termes concaténés les uns aux autres. A la place de chacun d'eux, on pourrait rencontrer tout un système de termes capables de le remplacer, dans certaines conditions : l'état d'une unité d'information bien définie du message-image qui sert de point de départ à l'interprétation s'insère dans un système d'états commutables. Par système nous entendons une collection d'états, qui n'a pas forcément les caractères d'un ensemble au sens mathématique du terme (ses constituants ne sont pas forcément définis, ni distincts), avec des relations particulières entre états et des probabilités plus ou moins faciles à formuler mathématiquement. Nous allons essayer dans ce qui suit d'ajuster les caractères de ces systèmes physiques à la notion mathématique d'ensemble, de les structurer et de les probabiliser, pour en faciliter la comparaison ; il ne faut pas brûler les étapes et dire d'emblée : "ces systèmes sont des ensembles, etc...".

Pour chaque unité d'information dont on a relevé l'état, l'information naît de la comparaison des deux systèmes suivants, que nous appellerons S_1 et S_2 .

- S_1 est constitué par les hypothèses que l'on peut avancer quant à l'état de l'unité d'information à laquelle on s'intéresse. Une représentation mathématique de S_1 , que nous appellerons E_1 , est forcément moins riche que le système d'hypothèses possibles, car l'imagination du géologue est toujours capable de franchir le cadre du système d'hypothèses générales dont se déduisent les hypothèses particulières relatives à l'unité d'information considérée. Ces hypothèses générales concernent avant tout la structure du message, une fois celui-ci complété : c'est à partir d'elles que, connaissant l'état que l'on a relevé pour certaines unités d'information, on déduit les hypothèses possibles pour celle à laquelle on s'intéresse.

Ainsi, dans l'exemple que nous avons donné précédemment (1.1.3.2.), E_1 était l'ensemble des concentrations en magnésium auxquelles on pouvait s'attendre, en supposant les cristaux de provenance x_1, x_2, x_3 , distribués au hasard (hypothèse générale sur la structure du message).

- Le deuxième système S_2 , est constitué par les états que l'on aurait effectivement pu relever pour l'unité d'information considérée, étant donné les conditions d'expérience. Il s'agit, dans l'exemple cité, de l'ensemble des concentrations en magnésium que l'on aurait pu mesurer sur le cristal prélevé. Il est en général plus facile de donner une définition mathématique ou opérationnelle (par des essais de reproductibilité), pour S_2 que pour S_1 . Nous appellerons E_2 cette représentation : la valeur d'une observation particulière dépend de ses relations avec les autres constituants de E_2 , qui auraient pu se substituer à elle. On peut être tenté d'assimiler la variabilité des constituants de E_2 à la notion de bruit ; mais la notion de bruit suppose que seule une partie des constituants de E_2 soient "corrects", les autres étant erronés ; ce n'est pas le cas ici.

L'évaluation qualitative ou quantitative de l'information apportée par l'indication de l'état de l'unité d'information considérée, résulte de la comparaison de S_1 et de S_2 . Cette comparaison suppose que l'on ait donné une formulation, mathématique si possible, de ce qu'il y a lieu de comparer ; que l'on ait dégagé des éléments de comparaison de la définition de E_1 et de E_2 et de l'analyse de leur structure.

Supposons par exemple que E_1 et E_2 se présentent comme des ensembles de résultats numériques distribués au hasard, à chacun desquels on peut affecter une probabilité bien définie. Une mesure de la dispersion statistique qui les caractérise fournira alors un bon élément de comparaison : comparer des dispersions est tout à fait logique, puisqu'une observation apporte d'autant plus d'information que l'éventail des résultats qu'elle peut effectivement fournir est réduit devant celui que l'on pouvait imaginer au départ. Comme l'entropie est une mesure de la dispersion, la signification du transfert d'information en théorie de l'information est évidente :

$$\bar{I} = H(y) - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot H_{x_i}(y)$$

(Il s'agit de l'expression à l'usage de l'émetteur, symétrique de celle que nous avons donnée pour le récepteur).

$H(y)$ est une mesure de la dispersion des résultats que l'on peut imaginer (ensemble E_1) ; on la compare à la valeur moyenne de la dispersion des résultats que l'on peut effectivement observer (ensemble E_2) dans chacune des éventualités x_i qui se présentent.

1/ Le système E_1 .

Rappelons qu'il concerne l'ensemble d'états que l'on peut imaginer, pour l'unité d'information à laquelle on s'intéresse, compte-tenu d'une connaissance fragmentaire du message et de ce que l'on sait a priori de sa structure. Si l'on s'intéresse successivement aux différentes unités d'information du message, on peut imaginer un ensemble d'ensembles $E_1 : E_1^1, E_1^2, \dots, E_1^j \dots (*)$.

Les caractères de E_1 déterminent l'incertitude dans laquelle on se trouve en ce qui concerne l'unité d'information considérée. Ils définissent donc les questions qu'on peut se poser à son égard et, par conséquent la façon de l'observer.

Si l'on examine la façon dont l'incertitude varie, à l'intérieur du message, lorsqu'on passe d'une unité d'information à l'autre, on définit la tactique à employer pour répartir le nombre d'observations que l'on peut réaliser entre les différentes unités d'information. C'est de cette manière que le géologue définit les points où il va entreprendre des observations dans le secteur qu'il étudie. Nous considérerons donc que la définition des E_1^j s'incorpore à l'étude "tactique".

C'est la structure du message qui permet de définir les E_1^j . Dans le cas du message qui apparaît à l'interface séparant la chaîne d'observation de l'observateur, cette structure est déterminée par celle de l'objet et par la forme des relations faisant passer, d'un niveau à l'autre, de l'état des unités d'information de l'objet à l'état de celles de l'image.

2/ Le système E_2 .

Rappelons d'abord qu'il regroupe les états d'une unité d'information donnée pouvant effectivement apparaître dans les conditions de l'observation. On peut le définir par des essais de reproductibilité ou, de façon théorique, en étudiant la relation existant entre l'état de l'unité considérée et celui des unités d'information du message qui précède, dans la chaîne de communication, celui auquel on s'intéresse. A ce sujet, on se reportera au chapitre 1.1.5.1., ou à l'étude des différentes marques pouvant se substituer l'une à l'autre en un point d'une carte. La définition et la caractérisation de E_2 présentent l'intérêt suivant :

- On définit ainsi la situation des états que l'on a observés par rapport à ceux qui auraient tout aussi bien pu apparaître dans les mêmes conditions. Savoir que E_2 se limite à un seul résultat bien défini fixe la signification du résultat d'une observation unique, ou de deux ou trois observations concordantes : c'est le résultat. Savoir que E_2 est composé par un ensemble de valeurs aléatoires fixe la signification d'une observation, ou d'un ensemble d'observations discordantes ; c'est un échantillon permettant d'estimer les paramètres caractérisant E_2 . Ces considérations précisent la manière dont on doit conduire les observations ; si E_2 se réduit à un état bien déterminé, une observation suffit ; si E_2 se présente comme une population statistique, on doit faire un nombre d'observations adapté à la précision avec laquelle on veut estimer ceux de ses paramètres qui sont intéressants.

(*) Dans le cas le plus simple, tous les ensembles E_1^j sont identiques.

- L'étude de la relation qui définit E_2 à partir de l'état des unités d'information du message du niveau précédent présente un double intérêt. Tout d'abord, le fait de lui trouver une formulation mathématique permet de définir la relation réciproque permettant de remonter de l'état des unités d'information de l'image à celui des unités d'information de l'objet, ce qui fixe le mécanisme de l'interprétation. D'autre part, l'étude de cette relation permet de savoir comment la modification des paramètres de l'observation se répercute sur la structure et sur les paramètres qui caractérisent E_2 , compte-tenu de la structure de l'objet étudié. On peut ainsi adapter les paramètres de l'observation au but que l'on poursuit et à la structure des objets que l'on a des chances de rencontrer. En opérant ainsi, on peut se proposer de donner à E_2 les caractères les mieux définis possibles, ou bien être moins exigeant sur ce point, mais essayer d'ajuster E_2 à un modèle particulièrement pratique, ou encore se borner à réduire le plus possible la dispersion des états qui le constituent pour se rapprocher du cas où l'on obtient un résultat bien déterminé.

On constate ainsi que l'étude de E_2 , en précisant la signification des résultats de l'observation, et en permettant d'adapter son mécanisme aux objets que l'on se propose d'étudier, s'intègre logiquement dans le cadre de l'étude stratégique.

1.1.4.4. - DEFINITION DES PROBABILITES

La définition d'une probabilité suppose toujours que, dans un ensemble E , certains éléments que l'on peut reconnaître à une propriété qu'ils possèdent, se présentent dans une proportion P bien définie. Si l'on peut définir des "strates", qui sont des parties de E où les éléments caractérisés par la propriété considérée se présentent dans une proportion différente de P , on doit définir une probabilité pour chaque strate, dont on se servira si l'on sait reconnaître la strate dont proviennent les éléments étudiés. On peut ne faire intervenir qu'une seule probabilité, totale, mais à condition de s'être assuré que l'on se procure les éléments étudiés par un procédé tel que la probabilité pour qu'ils appartiennent aux différentes strates soit bien définie ; c'est pour cela que nous allons nous intéresser à la définition des strates.

Les états de l'ensemble E_2 sont déterminés par le mécanisme de l'observation. Si l'on veut que la 'probabilité' de ces états représente une réalité physique, et soit autre chose qu'une clause de style, on doit agir sur les conditions physiques dans lesquelles s'effectue ce mécanisme. On verra par la suite comment, en géochimie, on peut définir correctement la probabilité des états du système E_2 en erratisant l'effet de grain.

En ce qui concerne E_1 , on définit généralement la probabilité des états que l'on peut envisager pour une unité d'information bien définie en considérant un ensemble d'unités d'information dans lequel elle s'insère logiquement, et pour lequel on peut déterminer la proportion dans laquelle se présentent les différents états. Soit par exemple une unité d'information représentant une surface d'un hectare sur une carte d'indices géochimiques ; supposons que nous envisagions pour elle les états suivants : y_0 = ne contenir aucun indice ; y_1 = contenir au moins un indice d'antimoine ; y_2 = contenir des indices d'antimoine et d'un autre métal. En ce qui concerne la propriété : "se trouver dans l'état y_1 ", nous verrons que l'ensemble des unités d'informations de la carte n'est pas homogène. On peut le décomposer en strates, et d'une strate à l'autre, la proportion des unités d'information qui se trouvent dans l'état y_1 varie considérablement. Supposons pour fixer les idées que nous ayons adopté la stratification représentée sur la figure 3 (nous verrons par la suite qu'elle serait trop schématique) :

- une strate I regroupe les unités d'information situées au voisinage de l'intersection de failles appartenant à deux systèmes différents, que nous appellerons le système A et le système B,
- une strate II regroupe les unités d'information proches des failles A, mais pas des failles B.
- une strate III regroupe les unités d'information proches des failles B, mais pas des failles A.
- une strate IV regroupe les unités d'information éloignées des failles des deux systèmes.

On pourra définir la probabilité pour qu'une unité d'information bien définie se trouve dans l'état y_1

- en supposant connue la strate qui l'englobe et en se basant sur la proportion des unités d'information de cette strate qui se trouvent dans l'état y_1 ,
- s'il règne une certaine incertitude sur la strate à laquelle s'incorpore l'unité d'information considérée, à condition que l'on puisse ramener à un tirage au hasard dans une "urne à n strates" la façon dont on a été amené à l'examiner.

Considérée du point de vue de son extension, chaque strate constitue une unité géométrique, caractérisée par un invariant géométrique justifiant qu'on lui incorpore l'unité d'information au sujet de laquelle on s'interroge (invariant : se trouver à moins d'une certaine distance des failles de certains systèmes tectoniques). Considérée "en intensité", c'est-à-dire du point de vue de la valeur de la propriété à laquelle on s'intéresse (contenir un indice d'antimoine), chaque strate constitue une unité statistique homogène : on ne peut la décomposer en parties où la propriété se présente dans une proportion différente ; c'est cette considération qui justifie la définition de la probabilité à laquelle on s'intéresse. Chaque strate constitue ainsi un objet dont l'unité se manifeste, en extension, par un invariant géométrique, et en intensité par un invariant statistique. C'est un mécanisme génétique, une histoire qui explique cette unité structurale.

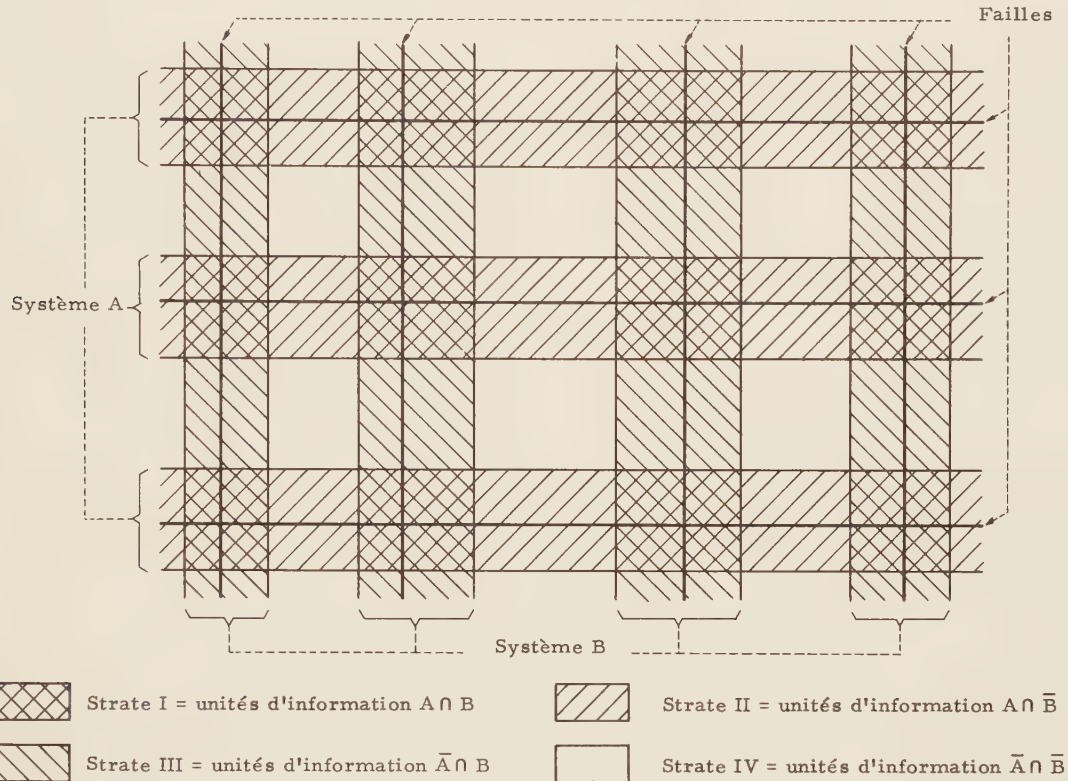


Figure 3 - Stratification des unités d'information d'une carte.
On a défini les strates en prenant de part et d'autre de chaque faille une bande de terrain de largeur égale au quart de la distance qui la sépare de la faille la plus proche.

Les géologues négligent généralement d'analyser la stratification des données qu'ils traitent ; de ce fait les statistiques qu'ils établissent sont fréquemment dépourvues de signification, parce que les probabilités qu'elles font intervenir ne correspondent à rien de bien défini.

1.1.5. - LA CARTE GEOCHIMIQUE

1.1.5.1. - DISPERSION DES CONCENTRATIONS MESURABLES EN UN MÊME POINT

Considérons une image cartographique de la distribution des concentrations d'un élément, le cuivre par exemple. Sur la carte, les unités d'information sont des éléments de surface à l'in-

térieur desquels on a reporté le résultat d'une mesure de concentration^(*). Le barycentre de l'élément de surface représente le barycentre de l'échantillon analysé. Les états possibles pour une unité d'information donnée correspondent à différents paliers de concentration, définis en découplant l'intervalle de variation de la concentration en cuivre en classes de concentration y_j . En fait, pour rendre la carte plus lisible, au lieu de représenter l'état des unités d'information par un chiffre, on le représente par une couleur conventionnelle ou par un palier de gris traduisant la classe de concentration y_j que l'analyse a permis de déterminer.

Nous verrons par la suite que pour rendre les mesures de concentration homogènes, il serait préférable d'exprimer leur résultat en concentration par unité de volume. Bien que ce ne soit pas une solution couramment adoptée, nous considérerons donc dans ce qui suit que les concentrations sont exprimées en milliagrammes-grammes par cm^3 , ce qui nous évitera quelques complications.

En ce qui concerne l'objet étudié, qui est un volume rocheux, on peut envisager comme précédemment de découper sa représentation en éléments de volume dv contenant au plus un barycentre d'atome de cuivre, et d'affecter l'état 1 aux unités d'information dv qui contiennent un barycentre d'atome de cuivre, l'état 0 aux autres. Mais en général, on peut faire les raisonnements qui vont suivre sans qu'intervienne un découpage aussi fin : on envisage des éléments dv beaucoup plus vastes, contenant chacun un très grand nombre d'atomes de cuivre, éléments caractérisés par une concentration en atomes de cuivre par unité de volume que nous appellerons "concentration microscopique", pour la distinguer de la "concentration mésoscopique" que l'on détermine dans les échantillons analysés.

Le résultat de l'analyse d'un échantillon est la somme de la concentration moyenne des éléments dv qui le composent et des erreurs de mesure. On peut donc classer les facteurs dispersifs qui aboutissent à un système de résultats y_j différents pour une même unité d'information de la carte en deux rubriques principales :

- les facteurs dispersifs aléatoires : erreurs d'analyse, mauvais repérage des résultats, etc...
- les facteurs dispersifs "structuraux", qui font varier la concentration moyenne réelle d'un échantillon de barycentre bien défini, selon les éléments dv de l'objet qu'il englobe, lorsque sa forme varie. Ces facteurs sont à l'origine de ce que l'on appelle "l'effet de grain" en géochimie des éléments majeurs, parce que dans ce cas la concentration réelle varie avec l'introduction dans l'échantillon de tel ou tel grain particulier d'une espèce à composition stoechiométrique. Nous conserverons le terme "effet de grain".

Ne serait-ce qu'à cause de l'effet de grain, si l'on veut que le système E_2 des états y_j pouvant caractériser une unité d'information donnée de la carte (c'est-à-dire l'ensemble des concentrations mesurables sur des échantillons de même barycentre), et leur probabilité, soient bien définis, on est obligé de fixer certains des paramètres de l'observation. En premier lieu, on convient généralement d'opérer sur des échantillons de volume invariable. Même dans ces conditions, si la forme de l'échantillon n'est pas bien définie, on ne peut préciser les caractères de E_2 que si les concentrations microscopiques varient au hasard ; on se reportera à l'étude classique de l'effet de grain dans ces conditions (P. Laffitte, G. Matheron).

Nous allons essayer d'analyser l'effet de grain, tel qu'il se présente lorsqu'on fixe la forme et les dimensions des échantillons mésoscopiques soumis à l'analyse, par exemple lorsqu'on analyse des carottes de longueur et de diamètre bien définis. L'effet de grain résulte alors de la variation du nombre moyen d'atomes de cuivre par unité de volume dans une carotte de barycentre bien défini dont peut seulement varier l'orientation, selon la concentration microscopique des éléments dv qu'elle englobe, pour les différentes orientations considérées.

Supposons que d'après la forme de l'échantillon et d'après les caractères géométriques de la distribution des concentrations microscopiques, on puisse exprimer la concentration moyenne de l'échantillon, c , en fonction des paramètres qui fixent son orientation (c ne se confond pas avec le résultat y_j qui subit, en outre, l'influence des erreurs). Il ne s'agit pas d'exploiter la relation entre concentration et orientation de l'échantillon pour remonter grâce à elle, à la distribution des concentrations microscopiques : si on voulait étudier la distribution des concentrations microscopiques, on utiliserait une autre méthode que l'analyse d'un échantillon mésoscopique. Il s'agit

^(*) Ces unités d'information constituent ce que, par la suite, nous appellerons des "éléments" graphiques, dans une hiérarchie comprenant éléments, objets, figures, structures.

seulement d'exploiter la relation entre la concentration de la carotte et son orientation pour donner à l'ensemble des résultats y_j que l'on peut effectivement obtenir en un point les caractères les mieux définis.

Nous nous proposerons de trouver un procédé fixant l'orientation de l'échantillon par rapport à des axes liés au volume rocheux étudié(*), de façon à arriver, quant à l'ensemble des résultats observables en un point, à l'un ou à l'autre des résultats suivants :

- Détermination de la concentration : le procédé limite au maximum la dispersion des concentrations de façon à ce que l'une quelconque d'entre elles se rapproche le plus possible de toutes celles que l'on aurait pu obtenir à sa place.

- Erratisation de la concentration : le procédé fait de la concentration c une variable aléatoire s'ajustant à une loi statistique bien définie, ce qui fixe la signification d'un résultat, ou d'un ensemble de résultats particuliers, par rapport à l'ensemble des résultats que l'on aurait pu obtenir. On peut essayer d'arriver à la loi la mieux définie possible, ou essayer de se rapprocher d'une loi particulièrement pratique, en particulier d'une loi définie par un petit nombre de paramètres. On verra l'intérêt de la deuxième solution lorsqu'il s'agit de construire la carte des concentrations.

Si l'on veut aboutir à une relation simple entre l'orientation de l'échantillon et sa concentration moyenne, on doit repérer l'orientation de la carotte par rapport à des plans de concentration microscopique anormale, qui sont des plans structuraux, ou par rapport à des chafnes de concentrations anormales coïncidant avec des linéations. Les plans et les axes structuraux qui caractérisent la distribution des concentrations microscopiques sont plus ou moins bien définis selon le degré d'ordre qu'elle présente.

Autour d'un point d'observation, on peut rencontrer une distribution de la concentration microscopique telle qu'il existe des domaines de variation des paramètres définissant l'orientation de la carotte pour lesquels l'ensemble des concentrations observables présente des caractères intéressants : domaines de très faible dispersion des résultats, domaine où l'on observe un résultat particulièrement représentatif de l'ensemble des résultats possibles, domaine où les résultats varient au hasard selon une loi bien définie, etc... Il se peut au contraire que la structure des variations de concentration microscopique soit telle que, quelle que soit l'orientation que l'on choisisse, on obtienne des ensembles de résultats ayant toujours les mêmes caractères statistiques. Nous nous sommes donc efforcés de caractériser la structure des distributions de concentrations microscopiques (dans le domaine de la géochimie des éléments majeurs, de caractériser la texture des roches), en partant de ce point de vue. Est-ce une structure pour laquelle il est souhaitable de préciser l'orientation d'un échantillon mésoscopique, comme dans le premier cas ? ou au contraire, est-ce une structure pour laquelle aucune orientation préférentielle ne s'impose ? La réponse découle d'une étude de la structure locale de la distribution des concentrations microscopiques, dans des domaines ayant une taille comparable à celle des échantillons que l'on se propose d'analyser.

Mais à côté de cette étude se pose aussi le problème de l'enchaînement des structures locales, lorsqu'on passe de l'un à l'autre des points où l'on a décidé de mesurer une concentration mésoscopique : si l'on peut définir facilement des axes structuraux locaux, et si la direction de ces axes présente des variations régulières lorsqu'on passe d'un point de mesure à l'autre, il est bien plus facile de fixer, pour chaque mesure, l'orientation de l'échantillon qui donne les meilleurs résultats. Par contre, une variation très irrégulière des directions structurales locales d'un point de mesure à l'autre oblige pratiquement à tirer au hasard l'orientation de l'échantillon analysé, ce qui erratise peu ou prou les résultats.

L'étude de l'effet de grain permet seulement de déterminer les caractères de l'ensemble de concentrations que l'on peut rencontrer dans une carotte de barycentre donné. Pour définir l'ensemble des résultats analytiques y_j possibles, il faut combiner les caractères de cet ensemble de concentrations avec ceux des erreurs. Si l'on a opté pour une erratisation, on définit ainsi les probabilités $p(y_j)$ de l'ensemble des résultats y_j observables en un point de la carte. On peut alors déterminer l'entropie $H(y)$ qui correspond aux mesures effectivement réalisables en un point bien défini, pour évaluer le transfert d'information. Il serait sans aucun doute intéressant de relier cette entropie à l'entropie de configuration définie par C.E. Ehrström. Lors-

(*) Nous dirons ultérieurement : "fixant l'attitude du dispositif d'observation".

qu'on peut employer une méthode non destructive, indéfiniment répétable, comme le dosage sur section polie à la macrosonde de fluorescence, on a tout intérêt à vérifier la définition des probabilités $p(y_j)$ par des essais de reproductibilité.

Dans ce chapitre, nous avons défini les objectifs que nous devons viser, dans le domaine de l'analyse structurale, pour assurer une bonne valorisation de l'information géochimique. Il s'agit de définir et de caractériser des structures microscopiques locales d'une manière permettant :

- de définir des repères locaux par rapport auxquels on précisera l'orientation de l'échantillon analysé ;
- d'évaluer au moins approximativement l'entropie caractérisant la dispersion des résultats obtenus en un même point, pour différents modes d'orientation de l'échantillon, pour choisir celui qui optimise le gain d'information ;
- éventuellement, mais cela semble beaucoup plus difficile, de définir la probabilité $p(x_i)$ que l'on a de rencontrer les différents types x_i de structure microscopique locale, ce qui permettrait une évaluation quantitative du gain d'information par mesure de concentration mésoscopique.

1.1.5.2. - RÉDUCTION ET GÉNÉRALISATION DE L'INFORMATION

Les informations sont des indications sur l'état des unités d'information du message qui apparaît à l'interface séparant l'observateur de la chaîne d'observation. Pour être examinées ou communiquées, les informations doivent subir une mise en forme qui constitue leur présentation.

La présentation de l'information peut se borner à exprimer les indications dont on dispose de façon lisible. Mais la plupart du temps, elle prétend reconstituer un des messages apparaissant dans la chaîne de communication, soit le message d'interface, soit un message plus proche de l'objet de l'étude. La présentation de l'information succède alors à une interprétation remontant des indications dont on dispose à l'état des unités d'information du message auquel on s'intéresse particulièrement. Ainsi, lors d'une étude des concentrations en cuivre dans une section polie, à la macrosonde de fluorescence, on pourra se borner à donner une présentation lisible et bien repérée des enregistrements que l'on a obtenus, ou bien essayer de reconstituer la répartition du cuivre dans la section polie en partant de ces enregistrements. Quelle que soit la solution adoptée, on peut montrer que l'on perdra une certaine quantité d'information si elle fait intervenir des procédés de représentation variables avec des propriétés de l'objet représenté que les données disponibles ne permettent pas de connaître de façon certaine. On doit donc éviter les codifications variables selon la nature de l'objet.

Nous ne nous intéresserons ici qu'au cas où il s'agit de représenter un des messages de la chaîne de communication. Le problème se pose à peu près de la même manière qu'il s'agisse de représenter le message d'interface ou un message beaucoup plus proche de l'objet de l'étude. La seule différence vient de ce que, pour le message d'interface que l'on appréhende directement, on connaît souvent de façon certaine quelques états caractérisant certaines de ses unités d'information ; au contraire, on ne connaît généralement que de façon hypothétique, comme un ensemble de possibilités se déduisant de l'interprétation des données dont on dispose, l'état des unités d'information des messages les plus proches de l'objet.

La correspondance existant entre une représentation fidèle d'un message et lui devrait se rapprocher le plus possible d'un isomorphisme :

- en extension, toutes les unités d'information du message devraient être représentées, chacune par une unité d'information de sa représentation, l'agencement des unités d'information du message devant être reproduit par leur représentation,
- en intensité, pour chacune des unités d'information du message, l'ensemble E_2 des états qu'elle peut effectivement revêtir devrait être représenté, les relations entre états devant être respectées par leur représentation.

Mais pour des raisons pratiques, lorsqu'on capte le message et lorsqu'on le représente, on ne s'intéresse généralement qu'à quelques unités d'information ; de plus, pour les unités retenues, on ne note que quelques indications d'état, beaucoup plus succinctes que l'ensemble E_2 des états

pouvant effectivement se présenter. Le choix des unités retenues se fait en fonction de la structure du message, de façon à perdre le moins possible d'information : on s'attache par exemple à déterminer l'état de celles à partir desquelles il sera facile de reconstituer le message, au moins approximativement, dans sa totalité. C'est en jouant sur les conditions d'observation (attitude et réaction du dispositif), que l'on donne au message une structure telle qu'il se laisse facilement compléter ; la théorie doit donc éviter de dissocier l'étude des programmes d'observation de celle des méthodes de présentation de l'information. D'autre part, l'état des unités d'information pour lesquelles on dispose de renseignements est indiqué par des procédés qui diffèrent selon la structure du système d'états qu'elles peuvent présenter effectivement, de façon à minimiser la perte d'information provenant d'une indication succincte. C'est encore une fois en jouant sur les conditions d'observation que l'on donne à ce système d'états la structure permettant de le traduire par les indications les plus succinctes possibles : l'indication d'une moyenne et d'une variance sera une façon particulièrement commode de traduire un système d'états, si l'on a su ajuster les conditions d'observation de façon à ce qu'ils se présentent comme une V.A. gaussienne. Encore une fois, nous devons éviter de dissocier les programmes d'observation des procédés servant à représenter leurs résultats.

Si l'on cherche la présentation la plus honnête possible du message auquel on s'intéresse, on lui demande d'abord d'être fidèle, c'est-à-dire de se rapprocher le plus possible d'un isomorphisme. Si on lui demande d'être honnête, elle doit de plus se limiter aux unités d'information dont on sait quelque chose, et ne représenter, pour ces unités, que ce que l'on sait. On voit, d'après ce qui précède, qu'une telle représentation est généralement incomplète : la plupart de ses unités d'information restent vides de toute indication ; se proposer de les remplir par le calcul revient à compléter la représentation "en extension". D'autre part, les indications d'état qui figurent dans certaines unités d'information sont plus succinctes que le système d'état auquel elles renvoient ; remonter de ces indications au système d'états qu'elle désignent revient à compléter la représentation "en intensité". A titre d'exemple, lorsqu'on passe d'une carte d'affleurements à une carte géologique complètement coloriée, on complète une représentation en extension. Lorsque, d'après des estimations basées sur un certain nombre d'analyses, on trace dans les différentes unités géologiques placées sur un log de forage la courbe de Gauss représentant la distribution des teneurs en uranium soluble que l'on peut y observer sur échantillons, on complète une représentation en intensité.

Mais, le plus souvent, il ne s'agit pas de compléter la représentation, mais de la simplifier, ceci pour deux raisons principales. D'abord, la représentation la plus fidèle n'est pas toujours la plus lisible, et pour lui faire mieux exprimer l'information qu'elle contient, on peut être amené à éliminer certaines de ses composantes. Pour une représentation scientifique, cette élimination ne peut se faire au gré de l'inspiration du moment : elle doit être codifiée, obéir aux règles d'un calcul qui déterminera les composantes de sa représentation en fonction des indications que l'on possède sur l'état des unités d'information du message. D'autre part, il arrive souvent que le message à représenter ait trop d'unités d'information, ou que chacune d'elles présente un système d'états trop compliqué pour que le mode de représentation dont on dispose en permette la traduction fidèle ; on doit alors réduire l'information disponible, pour la rendre compatible avec la puissance des moyens formels dont on dispose. On procède à une réduction en extension lorsque le nombre d'unités d'information de la représentation est inférieur à celui des unités d'information du message représenté. La réduction peut être réalisée en sélectionnant des unités d'informations particulières, ou en agglomérant dans une seule unité d'information de la représentation des indications relatives à l'état de plusieurs unités d'information du message. Sélection et agglomération doivent être codifiées, obéir aux règles d'un calcul, logique ou arithmétique. On procède à une réduction en intensité lorsque, sur la représentation d'une unité d'information du message, on simplifie la représentation du système d'états qui la caractérise. Cette simplification doit également être codifiée, obéir aux règles d'un calcul. Une carte des anomalies géochimiques supérieures à une limite donnée résulte d'une réduction en extension, par sélection ; une carte des tonnages par panneau d'une réduction en extension, par agglomération. La représentation des concentrations mesurées dans une unité géologique par l'indication d'une moyenne et d'un écart-type constitue une réduction en intensité. Les calculs qui réalisent la réduction de l'information se fondent sur la structure des données que l'on traite : il s'agit de les réduire, compte tenu de leur structure, d'une façon permettant de reconstituer le mieux possible l'information initiale à partir de sa forme réduite. Or la structure des données dépend du programme d'observation ; encore une fois, nous notons l'interdépendance de ces programmes et des systèmes de représentation.

Que l'on complète ou que l'on réduise l'information dont on dispose pour la représenter, on détruit en général une certaine quantité d'information que l'on peut parfois évaluer.

1.1.5.3. - CONSERVATION DE LA QUANTITE D'INFORMATION

Il arrive que l'on puisse considérer l'état d'une unité d'information du message physique que l'on veut représenter comme une variable aléatoire. Par exemple, la mesure d'une concentration chimique fournit une valeur, parmi tout un ensemble de valeurs que l'on aurait pu effectivement observer, dans les mêmes conditions d'observation, compte tenu des erreurs commises. Ou encore, étant donné la concentration mesurée, on pourra imaginer que l'échantillon analysé provienne de tout un ensemble de gisements et évaluer la probabilité de chaque provenance, bien qu'il ne provienne effectivement que de l'un d'entre eux bien déterminé. On déduit des données dont on dispose une liste de probabilités concernant les différents états caractérisant l'unité d'information considérée (concentrations effectivement mesurables, ou provenances possibles), et cette liste contient toute l'information relative à cette unité. Malheureusement, représenter l'information relative à l'unité d'information considérée en fournissant cette liste, constituerait une solution trop lourde ; on a tout intérêt à jouer sur les conditions d'observation pour ajuster la V.A. qui intervient à une loi statistique permettant de calculer la liste de probabilités à partir d'un petit nombre de paramètres. On peut même essayer d'obtenir, entre plusieurs lois possibles, celle qui permet de réduire la présentation de l'information au minimum de paramètres statistiques.

Revenons à l'exemple des cristaux de calcite. Supposons qu'ils puissent provenir de trois gisements différents, x_1 , x_2 et x_3 , et que nous admettions que 49,5 % d'entre eux proviennent de x_1 , autant de x_2 , et seulement 1 % de x_3 . Cela revient à admettre les probabilités $p(x_1) = p(x_2) = 0,495$, et $p(x_3) = 0,01$.

Supposons qu'un essai rapide nous permette de classer nos cristaux en deux classes : y_1 = riches en magnésium, y_2 = pauvres en magnésium. Supposons que l'on vérifie que la moitié des cristaux du premier gisement sont riches en Mg, ce qui revient à dire que la probabilité $p_{x_1}(y_1)$ de l'état y_1 est égale à 0,5 quand on sait que le cristal étudié provient de x_1 . On peut établir de la même manière que $p_{x_2}(y_1) = 0,333$, et que $p_{x_3}(y_1) = 1$ (tous les cristaux du troisième gisement sont riches en Mg).

Supposons que nous venions d'observer un cristal riche en Mg. Toute l'information dont nous disposons sur sa provenance tient, nous venons de le voir, dans la liste des probabilités $p_{x_i}(x_1)$. Nous pouvons la calculer en nous servant des égalités suivantes, que nous avons établies précédemment :

$$p_{y_1}(x_i) = p(x_i) \cdot p_{x_i}(y_1) / p(y_1) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^p p_{y_1}(x_i) = 1 \quad (2)$$

Dans le cas qui nous intéresse, en partant de notre évaluation des probabilités $p(x_i)$ (évaluation que tout le monde n'est pas obligé d'admettre), nous trouverons, en nous servant de (1) :

$$p_{y_1}(x_1) = 0,495 \cdot 0,5 / p(y_1) \quad ; \quad p_{y_1}(x_2) = 0,495 \cdot 0,333 / p(y_1) \quad ; \quad p_{y_1}(x_3) = 0,01 / p(y_1)$$

$$\text{Et en vertu de (2) } 1 = (0,495 \cdot 0,5 + 0,495 \cdot 0,333 + 0,01) / p(y_1)$$

d'où l'on tire :

$$p(y_1) \simeq 10/24$$

et par conséquent :

$$p_{y_1}(x_1) \simeq (24/10) \cdot (1/4) \text{ soit } p_{y_1}(x_1) \simeq 0,6,$$

et de même :

$$p_{y_1}(x_2) \simeq 0,4 \text{ et } p_{y_1}(x_3) \simeq 0,02.$$

Si nous nous proposons d'établir une carte représentant la provenance des cristaux analysés, et si nous voulions lui faire exprimer honnêtement et complètement l'information dont nous disposons, nous devrions reporter sur cette carte, à l'emplacement du cristal analysé, la liste des probabilités que nous venons de déterminer, à savoir : probabilité de $x_1 \simeq 0,6$, probabilité de $x_2 \simeq 0,4$, probabilité de $x_3 \simeq 0,02$. Cette représentation étant trop lourde, nous allons chercher à la réduire ; si nous le faisons en indiquant seulement la provenance la plus probable, nous donnerons une indication (x_1) qui, pour un cristal riche en calcite, s'avèrera juste 6 fois sur 10. En procédant ainsi, nous perdrons en moyenne pour chaque cristal riche en Mg, une quantité d'information égale à $H_{y_1}(x)$, soit :

$$(0,6 \cdot \log_2 0,6 + 0,4 \cdot \log_2 0,4 + 0,02 \cdot \log_2 0,02) \text{ bits.}$$

Dans le cas d'un cristal pauvre en Mg, on peut faire le même calcul, et déterminer de la même manière la perte d'information consécutive au procédé employé pour réduire la présentation de l'information. La provenance x_3 n'apparaîtra jamais, car, pour un cristal riche en Mg, on indiquera x_1 comme provenance probable, et x_2 pour un cristal pauvre en Mg.

Une personne contestant notre évaluation de la probabilité des diverses provenances, $p(x_i)$, n'acceptera pas la liste des probabilités $p_y(x_i)$ qu'elle nous a permis de calculer. Si elle admet pour sa part que l'éventualité x_3 se présente avec une probabilité de 0,333, elle considérera que la provenance x_3 est la plus probable dans le cas d'un cristal riche en Mg, ce qui l'amènera à établir une carte tout à fait différente de la nôtre. Pour surmonter cette difficulté, on emploie quelquefois la solution qui consiste à présenter l'information dont on dispose (dans notre cas l'observation d'un cristal riche en Mg), en indiquant sa probabilité dans les différentes hypothèses possibles ; on établit ainsi une liste de probabilités, qui est la "fonction de vraisemblance" des diverses hypothèses, en l'occurrence :

$$p_{x_1}(y_1) = 0,5 \quad p_{x_2}(y_1) = 0,333 \quad p_{x_3}(y_1) = 1$$

La personne qui examine cette liste reste libre de calculer les probabilités $p_{y_1}(x_i)$ en pondérant celles qui y figurent par les probabilités $p(x_i)$ convenant le mieux à son état d'âme. On ne peut guère songer à réduire cette nouvelle liste de probabilités à l'indication de l'hypothèse correspondant au maximum de vraisemblance (ici l'hypothèse x_3), car ce peut être une hypothèse très improbable (ici, sa probabilité est égale à 0,02).

On rencontre souvent des problèmes dans lesquels tout le monde s'accorde sur les valeurs prises par la fonction de vraisemblance, ne serait-ce que par ce qu'il est possible de la déterminer empiriquement. Les opinions ne commencent à diverger que lorsqu'il est question de calculer, à partir d'elle, les probabilités $p_{y_j}(x_i)$. Ainsi, dans notre exemple, on pourrait se rendre sur les gisements x_1 , x_2 et x_3 , pour y évaluer la proportion des cristaux riches en Mg et vérifier qu'elle reste uniforme à l'intérieur de chacun d'eux, ce qui fixerait sans discussion les valeurs de la fonction de vraisemblance. Par contre, l'évaluation de la probabilité $p(x_i)$ de rencontrer un cristal provenant de l'un ou de l'autre de ces gisements en un point du secteur que l'on étudie, demande une connaissance du secteur qu'il est bien difficile de se procurer préalablement à toute étude ; les opinions commenceront donc bien à diverger lorsqu'il s'agira de remonter de la fonction de vraisemblance des diverses hypothèses aux $p_{y_j}(x_i)$.

La chaîne d'observation introduit souvent des facteurs dispersifs dont la détermination n'apporterait, en elle-même, aucune information utile. Par exemple, lorsqu'on fait des analyses chimiques, on doit généralement tenir compte d'une erreur de mesure a , souvent corrélée à l'état x que l'on observe à cause de l'effet de matrice, des relations entre le bruit électronique et le niveau du signal, de la continuité des dérives si les échantillons prélevés s'ordonnent sur le terrain et si l'on effectue les analyses dans le même ordre que les prélèvements, etc... Cette corrélation fait que la probabilité $p_x(a)$ d'une valeur de l'erreur lorsqu'on connaît l'état x que l'on observe est différente de sa probabilité a priori $p(a)$. La probabilité $p_y(x, a)$, qui est celle du couple (x, a) lorsqu'on a observé la valeur y , contient toute l'information apportée par la mesure de y . Mais elle contient une information indésirable en a , car on ne cherche pas à proprement parler la probabilité des couples (x, a) mais seulement celle des états x (on ne fait pas les mesures pour déterminer les valeurs de l'erreur a). Pour obtenir $p_y(x)$, qui présentera l'information sous la forme désirée, une intégration sera nécessaire :

$$p_y(x) = K \cdot p(x) \cdot \int p_x(a) \cdot p_y(x, a) \cdot da$$

Des essais de reproductibilité seront nécessaires pour vérifier que $p_x(a)$ et $p_y(x, a)$ ont un sens physique, et pour en déterminer les valeurs de façon à pouvoir calculer l'intégrale.

1.1.5.4. - STRUCTURE DE LA CARTE GEOCHIMIQUE ; STRATIFICATION DE SES UNITES D'INFORMATION

Certains problèmes de prévision envisagent les états possibles pour chacune des unités d'information d'un ensemble d'unités défini sur une carte (il peut s'agir de la totalité des unités d'information de la carte). On imagine l'ensemble d'états possibles pour une unité d'information donnée en se basant sur la structure supposée de la carte et sur les indications fragmentaires qui figurent sur les minutes servant à l'établir. Si l'on envisage l'ensemble des concentrations possibles en un point particulier d'une carte de concentrations géochimiques, on l'imaginera en se basant, par exemple, sur le fait que la concentration en question varie au hasard selon une loi connue (structure de la carte), et sur les concentrations que l'on a déjà mesurées (données fragmentaires), qui permettent d'estimer approximativement les valeurs auxquelles on peut s'attendre.

Si nous arrivons à regrouper les unités d'information de la carte caractérisées par le même ensemble d'états y et par les mêmes probabilités $p(y)$, nous aurons défini une strate, au sens

statistique du terme. La répartition des probabilités $p(y)$ étant connue on saura calculer l'entropie $H(y)$ qui la caractérise, et qui caractérise la strate. Par exemple, dans le cas d'une carte de concentrations :

- si la concentration varie au hasard, selon la même loi statistique, quel que soit le domaine considéré sur la carte, on pourra regrouper toutes les unités d'information en une seule strate.
- si les variations de la concentration se présentent comme la somme de variations régionales régulières et de variations ayant un caractère aléatoire (variations locales imprévisibles, erreurs de mesure), on va retrancher aux concentrations observées les variations régulières que l'on peut cartographier avec une bonne approximation en partant de résultats fragmentaires, pour ne considérer que la "carte d'anomalie résiduelle". On voit souvent apparaître des domaines à l'intérieur desquels l'anomalie résiduelle suit une loi statistique particulière : chacun de ces domaines constitue alors une strate. En général, les limites des strates calquent les isanomales des variations régulières que l'on a retranchées, à cause des relations existant entre le niveau des erreurs ou des dispersions locales et la valeur de la régionale ; mais ce n'est pas toujours le cas, comme on peut le constater en faisant la carte des moments successifs de l'anomalie résiduelle dans une fenêtre mobile.
- Au lieu de constituer des domaines continus, les strates peuvent regrouper un ensemble de "sites structuraux" discontinus (cf. 1.1.1.4.).

Si l'on peut identifier la strate dont provient l'objet étudié, l'incertitude moyenne sera chiffrée par la moyenne des entropies par strate, qui est généralement bien inférieure à l'entropie que l'on pourrait calculer en faisant intervenir une probabilité totale (en admettant que celle-ci ait un sens, compte-tenu de la stratification). La stratification des unités d'information de la carte permet donc de ne pas surestimer l'incertitude qui règne sur la variable dont on cherche à prévoir la valeur, ce qui conduit à ne pas multiplier inutilement les observations.

L'entropie est un paramètre dont la constance, à l'intérieur de chaque strate, peut guider la décomposition en strates statistiquement homogènes, d'où l'intérêt des cartes d'entropie de faciès et des cartes de paramètres pétrographiques informationnels. Mais des cartes de moments successifs peuvent aboutir au même résultat (variance mobile, dissymétrie ou kurtosis mobile, etc...).

Chaque strate regroupe un ensemble d'unités d'information homogène quant à l'incertitude qui les caractérise. Le problème de la densité optimale des observations se pose donc de façon particulière à l'intérieur de chacune des strates. La stratification aide donc à dégrossir le problème de la maille, en amenant à définir une maille particulière dans chaque strate considérée isolément, quitte à réaliser par la suite les raccordements nécessaires en fonction des impératifs de rendement (continuité des profils, viabilité, rendement journalier, etc...).

Pour choisir les points où une observation s'impose, on peut se baser sur des critères fort différents :

- si l'on veut annuler complètement une incertitude, on se proposera d'annuler l'entropie qui permet de la chiffrer ; le cas se présente par exemple lorsqu'on recherche un matériau ayant des caractéristiques parfaitement définies. On est alors amené à faire progresser la reconnaissance vers les points où l'on peut envisager l'entropie la plus réduite.
- quand on cherche à se procurer rapidement la plus grande quantité d'information possible sur le domaine que l'on étudie, on a au contraire intérêt à diriger la reconnaissance vers les endroits où l'incertitude est la plus élevée. C'est ce que fait le géologue qui plante ses profils perpendiculairement aux structures, au lieu de les disposer parallèlement à elles.
- bien souvent, on s'intéresse seulement aux points où la probabilité d'un événement intéressant, la découverte d'une anomalie par exemple, présente la valeur la plus élevée possible.

1.2. - REPRESENTATION DES INFORMATIONS. VISUALISATION DES INFORMATIONS GEOLOGIQUES

RESUME DU CHAPITRE 1.2.

Principes généraux fournis par la sémiologie

La sémiologie dégage les règles que l'on doit respecter si l'on désire faire ressortir les données significatives, celles qui apportent des réponses, dans les représentations que l'on construit. Pour élaborer ces représentations, on dispose d'un ensemble de moyens constituant un système ; celui-ci comprend d'une part un jeu de supports d'information constituant le "hardware" (ce sont des objets marqués pour représenter des informations), et d'autre part les règles d'utilisation de ces supports, qui constituent le "software". Si l'on veut utiliser judicieusement un système de représentation, il importe avant tout de ne pas confondre la forme sous laquelle est représentée une information, et son contenu. La forme englobe les termes formels utilisés, par exemple les mots, les combinaisons de mots et les combinaisons de supports d'information qui les représentent. Le contenu est la combinaison de concepts traduite par la forme. La structure du système que l'on utilise doit être adaptée à la structure du système de notions que l'on a à représenter.

On présente rapidement la manière dont la sémiologie aborde l'analyse de la forme, et les difficultés qu'elle rencontre lorsqu'elle aborde celle des contenus. On montre en particulier que la représentation des informations ne se réduit pas au simple étiquetage, par un terme formel convenable, de notions abstraites définies par la nature même des choses auxquelles elles s'appliquent. Ce genre d'étiquetage simplifierait bien la traduction des informations d'un système de représentation dans un autre, en la réduisant à un simple changement des étiquettes apposées sur les notions représentées. Mais les notions abstraites que nous manipulons, les concepts mathématiques par exemple, ne sont pas des invariants absolus, "prédécoupés" dans la nature des choses, qu'il suffirait d'étiqueter. Ce ne sont que des invariants relatifs auxquels nous nous ramenons pour pouvoir représenter les choses, en jouant sur notre attitude et sur notre réaction vis à vis d'elles.

On définit ensuite les entités qui meublent le "champ d'information" : unités d'information, termes (objets et propriétés), séries, sous champs. On étudie les relations existant entre ces entités. On essaie de donner une formulation claire des questions que le destinataire des informations peut poser à leur représentation(*) : questions d'unités, questions de termes ou questions de champ. On montre que la recherche des représentations les plus économiques demande que l'on emploie les moyens formels dont on dispose de façon différente selon la forme des questions qu'on leur posera. On aborde les problèmes posés par la définition et par la nomination des notions d'objets et de propriétés. On montre ensuite que si l'on met de l'ordre dans le champ d'information résultant de cette nomination, il devient possible de réduire considérablement les moyens formels nécessaires pour le représenter.

La cartographie géologique

La visualisation des informations géologiques est le fait de documents analogues à des cartes, dont la signification est double, car elle se traduit :

- par une relation entre extensions, celle des supports d'information, en l'occurrence les éléments de surface que l'on peut définir sur la carte, traduisant l'extension des objets représentés.
- par une relation entre intensités, celle de la propriété représentée sur la carte (âge géologique, radioactivité) se traduisant par un figuré particulier (couleur conventionnelle, valeur de gris), selon la convention qui est indiquée dans la légende.

L'expressivité du document graphique dépend de la forme de ces relations que l'on ne peut définir sans avoir analysé, pour la première d'entre elles, les composantes du document et celles des objets qu'il représente, pour la deuxième, la façon dont s'ordonnent les variations de la propriété cartographiée et celles des figurés qui les représentent.

Il est donc nécessaire d'analyser les composantes extensives de la représentation. On définit des figurés élémentaires, qu'un langage de programmation graphique essaiera de traduire par les éléments d'un alphabet graphique. En ce qui concerne la représentation de la variable intensive, on s'appuie sur la théorie du niveau d'organisation des composantes graphiques (J. Bertin), qui essaie de définir le type d'ordre qui caractérise l'enchaînement des différents figurés utilisables pour traduire les variations d'une propriété. On montre les difficultés que l'on rencontre lorsqu'on doit représenter une propriété mieux organisée que les composantes graphiques usuelles, ou lorsque le nombre de figurés dont on dispose s'avère insuffisant.

(*) Les entités que l'on vient de définir constituent l'argument de la fonction sur la valeur de laquelle on s'interroge, par les questions envisagées ici.

La constitution d'une carte pose généralement le problème de la traduction des informations dont on dispose sous une forme dialectique (verbale ou numérique), en une forme graphique. La traduction peut être une traduction "mot à mot" : un figuré ponctuel, linéaire ou zonal, remplaçant chaque mot ou chaque nombre. Ce type de traduction permet de constituer des documents de travail, des mémoires synoptiques souvent peu expressives, mais conservant toute l'information. Si l'on cherche, au contraire, à établir un document expressif, fut-ce au prix d'une perte d'information, la traduction s'accompagne d'un traitement destiné à mettre en lumière les invariants(*) structuraux ou statistiques que l'on veut faire saisir au destinataire de la carte. On montre que ce traitement diffère selon la nature de l'invariant que l'on cherche à visualiser, selon le niveau de structuration qu'il caractérise (éléments, objets, figures ou structures), selon que la variable extensive est la seule à être concernée par lui ou non. On avance qu'une carte prétendant être à la fois une bonne mémoire synoptique et un document expressif est en général décevante.

La lecture des représentations graphiques

Les représentations graphiques permettent au destinataire de l'information d'appréhender, dans leur contexte, des formes porteuses d'information. La perception d'une forme est due à l'appréhension visuelle d'un invariant, statistique ou géométrique. En géologie, la plupart des formes significatives sont des formes qui "racontent une histoire" : leur invariant caractérise la durée d'un mécanisme génétique.

Ces invariants concernent des termes d'un niveau de structuration bien défini : des éléments, des objets ou des figures graphiques. On doit donc définir différents niveaux de lecture de la carte, qui sont des niveaux de structuration où l'oeil est susceptible de saisir des invariants significatifs. On montre que dessiner une représentation géologique, c'est éliminer les invariants non significatifs qui altèrent ceux qui ont une signification en interférant avec eux.

Valeur de la carte

La carte trahit forcément la réalité lorsque plusieurs résultats distincts concernent des objets que l'on est obligé de représenter par un élément graphique trop petit pour supporter autre chose qu'un figuré unique (et ne pouvant donc traduire qu'un seul résultat). On envisage quelques cas où cette situation se présente. Pour perdre le moins d'information possible, on peut alors agir sur le terrain de façon à n'avoir qu'un résultat bien déterminé à traduire par chaque élément graphique (en jouant sur l'attitude et sur la réaction du dispositif d'observation) ; on peut également agir sur la carte en adoptant une convention réduisant au report d'une donnée unique la traduction graphique d'un ensemble de résultats.

La simplification de l'information graphique

On est obligé de simplifier les informations que l'on veut traduire par une représentation graphique, parce qu'il faut faire ressortir les invariants significatifs, et parce qu'il est impossible de construire des représentations dépassant un certain degré de complexité. On examine les modalités de cette simplification qui constitue la réduction graphique. On montre que l'on doit se garder des réductions abusives qui empêcheraient la représentation graphique de remplir correctement toutes ses fonctions, en particulier celle qui consiste à diriger des observations ultérieures.

On admet que la définition d'un réseau de repérage s'intègre dans un mécanisme finalisé destiné à simplifier les représentations que l'on élabore en y faisant apparaître le maximum d'invariants. Cette recherche de la simplicité amène les géologues à adopter deux modes de repérages différents : le repérage habituel de l'espace géométrique lorsqu'il s'agit de procéder à l'interprétation physique de leurs observations, et un repérage géologique basé sur l'existence de "marqueurs" ou de "repères locaux" de direction variable lorsqu'il s'agit de procéder à des interprétations géologiques. Ce double repérage pose des problèmes de transformation de coordonnées, auxquels on essaie de trouver une solution simple.

On envisage enfin un certain nombre de représentations simplifiées, dont on peut caractériser chaque élément constitutif par l'écart existant entre son état et celui qui devrait être le sien dans une représentation fidèle. Si l'on envisage uniquement des opérations linéaires affectant l'objet représenté, telles que leur résultat soit identiquement nul lorsqu'elles concernent les écarts dont il est question, ces représentations, bien que simplifiées, permettent des raisonnements rigoureux.

Le software graphique défini empiriquement par les géologues

Les opérations graphiques réalisées empiriquement par les géologues font passer d'une carte-objet à une carte-image plus expressive qu'elle. Les principales fonctions graphiques utilisées sont des différenciations (pour distinguer des unités structurales) et des "homogénéisations" (destinées à faire ressortir l'uniformité de chaque ensemble structural).

Le passage de la carte-objet à la carte-image peut découler d'une transformation géométrique simple, ou demander le calcul d'une fonction complexe de ce que l'on trouve sur la carte-objet. En définissant des entités graphiques telles qu'éléments, objets, figures et structures, nous avons cherché à faciliter la définition de l'argument de telles fonctions, et celle de la relation faisant passer des termes extensifs de la carte-objet à ceux de la carte-image. Quant à la codification des valeurs de la fonction en vue de leur report sur la carte-image, elle pose le problème de l'organisation de la composante graphique qui les traduira.

(*) Toute forme visuelle est caractérisée par un invariant.

Le problème de la représentation des informations se pose à deux niveaux distincts. Lorsqu'il s'agit de transmettre ou de stocker des données, on doit trouver une représentation qui conserve leur structure, tout en se prêtant au mode de transmission ou de stockage que l'on se propose d'employer. Nous allons maintenant nous intéresser à un autre problème, celui qui se pose lorsqu'on cherche une représentation adaptée à la communication de l'information, à sa prise en considération par l'esprit humain. Il ne s'agit plus seulement de conserver des structures, mais de dégager, pour les rendre clairement perceptibles, celles qui sont porteuses d'information. C'est le but de la sémiologie, dont nous allons présenter les notions de base, surtout dans le domaine des représentations graphiques. L'analyse de la structure des données constitue un préalable indispensable : on ne peut conserver ou souligner des structures que dans la mesure où l'analyse a permis de dégager leurs caractères. Ce sera le but de la troisième partie de l'étude : il nous a semblé qu'il valait mieux savoir à quoi servirait cette analyse avant de l'entreprendre.

1.2.1. - ELEMENTS DE SEMIOLOGIE

1.2.1.1. - VOCABULAIRE DE LA SEMIOLOGIE

Nous emprunterons à Jolley sa définition de l'informatique qui "traite des relations entre des choses et leurs caractéristiques, de la manière de les représenter sur des supports d'information et de la manière de manipuler ces supports au lieu de manipuler les choses elles-mêmes". Le fait de manipuler des supports au lieu de manipuler les choses elles-mêmes se rattache à la fonction symbolique qui consiste à remplacer une opération impossible, ou par trop malaisée, sur un objet donné, par une opération présentant moins de difficultés et s'exerçant sur un substitut symbolique de l'objet. Par exemple pour trouver la façon la plus économique de réaliser une opération pratique, on substitue la manipulation de supports d'information constituant un modèle qui représente les conditions dans lesquelles on envisage de travailler à des essais "sur le tas" trop difficiles à réaliser ou trop onéreux. Les opérations réalisées sur les supports d'information doivent imiter le mieux possible celles auxquelles on les substitue, sinon la manipulation des supports n'apporte guère d'enseignements pratiques.

Il faut donc que l'on adapte la structure des supports, le "hardware", aux actions que l'on veut représenter.

On appelle système l'ensemble constitué par un jeu de supports d'information et par les règles fixant leur signification et la manière de les manipuler. Si l'on classe les systèmes selon leur fonction, on peut distinguer des systèmes utilisés :

- pour représenter des objets ou des phénomènes et leurs caractéristiques ;
- pour communiquer des informations et des ordres ;
- comme support de la pensée logique, pour raisonner, pour calculer, c'est-à-dire pour réaliser dans le domaine formel de nouvelles combinaisons de termes permettant d'imaginer les caractéristiques d'êtres concrets n'ayant pas encore été observés.

Lorsqu'il est question de représenter les informations dont on dispose, on doit tout d'abord distinguer ce qui a trait à leur forme de ce qui a trait à leur contenu.

Le domaine de la forme englobe :

- si l'on emploie le langage, les mots et les combinaisons de mots utilisés ainsi que les moyens physiques qui servent à représenter ces mots (sons, caractères d'imprimerie).
- si l'on emploie le système graphique, les figures géométriques et les différents figurés qui les matérialisent.

Le domaine du contenu englobe la combinaison de concepts recouverts par les mots ou par les figurés employés.

Le domaine de la forme est celui des signifiants. L'ensemble des signifiants du système en constitue le lexique. Le domaine du contenu est celui des signifiés. La signification est la relation par laquelle un signifiant désigne un signifié. On notera que le signifié correspondant à un signifiant donné est un concept, c'est-à-dire un terme intermédiaire entre ce si-

gnifiant et l'être concret auquel il s'applique. Le signifiant 'table' s'applique à la notion de table, et pas à tel ou tel objet concret particulier. L'oublier, supposer qu'il existe une relation directe entre les signifiants et les êtres concrets qu'ils représentent, constitue une erreur qui peut être lourde de conséquences pratiques. C'est tellement vrai que les spécialistes de la normalisation du langage technique considèrent que toute normalisation des formes doit être précédée par une étude minutieuse de la structure du système de notions qu'elles représentent (voir par exemple Wüster à ce sujet). C'est ce qui nous amènera à attacher une certaine importance à la notion de champ sémantique.

Tout concept est caractérisé par son extension, qui est l'ensemble des êtres auxquels il s'applique, et par sa compréhension, qui est l'ensemble de leurs caractéristiques. Il s'ensuit que pour définir un concept, on peut utiliser deux procédés différents. La définition en extension, ou définition référentielle, renvoie, s'il existe, à l'être concret que désigne le concept considéré. Cet être concret constitue ce que l'on appelle le référent, mais il arrive que des concepts n'aient pas de référent : par exemple 'chimère', 'licorne', 'ou'. La définition référentielle revient à indiquer l'expérience concrète permettant d'acquérir la compréhension du concept considéré (par exemple désigner : "l'homme assis là-bas à côté de la porte"). Par contre, la définition en compréhension, ou définition intensive, ou définition linguistique, revient à énoncer les caractéristiques de l'être que l'on désigne par le terme considéré. Dans ce cas, l'auditeur ne fait aucune expérience concrète, il se réfère seulement à un ensemble de termes désignant les caractéristiques du référent, termes dont il est déjà censé connaître la signification. Par exemple : "l'homme est un animal raisonnable".

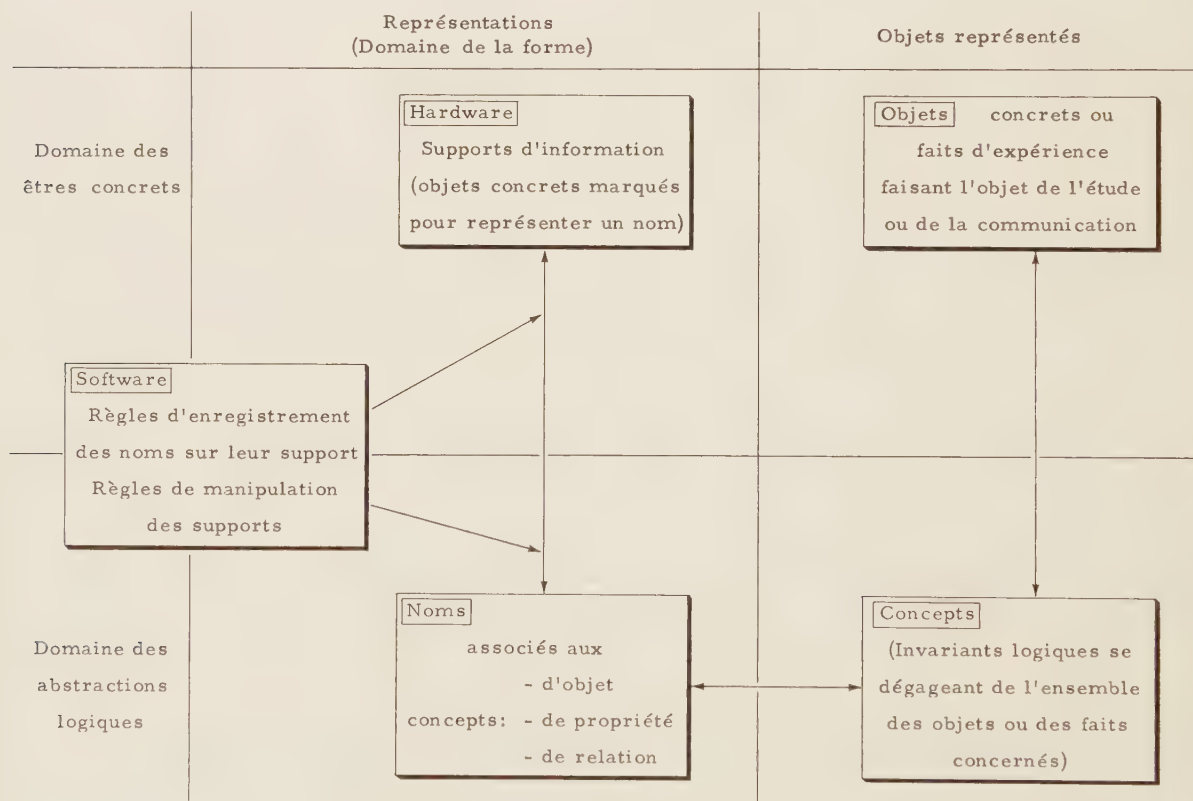


Figure 4 - Les notions fondamentales de la sémiologie.

La compréhension totale énonce tous les caractères inhérents au concept considéré. En pratique, on recourt dans le meilleur des cas à une compréhension décisive énonçant seulement les caractères qui suffisent à définir le concept sans ambiguïté. La compréhension décisive étant incomplète, on peut la compléter par une compréhension implicite, constituée par la liste de tous les caractères que l'on déduit de ceux que l'on a mentionnés. Il existe un certain pa-

rallélisme entre ces termes et la terminologie de la cybernétique : compréhension décisive correspond à propriétés essentielles, compréhension totale à propriétés essentielles et accidentelles (figure 4).

1.2.1.2. - FORME ET CONTENU DE L'INFORMATION

a) La forme de l'information

La syntaxe, au sens de Piaget et al. étudie les caractères des signifiants ainsi que les règles selon lesquelles on peut les combiner. Elle se base sur une méthode d'analyse permettant de décomposer les représentations que l'on construit avec le système utilisé en termes formels plus simples, que nous appellerons "segments". L'analyse se fonde sur le fait que les segments formels sont séparables et commutables, puisqu'elle réalise les opérations réciproques de celles qui ont servi à construire et à améliorer le signifiant, à savoir les opérations de concaténation et de commutation. Ainsi, dans un texte écrit, l'analyse formelle va séparer les segments suivants : des caractères, ou termes de deuxième articulation, et des mots ou termes de première articulation. Les segments d'un même niveau d'articulation peuvent être commutés c'est-à-dire substitués l'un à l'autre. Dans les mots "ou" et "or", les caractères (termes de deuxième articulation) u et r ont été commutés. Les termes de première articulation sont également commutables : Dans "je vais à la pêche" et "je vais à la chasse", "chasse" a été substitué à "pêche".

Il est essentiel que les termes formels utilisés puissent être distingués les uns des autres ; on doit aussi pouvoir les identifier, les reconnaître. Ces possibilités découlent d'une fonction des termes les plus simples, que l'on ne peut plus décomposer par l'analyse formelle, la fonction diacritique. Les distinctions se fondent sur le fait que les termes formels élémentaires dont il est question s'opposent les uns aux autres par un certain nombre de traits caractéristiques ; ces oppositions peuvent être ordonnées en systèmes d'opposition. (Ce sont des relations entre les termes considérés, et ces relations peuvent être structurées). Sur une carte de gîtes minéraux, les figurés élémentaires représentant un gisement s'opposent par les traits caractéristiques suivants :

- forme = {ronde, étoilée, triangulaire, etc...}
- taille = {petite, moyenne, grosse, très grosse, etc...}
- couleur = {bleu, vert, jaune, marron, etc...}
- grain = {uni, hachuré, guilloché, etc...}.

Le système d'opposition basé sur la forme est un système d'oppositions équipolentes, car, par leur forme, on ne peut guère opposer les figurés que deux à deux : rond s'oppose à étoilé, rond s'oppose à triangulaire, etc... (*). Au contraire, le système d'oppositions basé sur la taille permet d'ordonner les figurés selon une gamme allant du petit au très gros figuré : il s'agit d'un système d'oppositions proportionnelles. Les traits caractéristiques permettant les distinctions nécessaires au fonctionnement du système sont des traits pertinents : dans le cas précédent, il s'agissait de la forme, de la taille, de la couleur et du grain des figurés. Les traits caractéristiques permettant des distinctions sans intérêt quant au fonctionnement du système ne sont pas pertinents : si la carte métallogénique ne comporte qu'un seul figuré étoilé, il est sans intérêt de le caractériser par le nombre de ses côtés, qui n'est pas un trait pertinent.

L'articulation multiple est une propriété assez générale des systèmes formels : elle s'explique par la nécessité de réaliser de nombreuses combinaisons à l'aide d'un nombre limité de signifiants élémentaires. Les caractères d'imprimerie (deuxième articulation) se combinent pour composer des mots (première articulation), et les mots composent des propositions. Dans le système graphique, les touches du peintre constituent des termes de deuxième articulation composant les plans du tableau, qui sont des termes graphiques de première articulation ; les figurés élémentaires de deuxième articulation représentant des gîtes se combinent pour composer les pla-

(* Pour des raisons de simplicité, nous avons conservé ici la classification habituelle des oppositions. Mais des oppositions soit-disant équipolentes ont en fait une structure beaucoup plus riche, si on les analyse correctement.

ges qui représentent les districts miniers. On peut considérer l'agrégat de figurés de deuxième articulation correspondant à un district bien défini comme un terme formel de première articulation. Lorsqu'on ne veut pas conserver tous les détails apparaissant sur la combinaison des figurés de deuxième articulation, on procède à une généralisation. Une généralisation formelle conservera, en les simplifiant, certains des traits morphologiques de l'agrégat de termes de deuxième articulation : par exemple, on représentera un district minier par un figuré homogène dont le contour sera l'enveloppe du district. La généralisation conceptuelle, au contraire, lui ferait correspondre un signifiant arbitraire, par exemple une étoile indiquant qu'il s'agit d'un district aurifère. La lecture automatique des documents est facilitée par des généralisations conceptuelles appropriées. Mais en procédant ainsi, on perd de l'information "morphologique".

Il y a une différence importante entre les caractères d'imprimerie et les figurés élémentaires de la carte métallogénique. Les caractères d'imprimerie (comme leurs correspondants du langage parlé, les phonèmes), ainsi que leurs traits caractéristiques, ne renvoient à aucun concept, sauf dans le cadre de systèmes particuliers, comme la cabale, qu'il vaut peut-être mieux ne pas aborder ici. Ces caractères servent seulement à composer, à distinguer et à reconnaître des unités formelles plus vastes, les monèmes, qui, elles, renvoient effectivement à un contenu. 's' ne veut rien dire par lui-même, ni 'u', ni 'b', mais le monème 'sub' veut dire "pas tout à fait". Les monèmes sont les segments les plus petits que l'on puisse distinguer dans la forme et qui renvoient effectivement à un contenu. Un monème peut, à lui seul, constituer un mot, c'est-à-dire une unité formelle autonome de première articulation. Mais il existe des monèmes que l'on ne rencontre jamais "à l'état libre", comme 'sub', 'hypo', 'able'. Lorsqu'on est en présence d'un mot que l'analyse formelle peut décomposer en monèmes, on constate, dans le domaine de la forme, une combinaison qui correspond à une combinaison de concepts dans le domaine du contenu. L'analyse de la forme interfère alors avec l'analyse du contenu.

A l'opposé de ce qui se passe dans le cas de caractères d'imprimerie, chacun des figurés élémentaires de la carte métallogénique exprime un concept. C'est même le cas de chacun de leurs traits caractéristiques. La forme du figuré traduit le concept "nature du gisement", sa couleur, le concept "élément concentré", etc... Les combinaisons visibles dans la forme expriment encore des combinaisons de concepts. Même au niveau d'articulation le plus élémentaire, l'algèbre formelle à laquelle aboutit l'étude de la forme de l'information graphique traduit une véritable algèbre des contenus.

b) Le contenu de l'information

L'étude sémantique précise la signification des termes formels utilisés. Elle s'attache donc à définir les concepts qui constituent le contenu de l'information. La sémantique extensionnelle s'attache plus particulièrement à l'étude des relations existant entre les concepts et les objets auxquels ils s'appliquent, la sémantique intentionnelle s'attachant à l'étude de la compréhension des concepts.

Les problèmes auxquels se trouve confronté l'informaticien qui envisage la possibilité de traduire une information de contenu donné par des systèmes formels différents, de façon à trouver le plus adapté à l'application pratique qu'il envisage de traiter, sont comparables aux problèmes de la traduction. Dans ce qui suit, nous nous sommes bornés à démarquer l'ouvrage de G. Mounin sur les problèmes théoriques de la traduction.

- Le champ sémantique.

Avant toute chose, il semble nécessaire de s'affranchir de la conception selon laquelle un système donné se comporterait seulement comme un répertoire de signifiants, d'étiquettes attachées chacune à une chose. Dans cette optique simpliste, à un certain animal, le cheval, le système particulier constitué par la langue française affecterait l'étiquette 'cheval'. Les différences entre systèmes se ramèneraient à des différences d'étiquetage : pour le cheval, l'anglais utiliserait l'étiquette 'horse' et l'allemand l'étiquette 'Pferd' au lieu de l'étiquette 'cheval'. Cette notion de système-répertoire se fonde sur l'idée simpliste que le monde tout entier peut être découpé antérieurement à la vision qu'en ont les hommes, en catégories d'objets parfaitement distinctes, chacune recevant nécessairement une désignation, une étiquette, dans chaque système. Le monde étant considéré comme un grand magasin d'objets, matériels ou spirituels, bien séparés, chaque système en ferait l'inventaire, en attachant à chaque objet une étiquette appartenant à son lexique particulier.

Or la relation entre signifiants et signifiés est en réalité beaucoup plus complexe que la simple affectation de signifiants-étiquettes à des objets prédécoupés dans la réalité. La signification d'un terme formel dépend étroitement de l'existence et de la définition de tous les autres termes qui peuvent s'appliquer à la réalité qu'il désigne. Le sens du mot 'redouter' se voit délimité par l'existence d'autres mots tels que 'craindre', 'avoir peur', etc... Si certains de ces mots n'existaient pas, le sens du signifiant 'redouter' s'étendrait en partie aux concepts qu'ils désignent. Cette observation montre que les parties du lexique rassemblant des termes dont les significations sont apparentées ne forment pas un simple agrégat de termes ne réagissant pas les uns sur les autres, mais un "système", une sorte de filet dont toutes les mailles sont interdépendantes. Si l'on déforme une maille, toutes les autres se déforment par contre coup ; si l'on décide de se passer du terme 'craindre', on doit étendre la signification du terme 'redouter', du terme 'avoir peur', etc...

"Dans tous les cas, le lexique exprime, au lieu d'idées données d'avances, des valeurs, des rapports, émanant du système. Quand on dit qu'elles correspondent à des concepts, on sous-entend que ceux-ci sont purement différentiels, définis non pas positivement par leur contenu, mais négativement par leurs rapports avec les autres termes du système. Leur plus exacte caractéristique est d'être ce que les autres ne sont pas" (Saussure). En résumé, la désignation d'un concept par un terme du lexique ne correspond pas au simple étiquetage, par un terme formel, d'un fragment prédécoupé de la réalité. Le concept traduit au contraire un ensemble de rapports et de différences avec d'autres termes du système. Il existe ainsi, dans la pensée, des champs conceptuels, des espèces de mosaïques de notions associées, recouvrant un certain domaine bien délimité que l'expérience humaine isole et constitue en unité conceptuelle. Il existe, à côté, des champs lexicaux, chacun formé par l'ensemble des signifiants qui recouvrent, en le morcelant, le champ conceptuel correspondant. Lorsque les signifiants et les signifiés se correspondent terme à terme, dans une relation biunivoque, la relation qui les lie est une application : l'application sémantique ; cette situation est celle qui rend les représentations que l'on bâtit les plus efficaces.

- Les relations qui structurent le champ sémantique.

Nous allons survoler quelques unes des relations qu'il importe de saisir lorsqu'on analyse la structure du système de notions que l'on désire représenter. En premier lieu, on se trouve fréquemment en présence de relations d'inclusion. Ainsi, on mettra en lumière l'inclusion de certaines notions dans des notions plus vastes, et l'on expliquera ainsi les recouvrements que l'on constate dans le champ sémantique : si la notion A est incluse dans les notions B et C, il est évident que les notions B et C se recouvrent, puisqu'on leur connaît une partie commune, A. En poussant au maximum l'analyse de l'inclusion des notions les unes dans les autres, on peut espérer définir des espèces d'atomes conceptuels, des minitermes, que J. C. Gardin a appelé des primitifs sémantiques(*). On aboutirait ainsi à une algèbre des contenus exprimant chaque notion comme une combinaison de primitifs ; par exemple "pouliche = cheval + femelle + jeune". Cette décomposition facilite considérablement la codification des notions que l'on veut représenter (elle a d'ailleurs été conçue dans ce but), ainsi que les transcodifications qui s'y rapportent. Malheureusement, elle est critiquable, et elle a déjà été critiquée, par des sophistes, qui plus est par des sophistes chinois (par exemple : Kong Souen Long), qui déclaraient à peu de chose près : "cheval jeune n'est pas encore tout à fait cheval".

Abandonnons ces chinoïseries pour envisager un autre type de relations d'inclusions, celles par lesquelles les objets s'emboîtent les uns dans les autres (c'est-à-dire les inclusions en extension). Elles sont à la base de la structuration que l'on rencontre à l'intérieur de hiérarchies telles que : particule élémentaire, atome, cristal, minéral homogène, roche, formation ; ou encore : gisement, district minier, province métallogénique. L'analyse des inclusions en extension est particulièrement importante dans le cas où l'on se propose d'employer le système cartographique, puisqu'elle présidera à la définition des échelles cartographiques.

Enfin, on doit toujours distinguer les notions en fonction de leur type logique, qui découle de la manière dont les notions étudiées s'appliquent les unes aux autres : ainsi, la notion de propriété et celle d'objet correspondent à des types logiques différents, parce que la notion de propriété s'applique aux objets.

(* Ce qui définirait un référentiel, dans le domaine du contenu.

- L'unicité de la structure du champ sémantique.

En rejetant la notion de signifiants-étiquettes attachés à des objets prédécoupés dans le réel, la sémiologie a admis que le même champ d'expériences peut conduire des expérimentateurs différents à des systèmes de notions ayant une structuration différente, selon les modalités différentes qu'auront revêtu leurs expériences. Voilà un obstacle important sur le chemin de la normalisation des notions scientifiques, qui place les spécialistes des "transcodifications" scientifiques devant les mêmes difficultés que les traducteurs. Il semble que pour saisir convenablement tous les aspects du problème, il faille comprendre le mécanisme par lequel le système de notions qui se dégagent d'un ensemble d'expériences se structure en fonction des modalités pratiques de ces expériences. Pour ce faire, on peut s'appuyer sur les travaux des cybernéticiens et sur ceux des spécialistes de l'épistémologie génétique.

L'épistémologie génétique étudie la manière dont les relations qui structurent les différents champs sémantiques se forment peu à peu, par la pratique, puis évoluent sous l'influence des expériences que nous faisons sur les référents concernés par ces champs, pour arriver à une forme pratiquement stable. Nous arrivons ainsi à disposer les notions que nous manipulons à l'intérieur d'un certain nombre de champs sémantiques, individuellement bien ordonnés, mais à peu près impossibles à coordonner complètement. De ce fait, il est toujours artificiel de caractériser un objet qui se rattache à un champ sémantique particulier en disant qu'il ne possède pas les propriétés d'objets correspondant à un autre champ sémantique, car les relations qui déterminent l'attribution ou la non attribution de ces propriétés ne le concernent pas. On doit donc se méfier des propriétés qui se présentent comme la négation de propriétés, et se limiter si possible à une logique assertorique, c'est-à-dire ne faisant qu'affirmer des propriétés. Ainsi, un polygone cadre bien avec la notion de 'triangle' ou de 'non-triangle', parce que les êtres géométriques sont caractérisés et classés en fonction de caractères qui leur confèrent, sans ambiguïté, la propriété d'être ou de ne pas être triangle. Ainsi, la systématique zoologique permet d'appliquer sans ambiguïté à un animal le concept de 'cheval' ou de 'non cheval'. Par contre nous hésitons à affirmer qu'un triangle est non-cheval ou un cheval non-triangle. Cela provient de ce que la notion de triangle s'applique aux objets d'un domaine bien délimité, celui des êtres géométriques, la notion de cheval à des animaux, c'est-à-dire à des objets appartenant à un autre domaine, et de ce que les deux domaines ne se recouvrent pas. Nous constatons bien de cette façon qu'il existe des ensembles d'expériences constituant un tout cohérent (expériences relatives aux êtres mathématiques, expériences relatives aux animaux), autour de chacun desquels s'articule un ensemble de concepts constituant un champ sémantique particulier.

- Relativité des invariants conceptuels.

L'ensemble des relations concrètes dans lesquelles sont impliqués les objets de nos expériences pratiques est bien plus complexe que l'ensemble des relations qui, en structurant les champs sémantiques, définissent les concepts représentés par le hardware. Pour passer "du concret au construit" (Bachelard), d'une situation concrète à la construction d'un signifiant permettant d'en rendre compte, nous devons retrancher certaines relations concrètes peu importantes de l'ensemble de celles auxquelles nous sommes confrontés, de façon à lui donner une structure assez simple pour s'appliquer correctement sur celle du champ sémantique. En fait, pour obtenir cette application, cet isomorphisme, entre relations concrètes et relations abstraites, il ne suffit pas d'élaguer quelque peu dans le domaine des relations concrètes ; il faut aussi distordre celles qu'il importe de conserver, lorsque, au premier abord, elles ne s'appliquent pas correctement sur les relations qui définissent le système de concepts dont on dispose. Nous obtenons cette distorsion, cette adaptation de la forme des relations concrètes à celle des relations abstraites du champ sémantique, en modifiant notre attitude et notre réaction vis à vis de la situation concrète qu'il s'agit de représenter.

Nous faisons apparaître des invariants formels en simplifiant et en distordant le spectacle que nous offre la réalité. Les concepts sont des invariants relatifs, qui ne se situent pas dans la nature des choses, mais dans la vision que nous en avons. Il ne s'agit pas ici de philosopher sur les concepts, mais de mettre en évidence un jeu, dont il importe d'avoir bien compris la règle, si l'on veut utiliser au mieux les possibilités d'un système de représentation : la traduction de la réalité dans un hardware donné, comme le dessin, consiste à éliminer, mais aussi à distordre consciemment, en jouant sur l'attitude et sur la réaction du dispositif d'observation qui crée les informations traitées.

1.2.1.3. - STRUCTURATION DU CHAMP D'INFORMATION

a) Des objets, des propriétés, des questions

Dans toute représentation, on doit distinguer les objets, qui sont les choses représentées et les propriétés, qui sont les caractères de ces choses(*). Dans ce qui suit, nous parlerons d'objets et de propriétés, alors qu'en toute rigueur il aurait fallu dire 'noms d'objets' et 'noms de propriétés'.

A chaque objet correspond un ensemble de propriétés, qui le caractérisent (y compris celles dont on dit que l'objet "ne les possède pas"). Sur le plan formel on peut donc considérer un objet comme un ensemble de propriétés, possédées ou non possédées par lui. Inversement, une propriété est caractérisée par le fait qu'un ensemble d'objets la possèdent, ou ne la possèdent pas. On peut donc, de la même façon, considérer une propriété comme un ensemble d'objets possédant ou ne possédant pas cette propriété.

L'ensemble de tous les objets constitue une dimension du champ d'information. L'ensemble des propriétés constitue une autre dimension que nous dirons "perpendiculaire" à la précédente. L'ensemble de tous les objets du champ d'information constitue l'univers du discours, et l'ensemble des propriétés éventuellement observables constitue la plénitude du discours, dans la terminologie de Jolley.

Nous allons représenter l'état du champ d'informations par un tableau rectangulaire, dont chaque colonne représente un objet, et chaque ligne une propriété. Chaque colonne est repérée par un nom d'objet : 1, 2, 3, 4, etc. et chaque ligne par un nom de propriété : A, B, C, D, etc... A l'intersection d'une ligne, B par exemple, et d'une colonne, 3 par exemple, figure une unité d'information ayant deux états possibles, présence ou absence. Présence correspond au fait que l'objet 3 possède la propriété B. Absence indiquerait qu'il ne la possède pas (on pourrait aussi dire qu'il possède la propriété "être non-B"). Pour indiquer l'état des unités d'information dans notre tableau, nous utiliserons une marque : 1 sera la marque de la présence, 0 la marque de l'absence. Ainsi on voit que l'objet 1 possède les propriétés A et D, et ne possède pas les propriétés B et C.

	1	2	3	4
A	1	0	1	1
B	0	1	1	1
C	0	1	1	0
D	1	0	0	1

Dans le tableau, chaque terme est représenté par une colonne s'il s'agit d'un objet, par une ligne s'il s'agit d'une propriété. Si nous considérons une colonne, elle comporte d'abord le nom servant à identifier l'objet envisagé, puis la suite des marques indiquant qu'il possède ou non les différentes propriétés. En dehors des termes, on peut définir des sous-champs, qui sont des rectangles découpés dans le tableau, et qui comportent les parties communes à p lignes et q colonnes ; par exemple le sous-champ :

	2	3
B	1	1
C	1	1

Une série est un sous champ d'une seule ligne ou d'une seule colonne, ne représentant pas la totalité d'un terme. Termes et séries sont des sous-champs. Quant à l'unité d'information, elle constitue le sous-champ ou la série la plus petite possible. La configuration du champ d'information est la manière dont les marques 1 ou 0 sont distribuées à l'intérieur de ce champ (ou à l'intérieur d'un sous-champ).

Le traitement de l'information a pour but de répondre aux questions que l'on se pose. La configuration de notre tableau nous fait envisager les types de questions suivants. Les questions de terme, qui se divisent en questions d'objet et en questions de propriété. Une question d'objet se présente sous la forme suivante : "étant donné tel objet, identifié par son nom, que peut-on dire des propriétés qu'il possède ?". On répond donc à une question d'objet en examinant une colonne du tableau. De la même manière, une question de propriété demande que l'on examine une

(*) Nous utiliserons constamment 'propriété' pour désigner ce que d'autres appellent 'caractère', car 'propriété' a, dans ce qui suit, un sens un peu plus synthétique que 'caractère'.

ligne du tableau. Nous appellerons questions d'unités les questions qui demandent que l'on se réfère à la configuration d'un sous-champ d'informations. Les questions d'unité sont de deux types : au niveau élémentaire de lecture, elles ne font intervenir qu'une seule unité d'information, par exemple : "l'objet 2 possède-t-il la propriété C ?". Les questions "d'unité" qui obligent à examiner plusieurs unités d'information, par exemple : "les objets 2 et 3 possèdent-ils tous les deux les propriétés B et C ?" font intervenir une lecture de l'information au niveau moyen de lecture. Quant aux questions de champ, elles demandent que l'on examine la configuration de l'ensemble du champ d'information. Elles se situent au niveau global de lecture de l'information. Par exemple "quels objets ont trois propriétés présentes ?".

On peut classer les réponses que l'on obtient selon leur forme et selon leur degré de certitude. L'énoncé de certaines réponses est une identité, c'est-à-dire la liste des éléments d'un ensemble : par exemple si l'on demande "quel est l'état de la série A 234 ?" (question d'unité) la réponse "011" est une identité. Si l'on demande : "combien de termes ont-ils trois fois la marque 1 ?" (question de champ), la réponse : 4, est une quantité, le cardinal de l'ensemble {A, B, 3, 4}.

À côté des réponses déterminées que nous venons d'envisager, nous rencontrerons des réponses comportant une certaine incertitude. Par exemple, si l'on demande : "quel est l'état d'une série de trois unités dans le tableau précédent" ? La réponse fournit un ensemble de 6 possibilités : 001, 011, 100, 101, 110, 111. Cette incertitude peut s'avérer probabilisable. Si l'on demande "que sera une série de trois unités tirées au hasard", la réponse est : "l'une des 8 possibilités suivantes avec pour chacune une probabilité de 1/8 : 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111".

Pour des raisons de commodité, l'état du champ d'information n'est presque jamais représenté par un tableau analogue à celui qui vient d'être présenté. En pratique, les informations sont enregistrées sur des supports, qui sont selon le cas des supports d'objets (une fiche par objet par exemple, et sur chaque fiche l'enregistrement des propriétés possédées par l'objet), des supports de propriété (une fiche par propriété, indiquant les objets qui la possèdent), et très rarement des supports d'unités ou de sous-champs. Le matériel, c'est-à-dire les supports (les fiches par exemple) et les marques servant à enregistrer l'information sur les supports, constitue le hardware. La méthode permettant de manipuler le matériel pour trouver la réponse aux questions que l'on se pose constitue le software. Selon le type de questions abordées on choisit des supports d'objets au lieu de supports de propriétés, la nature physique de ces supports, leur taille, etc... Et, en même temps, on choisit le software qui permettra de répondre le plus facilement possible aux questions posées : par exemple on définit les méthodes d'identification et de classement des supports, les règles présidant à leur manipulation etc...

b) Le découpage des objets et des propriétés

L'organisation du champ d'information débute par la définition des termes désignant des objets et des termes désignant des propriétés. Cette définition implique une sorte de découpage du réel en objets bien individualisés, caractérisés par des propriétés bien définies.

On doit distinguer deux étapes dans l'organisation du champ d'information. Il s'agit tout d'abord d'individualiser des objets et de définir les propriétés qui les caractérisent. En effet, avant tout traitement, on doit pouvoir dire en quoi consistent les observations que l'on fait, c'est-à-dire nommer les objets observés et les propriétés qu'on leur attribue. Ces possibilités découlent de définitions opérationnelles, d'opérations pratiques isolant ou cernant un objet, d'épreuves concrètes qu'on lui applique et dont le résultat est interprété comme une de ses propriétés. Il est bien difficile de trouver une représentation capable de traduire le mécanisme de ces définitions : toute représentation se fonde sur la nomination des objets considérés et de leurs propriétés. Comment construire une représentation tant que le découpage du réel en objets et en propriétés, qui accompagne la nomination, n'a pas encore été effectué ? Bien que très importante pour la suite du traitement de l'information, l'analyse des modalités pratiques du découpage de la réalité en objets et en propriétés échappe donc à une formulation claire, et demande que l'on fasse appel à des disciplines plus ou moins bien considérées, comme la cybernétique et l'épistémologie génétique. Il ne faut pourtant pas s'en désintéresser, parce que les procédés de définition opérationnelle des objets et des propriétés sont en train d'évoluer sous l'influence de l'automatisation des observations d'une façon qu'il serait souhaitable de contrôler.

C'est seulement après cette première étape, que l'on peut passer à la collecte d'information proprement dite, qui consiste à déterminer les relations existant entre les objets et les propriétés que l'on vient de définir.

c) Mise en ordre du champ d'information

Il s'agit ensuite de mettre en ordre les représentations traduisant le résultat des observations, pour les simplifier et pour leur faire exprimer plus efficacement les réponses que l'on recherche. La définition des objets et des propriétés étant réalisée, cette mise en ordre peut porter uniquement sur des termes formels ; elle fait seulement intervenir des opérations formelles, mathématiques, logiques ou graphiques.

- Choix d'une compréhension décisive.

La définition de chaque concept d'objet va de pair avec l'attribution d'un nom qui désignera tout un ensemble d'objets concrets. Cela se justifie dans la mesure où tous les objets désignés par ce nom sont équivalents si l'on se propose de leur faire subir une, ou un ensemble d'opérations pratiques : on identifie par le même nom des êtres que la pratique conduit à identifier et l'on distingue par le nom des êtres que la pratique oblige à distinguer. Quant aux concepts de propriété, il convient de distinguer ceux que l'on invoque pour justifier l'équivalence pratique des objets désignés par un même nom, et ceux qui, sans être impliqués dans cette équivalence, permettent d'identifier les objets considérés de la façon la plus efficace. Cela revient à définir, à côté de la compréhension décisive, qui est la liste des propriétés permettant de distinguer pratiquement les objets que l'on doit distinguer, une compréhension "fonctionnelle" qui est la liste des propriétés expliquant que, justement, on éprouve la nécessité pratique de distinguer ces objets. Soit par exemple deux granites que l'on éprouve le besoin de distinguer parce qu'ils n'ont pas les mêmes propriétés mécaniques, et dont l'un est clair et l'autre foncé : la compréhension décisive peut se réduire à la propriété "être clair" (ou être non-clair), même si la coloration n'a rien à voir avec les propriétés "fonctionnelles" dont l'importance pratique justifie la distinction effectuée (résistance mécanique, altérabilité, etc...).

En pratique, la caractérisation des objets fait toujours intervenir la compréhension décisive la plus maniable et la plus "performante" possible. Pourquoi s'encombrer d'une longue liste de propriétés pour caractériser des objets, si on peut se servir d'une liste beaucoup plus restreinte, et aboutir quand même à l'équivalence pratique désirée ? Nous allons essayer, pour fixer les idées, de formuler grossièrement le problème de la recherche d'une bonne compréhension décisive. Soit un ensemble d'objets concrets, $E = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots\}$; la pratique impose de les regrouper en un certain nombre de classes d'objets équivalents, les objets d'une classe donnée étant tous désignés par le même nom, X_j ; soit E_1 l'ensemble des classes utilisées : $E_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_j, \dots\}$, $|E_1| < |E|$. Soit E' l'ensemble de toutes les propriétés pouvant caractériser chacun des objets x_i ; elles constituent un ensemble $E' = \{y_1, y_2, \dots, y_k, \dots\}$ ^(*). On reconnaît en E l'univers du discours, en E' la plénitude du discours. La compréhension fonctionnelle, sur laquelle nous nous basons pour définir les classes X_j , fait intervenir un sous ensemble $P_1(E')$ de l'ensemble des propriétés utilisables. Il se peut qu'il existe une certaine variabilité des propriétés des objets x_i que l'on rattache à la même classe ; l'essentiel est que l'on puisse définir un mode de calcul justifiant leur rattachement à cette classe à partir de leur identité fonctionnelle (c'est-à-dire à partir de l'indication qu'ils possèdent ou ne possèdent pas les différentes propriétés constituant la compréhension fonctionnelle). Les classes X_j peuvent éventuellement se recouvrir : certains x_i appartiennent alors à plusieurs classes différentes. Dans le cas contraire, si tous les x_i sont classés et classés dans une seule classe, la classification utilisée réalise une partition du domaine d'objets.

A partir de cette situation, pour trouver la meilleure compréhension décisive, on va essayer d'autres combinaisons de propriétés, moins nombreuses ou plus faciles à déterminer que celles qui figurent dans $P_1(E')$ ^(**). Toute combinaison permettant de définir des classes X'_j ayant une res-

(*) En pratique, il vaudrait mieux distinguer un certain nombre de concepts de variations $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_l, \dots\}$ pouvant prendre chacun un certain nombre de valeurs particulières. Par exemple Y_1 (couleur) pourra prendre les valeurs $\{y_1, y_2, y_3, y_4\} = \{\text{bleu, violet, rouge, gris}\}$; Y_2 (densité) pourra prendre les valeurs $\{y_5, y_6, y_7\} = \{\text{lourd, normal, léger}\}$ etc... Il n'y a pas d'inconvénient majeur à n'envisager que des variables discrètes étant donné les phénomènes de perception catégorielle, et les arrondis intervenant lors de la lecture d'un cadran. Pour simplifier l'exposé, nous avons négligé cette structuration des propriétés "en gammes" Y_l de "paliers" y_k .

(**) On peut adopter deux points de vue opposés :

- chercher à réduire le nombre des propriétés utilisées pour caractériser les objets,
- ou bien chercher à rendre plus économiques les opérations nécessaires pour caractériser un objet, ou pour sélectionner un objet ayant des caractères connus.

semblance suffisante avec les classes X_j sera considérée comme satisfaisante. Nous n'essaierons pas de savoir en quoi consiste une "ressemblance suffisante" entre les deux décompositions du domaine d'objets ; cela nous entraînerait trop loin. On imaginera par exemple que l'on se base sur un simple examen des corrélations existant entre les collections de propriétés auxquelles on s'intéresse.

Si l'on veut opérer systématiquement, en recensant toutes les combinaisons de propriétés possibles, pour ne pas risquer de négliger la meilleure compréhension décisive, on est gêné par le fait que le nombre de combinaisons de n propriétés augmente très vite lorsque le nombre n s'accroît. L'inventaire systématique de toutes les compréhensions décisives possibles ne peut guère se concevoir sans le secours de l'ordinateur et il se peut très bien que le résultat obtenu grâce au calcul automatique s'écarte fort des solutions empiriques. En effet, les compréhensions décisives que nous utilisons actuellement ont été retenues soit en opérant systématiquement, mais en ne retenant qu'un petit nombre de propriétés, qui devaient donc être très sélectives, soit un peu par hasard s'il s'agit de la combinaison d'un assez grand nombre de propriétés, satisfaisante à l'usage, mais n'ayant pu être comparée à toutes les autres combinaisons d'un même nombre de propriétés. Il n'est donc pas exclu que d'autres combinaisons, faisant éventuellement intervenir des propriétés que l'on ne songe pas, actuellement, à observer, s'avèrent au moins aussi efficaces pour identifier et pour classer les objets étudiés. Il serait intéressant d'éprouver l'efficacité des combinaisons comportant le plus possible de propriétés dont on peut déterminer objectivement la présence ou l'absence, à peu de frais et à un rythme élevé, par l'automatisation des observations.

Dans l'exposé schématique qui précède, nous n'avons pas fait intervenir la quantité d'information apportée par l'observation de la présence ou de l'absence des propriétés y_k quant au fait que l'on se trouve en présence de tel ou tel objet (X_j). Mais si on a la possibilité de définir la probabilité pour que chaque type d'objet X_j possède ou non les différentes propriétés intervenant dans la compréhension décisive (cette probabilité étant éventuellement modifiée par le fait que l'on sache déjà qu'il possède ou non d'autres propriétés), on cherchera la compréhension décisive la plus "performante" en s'appuyant sur la théorie de l'information. Le problème se présente de façon différente selon que l'on connaît ou non la probabilité a priori $p(X_j)$ des différents objets X_j , c'est-à-dire la probabilité d'être en présence d'un objet $x_i \in X_j$ quand on n'a encore déterminé aucune des propriétés de l'objet auquel on s'intéresse. Si l'on connaît cette probabilité, lorsqu'on a déterminé, sur un objet, la présence ou l'absence de toutes les propriétés qui figurent dans la compréhension décisive choisie, on est à même d'établir la liste des probabilités a posteriori $p_1(X_1), p_1(X_2) \dots p_1(X_j)$ pour que, compte tenu des résultats de l'observation, on se trouve en présence d'un objet X_1 , ou d'un objet X_2 , ou d'un objet X_j . L'idéal serait qu'elles soient toutes nulles sauf une, ce qui déterminerait sans ambiguïté la classe X_j à laquelle appartient l'objet observé, mais ce n'est presque jamais le cas. Pour coder l'information fournie par l'observation, le mieux serait alors de donner la liste de probabilités précédentes qui contient toute l'information obtenue ; mais pour des raisons de simplicité, on se borne souvent à indiquer l'objet X_j le plus probable, consentant ainsi une certaine perte d'information, que la théorie de l'information permet de chiffrer. Par contre, si l'on ne connaît pas les probabilités a priori $p(X_j)$, ou si on les connaît mal, une autre solution s'impose. Elle consiste à donner la probabilité des propriétés observées pour les différents types d'objets X_j . L'idéal serait encore que toutes ces probabilités soient nulles sauf une. Si ce n'est pas le cas, on simplifie souvent l'énoncé des résultats en ne retenant que l'hypothèse X_j correspondant à la probabilité la plus forte, mais on ne peut plus chiffrer la perte d'information que l'on consent ainsi.

- Réduction du champ d'information.

Le nombre de supports d'information que nos représentations contiennent est toujours limité. Le nombre de marques différentes pouvant figurer utilement sur ces supports (ou si l'on préfère, le nombre d'états possibles pour ces supports) est encore plus limité. Cela impose de réduire au maximum le nombre d'objets et le nombre de propriétés intervenant dans les représentations. Nous allons voir comment la manipulation du tableau représentant l'état du champ d'informations par la méthode des scalogrammes (encore appelée méthode du fichier image), permet d'atteindre ce but. On se gardera de ne voir dans cette méthode qu'une analyse factorielle au rabais : elle permet de traiter des variables qualitatives, ainsi que des liaisons non linéaires entre facteurs et variables. La technique utilisée consiste à employer de petits supports rectangulaires mobiles pour représenter les unités d'information, dont l'état est représenté soit par une gamme de gris, soit par une gamme de couleurs, combinée si nécessaire avec un grain variable. Sur la figure 5, on s'est limité à deux états, 1 = noir, 0 = blanc. On peut permuter les lignes et les colonnes du tableau sans que cela modifie les relations entre termes perpendiculaires (objets et propriétés) ; on le fait jusqu'à ce qu'on ait simplifié au maximum la configuration du tableau, comme sur la figure. Cela revient à ordonner les deux dimensions du champ d'information l'une par rapport à

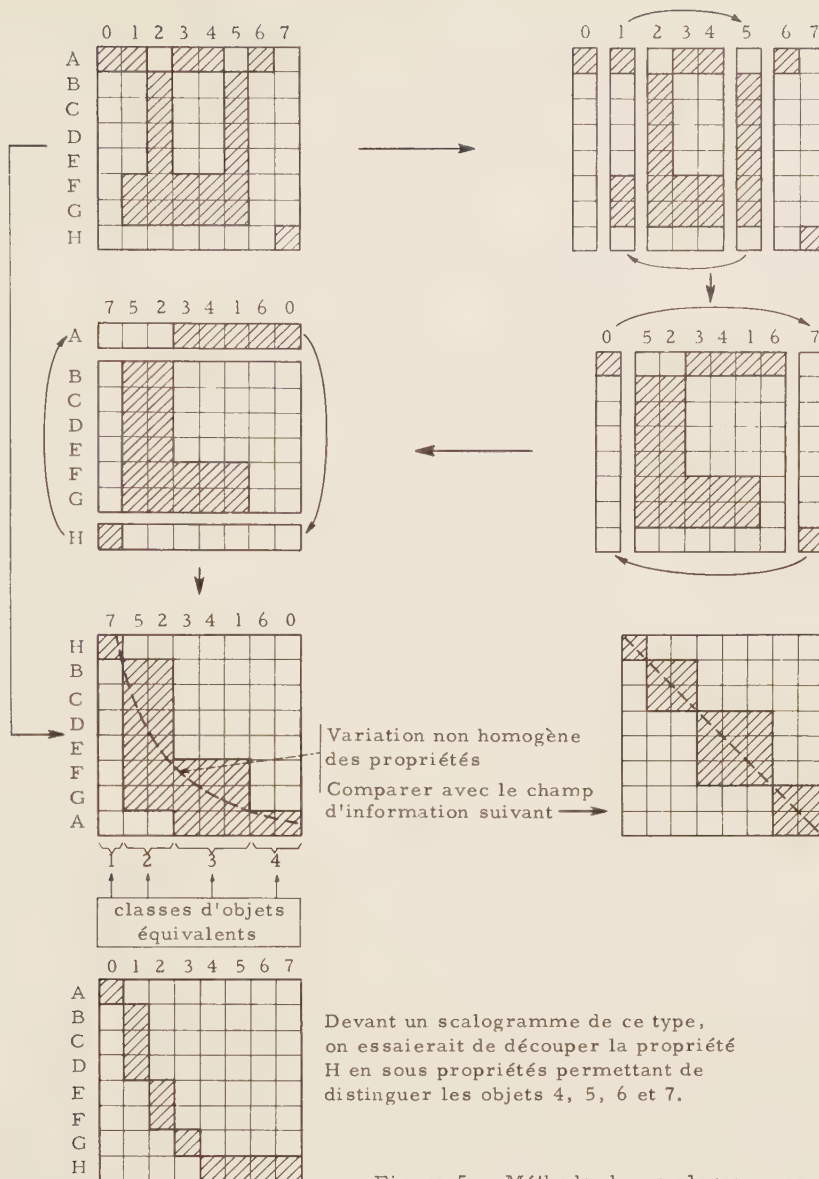


Figure 5 - Méthode des scalogrammes (fichier image).

l'autre. On notera que l'opération ne fait intervenir aucune considération extérieure au champ. Celui-ci est traité de façon tout à fait autonome ; il subit un traitement "personnalisé", adapté à sa structure particulière, ne faisant intervenir que le minimum de contraintes a priori quant à la façon de représenter le mode de variation des variables, qu'il s'agisse des objets du domaine d'objets ou des propriétés de son codomaine.

Le procédé fait apparaître des ensembles d'objets caractérisés par les mêmes propriétés, c'est-à-dire des ensembles d'objets équivalents qu'il ne sera peut-être pas utile de distinguer si l'on veut simplifier la représentation. Il en va de même pour les propriétés, que l'on peut aussi essayer de regrouper en classes d'équivalence pour simplifier la représentation ; mais en ce qui les concerne, on s'attache plutôt à distinguer les propriétés sélectives, caractérisant un très petit nombre d'objets, et les propriétés génériques, présentes dans de vastes ensembles d'objets. Du point de vue des propriétés, le problème est d'adapter la sélectivité des propriétés intervenant dans la représentation au but recherché.

Dans le cas d'une carte, les propriétés sont représentées par des figurés conventionnels, selon un procédé indiqué dans la légende. Le fichier image permet de définir la gamme de figurés que l'on doit adopter si l'on veut homogénéiser les variations visuelles dans toute la surface de la carte, ou, au contraire, si l'on veut faire ressortir nettement tel ou tel type de contraste.

L'analyse factorielle permet parfois d'aller plus loin ; de toute façon, la mise en évidence d'ensembles homogènes d'objets et la détermination d'une échelle de variation (linéaire ou non) pour les propriétés étudiées, facilitera son utilisation.

1.2.2. - LE SYSTEME GRAPHIQUE DE REPRESENTATION

1.2.2.1. - LES DOCUMENTS TOPOGRAPHIQUES

a) Limites de la sémiologie graphique

La présentation des informations géologiques fait appel à ce que nous appellerons des représentations topographiques, telles que cartes, photographies, radiographies, clichés d'imperfections cristallines, blocs - diagrammes, etc... Ces représentations ont en commun la propriété de décrire à la fois la disposition des objets étudiés par celle de leurs constituants, et l'intensité de la propriété observée par celle d'une marque intensive (couleur, échelle de gris, figurés particuliers, etc...) apposée sur ces constituants. Il nous arrivera, pour abrégé, de parler de carte au lieu d'employer le terme, plus général, de représentation topographique. En ce qui concerne l'utilisation des modèles animés et des représentations cinématographiques, elle pose des problèmes que la sémiologie n'a pas abordé à notre connaissance. Il en va de même du clignotement et de la vibration utilisés sur les écrans de visualisation. D'autre part, il n'existe pas non plus de sémiologie des variables intensives vectorielles. Pourtant, on sait réaliser des documents émettant un rayonnement visible dont l'amplitude et la différence de marche sont toutes les deux significatives, chaque source lumineuse émettant de plus un autre rayonnement (radioactif par exemple). Voilà des signifiants comportant une variable intensive vectorielle dont les composantes, que l'on peut traiter par des méthodes analogiques adéquates, sont l'amplitude de la lumière visible, la différence de marche, l'amplitude radioactive pour les différentes raies émises, etc...

En implantation, on sait représenter les variations d'une grandeur dans un espace à trois dimensions au plus, en la traduisant par exemple par une variation de couleur ou de grisé sur un bloc-diagramme ou sur des coupes sériées. On atteint ainsi la limite des possibilités du système graphique. Pour aller plus loin, on utilise le cinéma : si l'on projette à une cadence très rapide les sections successives d'un corps de forme assez simple, sur un écran rotatif cylindrique dont la section droite est une spirale d'Archimède, ce qui permet, à chaque instant, de placer l'écran dans la position que doit occuper la section que l'on projette, on obtient une reconstitution tridimensionnelle de l'ensemble des sections, que l'on perçoit comme une seule image si elle dure suffisamment peu. En enchaînant les états tridimensionnels comme le cinéma habituel le fait pour des états bidimensionnels, on peut représenter la déformation d'un objet tridimensionnel. La sémiologie de telles représentations reste à faire, ainsi que celle des holographies. La sémiologie graphique semble s'être limitée aux supports bidimensionnels supportant des marques ayant, au plus, la structure d'un scalaire, aucun mouvement ne venant affecter la représentation.

b) Constitution des documents. Documents représentatifs et cartes de travail

Les informations que contiennent les cartes existent déjà la plupart du temps sous une forme dialectique^(*) primaire, dans un carnet de terrain, sur des fiches d'observation, sur l'enregistrement de profils d'observation. Dans ce cas, la représentation cartographique se borne à traduire la forme dialectique initiale en une forme graphique expressive, apportant des réponses évidentes aux questions que l'on se pose. La traduction peut se faire mot à mot, honnêtement si l'on peut dire, sans que l'on cherche à compléter les informations dialectiques discontinues dont on dispose pour que les figurés couvrent toute la surface du domaine cartographié, et sans que l'on souligne les structures significatives que l'on veut faire saisir au lecteur de la carte. On se borne alors à représenter les données discontinues dont on dispose par les figurés adéquats : figurés ponctuels pour des observations ponctuelles, figurés linéaires pour des profils. L'expressivité de la représentation s'obtient par les ressources de la sémiologie graphique, qui utilise les lois de la psychologie de la perception pour placer l'oeil dans des conditions lui permettant de compléter l'image de lui-même, et de saisir de lui-même les structures qu'il importe de saisir. A titre d'exemple,

^(*) Un signifiant dialectique est un signifiant dont les termes, verbaux ou numériques, se succèdent linéairement, à la différence des termes graphiques qui s'articulent dans un espace à deux dimensions, celui de la feuille de papier.

on se reportera à la figure 27, qui est un plan compteur où la surface des cercles traduit les valeurs de la radioactivité mesurée. Ce mode de traduction graphique honnête est, en dernière analyse, le seul qui ne fasse pas perdre d'information.

Malheureusement, pour des raisons didactiques, (ou pour des raisons moins avouables, en particulier lorsque les données recueillies sont par trop insuffisantes), on est souvent obligé de compléter par le raisonnement les données discontinues dont on dispose. On traduit donc les données initiales en complétant la carte en fonction de la structure, hypothétique, de l'objet représenté, ou encore en soulignant par un figuré approprié des relations significatives ou prétendues telles : cernes entourant des groupements d'objets, tracé en pointillé d'alignements ou d'axes structuraux, utilisation de figurés distincts pour indiquer la partition d'un ensemble d'objets en sous ensembles homogènes, etc... . Le meilleur exemple de cette démarche est fourni par le passage de la carte d'affleurements à la carte interprétative. Si l'on ne veut pas perdre d'information, il serait alors souhaitable de fournir, en plus de la carte complétée et interprétée, la traduction graphique "honnête" des données qui ont servi à l'établir.

Au premier abord, il semble souvent impossible de compléter et d'interpréter les données primaires dont on dispose, aucune structuration visible n'apparaissant sur leur représentation graphique. On essaie alors de trouver des fonctions des données primaires (ou d'ensembles de données primaires) dont les variations se structurent visiblement, ce qui permettra de compléter la carte qui les représente et d'y tracer des figures. Par exemple, en présence de données primaires constituées par une distribution désordonnée de faciès pétrographiques (ou de grains dans une roche), on va calculer une fonction, l'entropie relative de ces faciès (ou de ces grains), à l'intérieur d'une fenêtre mobile. Les variations régulières de cette fonction feront souvent apparaître une variation régulière des conditions de sédimentation (ou des conditions physicochimiques). Lorsqu'on calcule une moyenne mobile sur 10 ou 15 données géochimiques pour faire apparaître des variations régulières, on emploie la même démarche. La cartographie proprement dite succède alors au traitement des données primaires. Ce traitement est d'ailleurs le seul que subissent les photographies, les radiographies, et de façon générale les représentations topographiques qu'il n'est pas question de compléter parce qu'elles sont déjà complètes : le traitement se réduit à les distordre, à les "filtrer" pour les rendre plus expressives, ce que l'on peut faire en employant des analogies optiques et en s'appuyant sur la théorie du filtrage, en particulier sur la théorie des transformations linéaires. Par contre, lorsqu'on cherche à établir des cartes à partir de données figurant dans un carnet ou sur des fiches d'observation, on réalise en général le traitement qui précède la cartographie avec le secours du calcul numérique, en s'appuyant sur une formulation analogue à celle que l'on utilise pour traiter des fichiers, ce qui explique que nous rencontrions à nouveau des questions d'unité, des questions de termes, etc...

Le fait de compléter une représentation graphique revient à prévoir les valeurs de la variable représentée. Cette prévision extrapole la structuration (ordre géométrique, homogénéité statistique) que l'on a pu reconnaître et caractériser lors du traitement des données primaires. Les méthodes permettant de reconnaître et d'extrapoler une structuration diffèrent selon que l'on adopte un modèle statistique ou un modèle géométrique, et selon que l'on se trouve en présence d'objets discrets ou d'un continuum, en présence de variables intensives discrètes ou continues. Les prévisions permettant de compléter la carte s'appuient sur des méthodes d'interpolation ou d'approximation lorsqu'on se trouve en présence de variables continues, sur des méthodes de reconnaissance de formes lorsqu'on se trouve en présence de variables discrètes. Parallèlement, la reconnaissance des figures que l'on veut tracer sur la carte se fait par des méthodes différentes selon qu'elles associent des objets discrets ou les éléments d'un continuum.

Cela nous amènera à distinguer deux types de documents topographiques. Les documents représentatifs destinés à être lus directement, à communiquer au lecteur le plus facilement possible les informations qu'ils contiennent. On leur demande de bien mettre en lumière la structure des données représentées, fut-ce au prix de distorsions entraînant une certaine perte d'information. Par contre, les documents de travail ne sont guère que des mémoires ayant l'avantage de pouvoir être consultées d'un coup d'oeil, auxquelles on ne demande guère que de respecter la structure des données représentées, de ne perdre aucune information. L'oeil pose surtout aux documents représentatifs des questions de champ (coup d'oeil global), et des questions de termes (où trouve-t-on tel type d'objets, où rencontre-t-on telle propriété ?). Le traitement des informations, par contre, débute par des questions d'unités ou des questions de sous-champ posées au document de travail. L'échelle des deux documents n'est en général pas la même : les faits significatifs que l'on veut montrer grâce au document représentatif apparaissent à l'échelle de l'ensemble du domaine étudié ; au contraire, les données que l'on extrait du document de travail sont contenues dans des domaines restreints.

On voit le danger de vouloir à tout prix faire une seule carte, en employant une seule échelle : ce sera peut-être un bon document de travail permettant de calculer correctement des fonctions judicieuses des données primaires, mais les variations de ces fonctions risquent de passer inaperçues parce que le domaine représenté est trop restreint ; ou, au contraire, ce sera un document embrassant bien le champ dans lequel on peut mettre des figures significatives en évidence, mais son échelle ne permettra pas une représentation des données primaires assez fidèle pour que, à partir d'elle, on puisse calculer correctement les variables dessinant les figures en question. Souvent, l'interprétation de la carte représentative fait même intervenir une troisième échelle, celle des phénomènes microscopiques expliquant pourquoi la valeur de la variable observée sur le terrain est liée à la position de son suppôt. On doit donc en général articuler des représentations appartenant à trois échelles différentes, à savoir :

- une échelle microscopique qui permet d'expliquer les liaisons entre les variables extensives et les variables intensives que l'on peut définir sur le terrain,
- une échelle mésoscopique, qui est celle des domaines dans lesquels on calcule des fonctions des données recueillies présentant des variations visiblement significatives,
- une échelle macroscopique qui est celle des figures dessinées par les variations précédentes.

A chaque échelle de travail, on doit se demander si la variable extensive est discrète ou continue, si la variable intensive est discrète ou continue, si le type d'ordre qui les caractérise est géométrique ou statistique, avant d'entreprendre le traitement et la représentation des données que l'on possède.

1.2.2.2. - LA SIGNIFICATION TOPOGRAPHIQUE, EN EXTENSION ET EN INTENSITE

Toute représentation topographique introduit une double correspondance significative entre les faits étudiés et leur représentation. Cette correspondance est double, parce qu'elle se manifeste :

- entre extensions, entre celle des objets représentés et celle des figurés qui les représentent ; la position de chaque figuré rend compte de celle de l'objet qui lui correspond, son étendue représentant éventuellement celle de l'objet.
- entre intensités, les paliers sensibles de la variable intensive utilisée dans les figurés (couleurs, grisés, etc...) exprimant les valeurs que prend la propriété cartographique.

Pour analyser les significations qui déterminent la manière dont une représentation topographique "répond" aux questions qu'on lui pose, il faut définir la nature et la structure des termes (extensifs et intensifs), qu'elle met en correspondance. Grâce à cette analyse, on constate que l'on obtient plus facilement en extension qu'en intensité l'isomorphisme que l'on souhaiterait entre la représentation et les objets qu'elle décrit.

a) Le signifié topographique

Rappelons qu'en principe tout signifié est conceptuel : les signifiants graphiques ne s'appliquent ni à des objets concrets, ni à la variation concrète du résultat d'une épreuve. La correspondance, la signification graphique, relie des signifiants extensifs et des concepts d'objets, des signifiants intensifs et des concepts de variation. L'analyse sémantique, extensionnelle et intentionnelle, dégage la structure des concepts que l'on se propose de traduire par un signifiant topographique. Il n'entre pas dans notre propos de cataloguer les structures possibles pour les concepts représentés ; on se reportera à un ouvrage traitant des structures algébriques. De toute manière, on va constater que les contraintes imposées par le système graphique lorsqu'il ne fait intervenir que l'observation visuelle obligent souvent à réduire la structure des concepts représentés à des structures beaucoup plus simples (*).

(* Le nom du concept constitue en général un terme intermédiaire entre le concept et le signifiant qui le représente. Mais s'il est rare que l'on représente des propriétés n'ayant reçu aucune dénomination, il arrive souvent que l'on dessine sur la carte des objets que l'on ne saurait pas nommer. Il arrive ainsi qu'aucune forme verbale ne s'applique au contenu auquel renvoie le signifiant graphique, bien que ce contenu soit parfaitement défini ; on dit alors que le contenu considéré est un "pattern". Il existe d'autres patterns : ceux qui correspondent à des opérations que l'apprentissage seul permet de concevoir, sans qu'elles possèdent de description verbale.

b) Le signifiant graphique

La carte donne une représentation graphique d'un objet en lui faisant correspondre une petite fraction de sa surface, qui constitue le support de l'information relative à cet objet. Ce support est affecté par une marque (chiffre, couleur conventionnelle), qui traduit la valeur particulière que prend la propriété cartographiée pour cet objet. L'ensemble du support et de la marque qui l'affecte constitue un figuré. Nous admettons, pour faciliter les raisonnements qui vont suivre, que l'on peut définir des supports élémentaires que leur taille rend aptes à supporter une marque et une seule ; le support élémentaire peut se concevoir, par exemple, comme un petit carré de deux millimètres de côté pouvant supporter une marque, mais trop petit pour en supporter plusieurs ; on se représentera alors la carte comme la juxtaposition d'unités d'informations graphiques, constituées chacune par un support élémentaire et par la marque qui l'affecte. Cela n'empêche pas la carte de donner une impression de continuité, la fusion des figurés élémentaires étant due à l'astigmatisme de l'observateur. Cela revient à dire que nous définissons une contrainte cartographique fondamentale qui est la suivante : un support élémentaire peut être affecté par une marque, et une seule.

Cette notion de support élémentaire est nécessaire si l'on veut disposer d'un référentiel, utilisable pour construire un langage de programmation graphique.

c) La signification, l'expressivité du document et la perte d'information

En extension, la signification de la carte pose des problèmes géométriques qui sont familiers aux géologues : il s'agit de rapprocher le plus possible de l'isomorphisme la correspondance qui relie les configurations existant sur le terrain et celles qui les traduisent sur la carte. Les marques apparaissent, selon le cas, en imposition ponctuelle, linéaire, ou zonale, c'est-à-dire sur un support ponctuel, linéaire, ou doué d'une certaine étendue (en fait, nous savons qu'aucun figuré ne peut être rigoureusement ponctuel : le figuré "ponctuel" le plus petit a la taille du support élémentaire, et tout figuré "linéaire" couvre en fait un petit ruban). Pour obtenir l'isomorphisme désiré, on a tout intérêt à faire correspondre des supports ponctuels à des objets ponctuels, des supports linéaires à des objets linéaires, etc... Mais on ne peut pas toujours respecter cette concordance, ne serait-ce que parce que le nombre des détails qui peuvent apparaître sur la carte est limité. On trahit alors la concordance de la disposition des objets sur le terrain, et de celle des supports sur la carte, en utilisant un procédé d'agglomération des figurés, c'est-à-dire un procédé de généralisation, formelle ou conceptuelle. Le type d'imposition que l'on adopte devrait dépendre du type de propriété que l'on cartographie, puisqu'il existe des propriétés à support ponctuel, linéaire, ou zonal. Mais on peut parfois se dispenser de traduire l'extension du support par le signifiant le plus approprié : on représente souvent la concentration moyenne d'un échantillon composite de forme capricieuse (support zonal) par un figuré ponctuel placé au centre de l'échantillon. C'est souvent pour rendre le document plus expressif que l'on trahit l'isomorphisme qui doit relier les objets et les supports : il en va ainsi quand on représente des couples orientés d'objets homologues par la flèche qui joint leurs représentations sur la carte.

En ce qui concerne les variables intensives, les significations sont moins faciles à établir. Dans le domaine des signifiés, la variable intensive constitue des ensembles, les concepts, dont les éléments, le parcours, se présentent comme un certain nombre de valeurs particulières. Par exemple, le concept d'espèce minérale a un parcours correspondant aux valeurs suivantes : quartz, biotite, phlogopite, albite, etc... Dans le domaine des signifiants, la variable intensive, la marque, s'organise en ensembles, les composantes intensives^(*) de la représentation, dont les éléments sont des paliers sensibles. Par exemple, la légende de la carte nous apprendra que la composante "couleur des figurés" possède les paliers : blanc, jaune, rouge, bleu, violet, vert, noir. Pour ne pas perdre d'information, on doit essayer d'établir une correspondance biunivoque entre les valeurs des concepts et les paliers des composantes graphiques. On a donc toujours intérêt à exprimer un concept intensif par une composante graphique ayant la même structure que lui, aussi organisée que lui. Mais la correspondance entre concepts et composantes graphiques est soumise à une autre contrainte : l'expressivité de la carte dépend au premier chef de l'existence ou de l'inexistence de sautes brusques dans les variations des composantes graphiques : une carte réalisée avec une échelle de gris sautant brusquement du gris très clair au noir absolu fera apparaître, qu'on le désire ou non, une partition des objets représentés en deux classes, celle des "objets clairs" et celle des "objets foncés". On doit tenir compte de ce phénomène lorsqu'on définit la correspondance entre concepts et composantes, en se demandant si les partitions qu'elle fera apparaître sont pertinentes ou non.

(*) On notera la limitation aux composantes intensives. Nous n'envisageons pas ici ce que Bertin appelle la "composante géographique".

d) La structure des composantes graphiques

Le mode de structuration d'une composante constitue ce qu'on appelle son niveau d'organisation. Bertin distingue les niveaux suivants :

- Le niveau qualitatif (q) est celui d'une composante dont on peut seulement distinguer les paliers les uns des autres. Une composante qualitative peut être sélective ($\neq$) ou associative ($\equiv$). Dans le cas d'une marque sélective on distingue les différents paliers les uns des autres, et l'on ne perçoit globalement, comme une seule figure, que l'ensemble des figurés correspondant au même palier. C'est le cas des figurés ponctuels colorés : on distingue les figurés de couleur différente, et on perçoit l'ensemble des figurés d'une couleur particulière comme une figure. On emploie des gammes sélectives pour représenter des ensembles d'objets dont on désire visualiser une partition : on représente des gîtes de métaux différents par des figurés colorés, dont chaque couleur correspond à un métal particulier.

Une marque associative permet de saisir en une seule image l'ensemble des figurés correspondant indifféremment à tous les paliers de la composante ; on s'en sert pour réaliser des cartes de gîtes minéraux où l'on considère comme accessoire la distinction entre les divers métaux et où l'on essaye de mettre en évidence des groupements de gîtes, quelle que soit leur nature. Avec des figurés ponctuels de même taille, de même couleur, de même valeur, différant seulement par la forme, on dispose d'une marque associative : la distinction des formes reste possible à la lecture élémentaire, c'est-à-dire en se concentrant sur un figuré particulier, ce qui permet de connaître le métal concentré dans chacun des gîtes, mais l'on perçoit tous les gisements dans une seule image, à la lecture globale.

- Le niveau ordonné (O) correspond aux composantes dont l'ensemble des paliers peut être totalement et strictement ordonné grâce à une convention généralement admise. C'est le cas des figurés de grisé différent, que tout le monde ordonne de la même manière, du très clair au noir absolu. On peut s'en servir pour exprimer des concepts ordonnés (roche leucocrate, mésocrate, mélanocrate).

- Le niveau quantitatif (Q) est celui des composantes dont la variation est susceptible, visuellement, d'une évaluation quantitative. C'est le cas des variations de taille d'un figuré circulaire noir, comme on le constate sur la figure 27 : on peut dire qu'un figuré est plus gros que l'autre, mais aussi évaluer grossièrement le rapport de leurs tailles. On se sert de composantes Q pour traduire des concepts quantitatifs (valeur de la radioactivité, indice de coloration de 10 % en 10 %, etc...). Les composantes Q et O voient leurs paliers s'organiser en gammes.

Le niveau quantitatif inclut les deux autres : toute variable quantitative s'ordonne naturellement, et ses paliers sont distincts ; et le niveau ordonné inclut le niveau qualitatif.

En dehors de la position qui est une composante extensive, les composantes formelles utilisables dans le système graphique sont au nombre de six : la forme, l'orientation, la couleur, le grain, la valeur, et la taille des figurés. Selon le type d'imposition dans lequel elles se manifestent, leur niveau d'organisation est le suivant :

Imposition	Ponctuelle	Linéaire	Zonale
Forme	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$
Orientation	$\neq$	$\neq$	$\equiv$
Couleur	$\neq$	$\neq$	$\neq$
Grain	O	O	O
Valeur	O	O	O
Taille	Q	Q	Q

Le nombre des paliers que l'oeil peut discerner dans l'étendue des variations d'une composante, que l'on appelle sa longueur, (il serait plus opportun de parler de sa puissance), est limité par des phénomènes de perception catégorielle, c'est-à-dire par l'existence de seuils de discrimination visuelle. La forme est la composante la plus longue, mais son niveau d'organisation qualitatif la rend incapable de représenter les variables ordonnées ou quantitatives. La traduction d'un concept O ou Q long par une composante plus courte que lui demande que l'on fasse correspondre plusieurs valeurs du concept à un seul palier de la composante, ce qui fait perdre de l'information. On minimise la perte d'information en cherchant le meilleur regroupement possible des

valeurs du concept en classes d'équivalence. Le problème est le même quand on se trouve en présence de concepts qui ne peuvent pas être complètement et strictement ordonnés, mais dont on veut quand même traduire un ordre partiel par une composante O ou Q.

Nous avons admis qu'une carte ne pouvait contenir qu'un nombre bien déterminé de figurés élémentaires. Si l'on diminue leur taille, on augmente le nombre de figurés pouvant exister sur la carte, mais on est obligé de réduire la longueur des composantes intensives : l'expérience montrera par exemple que l'on peut discerner 10 paliers de gris sur un figuré de un centimètre carré et 5 seulement sur un figuré de 2 millimètres carrés.

Supposons que nous ayons p composantes, la composante de rang j ayant nj paliers. Soit N le nombre de figurés élémentaires : nj décroît, comme nous venons de le voir dans le cas des paliers de gris, lorsque N croît. Soit p_j^i la probabilité d'apparition du ième paliers de la jème composante dans un figuré élémentaire. La quantité d'information contenue dans la carte est, au plus :

$$I \text{ max} = - N. \sum p_j^i \cdot \log p_j^i$$

On doit donc se proposer de trouver le système de découpage du document en extension (taille des figurés élémentaires), et en intensité (système de composantes et de paliers), qui maximisera I max. Ce travail se justifierait surtout si l'on pouvait négliger les contraintes dues à la structuration de l'objet, qui précisent les p_j^i au fur et à mesure de la construction de la carte, et en l'absence des contraintes imposées par la recherche de l'expressivité du document (par exemple, pour certaines cartes d'inventaire qui sont seulement des mémoires auxquelles on ne demande pas d'être très expressives).

1.2.2.3. - LA LECTURE DES DOCUMENTS GRAPHIQUES

a) Notion sémiologique d'image

Nous préférons le terme 'forme' au terme 'image', utilisé en sémiologie graphique. En effet, certaines opérations graphiques nous amèneraient à parler d'image-objet et d'image-image.

L'image est, avec la parole, le support de la pensée : toute information donne naissance à une image ou à une phrase au moment où elle est appréhendée. Selon la forme d'idéation de l'individu (acoustique, acousticomoteur ou visuel), la parole ou l'image est utilisée de façon préférentielle.

La sémiologie s'attache à dégager les structures significatives, porteuses d'information, dans une représentation. Pour les représentations graphiques, ces structures constituent l'image graphique.

Les problèmes sémiologiques les plus complexes sont ceux où le même document doit exprimer la coordination d'un certain nombre d'images simples ; les mêmes objets peuvent alors appartenir à plusieurs images distinctes : un gisement situé à l'intersection de deux systèmes tectoniques aura une représentation appartenant à la fois à l'image de chacun de ces deux systèmes. On doit alors manier avec doigté les variables sélectives et les variables associatives.

On va voir que la lecture de la carte fait intervenir des questions d'unités, des questions de termes et des questions de champs auxquelles on pourrait éventuellement répondre par des phrases, en se servant de l'information qui figure dans le fichier original (carnets de terrain, fiches d'observation, etc...). Mais en matière de réponses, l'intérêt de l'image tient au fait qu'elle présente en un seul coup d'oeil toute l'information disponible. On perçoit les éléments de réponse qu'elle fournit tels qu'ils sont impliqués dans tout un jeu de relations complexes, non dialectiques, à la fois extensives et intensives. La réponse de la carte est plus riche que la réponse dialectique à la question équivalente, parce qu'on l'appréhende à l'intérieur de tout le contexte qui en précise la valeur.

b) Mécanisme de la lecture graphique

Nous distinguerons, avec Bertin, trois niveaux de lecture de l'information graphique :

- la lecture au niveau élémentaire revient à demander à la carte : "quelle valeur de la propriété cartographiée correspond elle à tel figuré particulier ?". Par exemple : "quelle est la na-

ture de l'élément concentré dans le gîte dont on examine la représentation ?" Ce mode de lecture correspond en général à une question d'objet ("quelles sont les propriétés de l'objet examiné ?"). Mais on peut aussi le considérer comme une question d'unité, si l'on se demande "est-ce que tel objet possède telle valeur particulière de la propriété étudiée ?".

- la lecture au niveau moyen demande que l'on examine un groupe de figurés voisins, par exemple : "la densité des gisements a-t-elle tendance à augmenter du Nord au Sud ?".

- la lecture au niveau global cherche à caractériser l'ensemble du domaine cartographié : "la distribution des gisements est-elle uniforme dans le domaine cartographié ?". Elle pose à la carte une question de champ.

La lecture de la carte à des niveaux différents est autorisée par le fait que le document cartographique exprime des variations significatives à la fois :

- entre des figurés immédiatement voisins (niveau élémentaire),
- entre des groupes de figurés voisins (niveau moyen),
- dans l'ensemble du domaine étudié (niveau global).

La possibilité de lire la carte à des niveaux différents est à la fois un avantage et un inconvénient. En effet, les variations significatives que l'on veut déceler au niveau où s'effectue la lecture peuvent être dissimulées par des variations sensibles caractérisant un autre niveau, supérieur ou inférieur. Cette dissimulation peut se présenter comme une destructuration, ou comme une fausse structuration du niveau de lecture considéré. Prenons quelques exemples.



Figure 6 - L'effet stroboscopique dans le domaine des textures.

Pour faire apparaître l'anomalie résiduelle radiométrique, (niveau moyen) il faut éliminer la tendance kilométrique (niveau global) et les variations locales (niveau élémentaire) qui la masquent. Les interférences entre les niveaux de lecture peuvent être particulièrement subtiles, et l'on peut être amené à sacrifier volontairement de l'information, à un niveau, pour permettre à la vision d'appréhender l'information relative à un autre niveau. L'oeil extrapole en effet aux niveaux supérieurs de lecture des opérateurs n'intervenant qu'au niveau élémentaire (c'est "l'effet stroboscopique", bien connu en psychologie de la perception). Par exemple, en déplaçant légèrement le négatif d'un système d'objets ponctuels pendant le tirage d'une photographie, on obtient des couples de points se déduisant l'un de l'autre par une rotation ayant pour centre le centre instantané de rotation du négatif. Ainsi, la figure 6 représente le résultat du tirage d'un négatif représentant une texture, après déplacement de ce négatif. Les différents couples de grains ne sont pas sur le même cercle, mais on croit pourtant voir des groupements circulaires d'objets, l'opérateur (rotation) qui caractérise l'ordre à courte distance (disposition relative de deux proches voisins) ayant été interprété par l'oeil comme caractéristique de la disposition des objets à moyenne distance. La "foliation" de roches ayant subi un écrasement transformant chaque cristal en deux ou trois grains étalés dans le plan de déformation maximum est souvent une vue de l'esprit provenant de la même illusion d'optique. (On s'en rend compte en calculant l'autocorrélation de la texture). Dans d'autres cas, la soi-disant foliation provient de l'extrapolation subjecti-

ve de l'allongement des grains, et elle disparaît si l'on adopte un figuré circulaire pour les représenter. Sur ces bases, le traitement de l'image graphique devra, en particulier, éliminer toutes les variations qui peuvent dissimuler celles que l'on cherche à saisir au niveau de lecture où l'on se place : dessiner, c'est d'abord éliminer^(*).

c) Valeur de la réponse apportée par la carte

Au niveau de l'unité d'information graphique, la réponse à une question d'objet demande que l'oeil se fixe sur un support élémentaire, puisqu'il doit identifier la marque qui lui est affectée. Une marque unique, bien déterminée, figure sur chaque support élémentaire, et la réponse que l'on obtient fait intervenir, dans le domaine formel, une relation univoque entre le support et la marque. Réciproquement, la réponse à une question de propriété, posée au même niveau, ferait intervenir une relation univoque entre la marque et le support élémentaire.

Or, l'univocité de la relation, qui nous est imposée par la contrainte cartographique (une seule marque par support élémentaire), trahit souvent la réalité. Au support examiné devrait correspondre, au lieu d'une seule marque m , la marque m_1 ou la marque m_2 ou la marque m_3 , etc..., également possibles, que l'on aurait obtenues en reproduisant l'épreuve qui définit la propriété cartographiée. Nous devons donc nous demander comment la correspondance univoque entre support élémentaire et marque trahit la réalité, et essayer de chiffrer la perte d'information qui résulte de cette trahison. Soit Γ_e la relation multivoque existant entre la réponse unique apportée par la carte au niveau de l'unité d'information graphique et la réponse multiple qui conserverait toute l'information : Γ_e sera par exemple la correspondance multivoque reliant la marque unique que l'on observe sur la carte et l'ensemble des marques $m_1, m_2, \dots, m_i$ qui pourraient apparaître avec une probabilité p_i , sur le même support élémentaire.

La valeur de l'information fournie par la carte, au niveau élémentaire de lecture, dépend des caractères de Γ_e . A partir de ces caractères et de ceux du mode d'agglomération des données qui caractérisent le mode de lecture, on peut souvent évaluer l'information fournie par la carte au niveau moyen ou au niveau global de lecture. Nous allons donc essayer de caractériser la correspondance Γ_e , en étudiant, la chaîne de relations remplacée sur la carte par la correspondance univoque support élémentaire-marque.

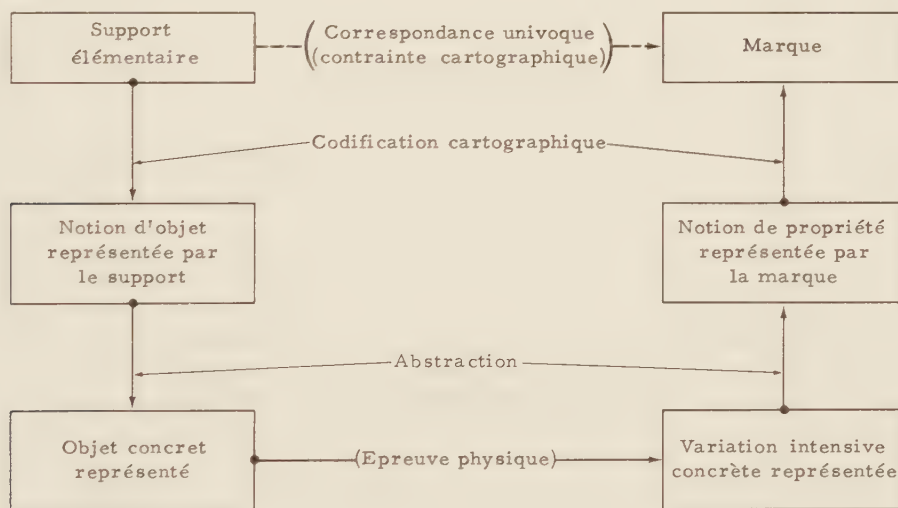


Figure 7 - La signification cartographique.

On voit sur la figure 7 que la correspondance univoque qui apparaît sur la carte entre les supports élémentaires et la marque qui les affecte est l'image défectueuse de toute une chaîne

(*) Il s'agit d'éliminer des invariants structuraux apparaissant à un niveau, par exemple celui des objets, et transposés à tort à un autre niveau, celui des figures, par le mécanisme de la perception.

de relations, qui peuvent être multivoques. On a représenté ces relations, qui consistent en codifications, en abstraction, et enfin, en une épreuve physique. On a négligé le passage des notions d'objets et de propriétés aux noms correspondants et on voudra bien considérer qu'il s'exprime par une correspondance biunivoque. La figure traduit le fait que la réponse de la carte fait intervenir, en fait, la chaîne de relations suivantes :

- Passage du support élémentaire à la notion d'objet représentée par lui, par l'opération réciproque de la codification cartographique en extension.
- Passage de cette notion d'objet à un support concret, par une relation sémantique extensionnelle.
- Passage du support concret au résultat concret de l'épreuve qui définit la propriété cartographiée, par un mécanisme physique.
- Passage du résultat concret de l'épreuve à la notion intensive qui lui correspond, par une relation sémantique intentionnelle.
- Codification cartographique de la notion précédente par la marque appropriée.

Au niveau élémentaire la valeur de la carte dépend de la façon dont la correspondance univoque qu'elle exprime trahit les multivoques apparaissant dans la chaîne de relations précédente : elle répond "m" alors qu'elle aurait dû répondre " m_1 ou m_2 ou m_3 ". On doit donc analyser chacune des relations "composantes", déterminer ses caractères, pour en déduire la perte d'information qui accompagne la substitution d'une correspondance univoque aux multivoques.

L'analyse des relations de la chaîne considérée demande que l'on définisse, distingue et inventorie tous les termes qu'elles peuvent faire correspondre à un terme de départ, ce qui revient à essayer de faire apparaître dans chaque cas l'ensemble des termes-images correspondant à un même terme-objet. On essaiera ensuite de structurer l'ensemble image, de définir la probabilité de ses éléments, etc... Cette analyse permettra de déterminer l'information perdue lors de la suppression des multivoques entre objets et images, imposée par la cartographie. Comme il n'est pas question d'envisager tous les cas possibles, nous allons nous borner à étudier quelques exemples importants en cartographie géologique.

- Figure 8 a.

Pour tous les supports on est en présence de correspondances univoques :

$$S_1 \rightarrow m_1, S_2 \rightarrow m_1, S_3 \rightarrow m_2, S_4 \rightarrow m_3, S_5 \rightarrow m_4, S_6 \rightarrow m_4$$

Il n'y a alors aucun problème de définition de la marque. La correspondance univoque support-marque traduisant bien la réalité, il n'y a pas de perte d'information par l'attribution d'une marque unique à chaque support.

- Figure 8 b.

On constate une correspondance multivoque au niveau de l'épreuve qui définit la propriété cartographiée. Nous devons alors distinguer deux cas. Il se peut que l'épreuve fasse correspondre à l'objet 03 les résultats concrets R2 et R5. Nous sommes alors en présence d'une intensité vectorielle qu'il va falloir coder par une seule valeur pour la faire tenir sur un support élémentaire. La cartographie pose alors un problème d'agglomération d'intensités vectorielles. Il peut également s'agir d'une épreuve aléatoire faisant correspondre à l'objet 03 le résultat R2 ou le résultat R3 ou le résultat R4, et à l'objet 05 le résultat R4 ou le résultat R5.

Dans les deux cas, nous dirons que les figurés élémentaires ne sont pas définis en intensité. Nous devons, selon le cas, trouver un procédé substituant une marque unique à une conjonction de marques (m_1 et m_2 et m_3 par exemple) ou à une disjonction de marques (m_1 ou m_2 ou m_3 par exemple).

- Dans le cas de la figure 8 c, l'épreuve qui définit la propriété fait correspondre le même résultat à plusieurs objets. On doit encore envisager deux cas. Dans le premier, un résultat correspond à la conjonction de plusieurs objets élémentaires ; R2 correspondra par exemple aux objets élémentaires 01 et 02 et 03. Nous dirons alors que l'épreuve considérée est une intégration

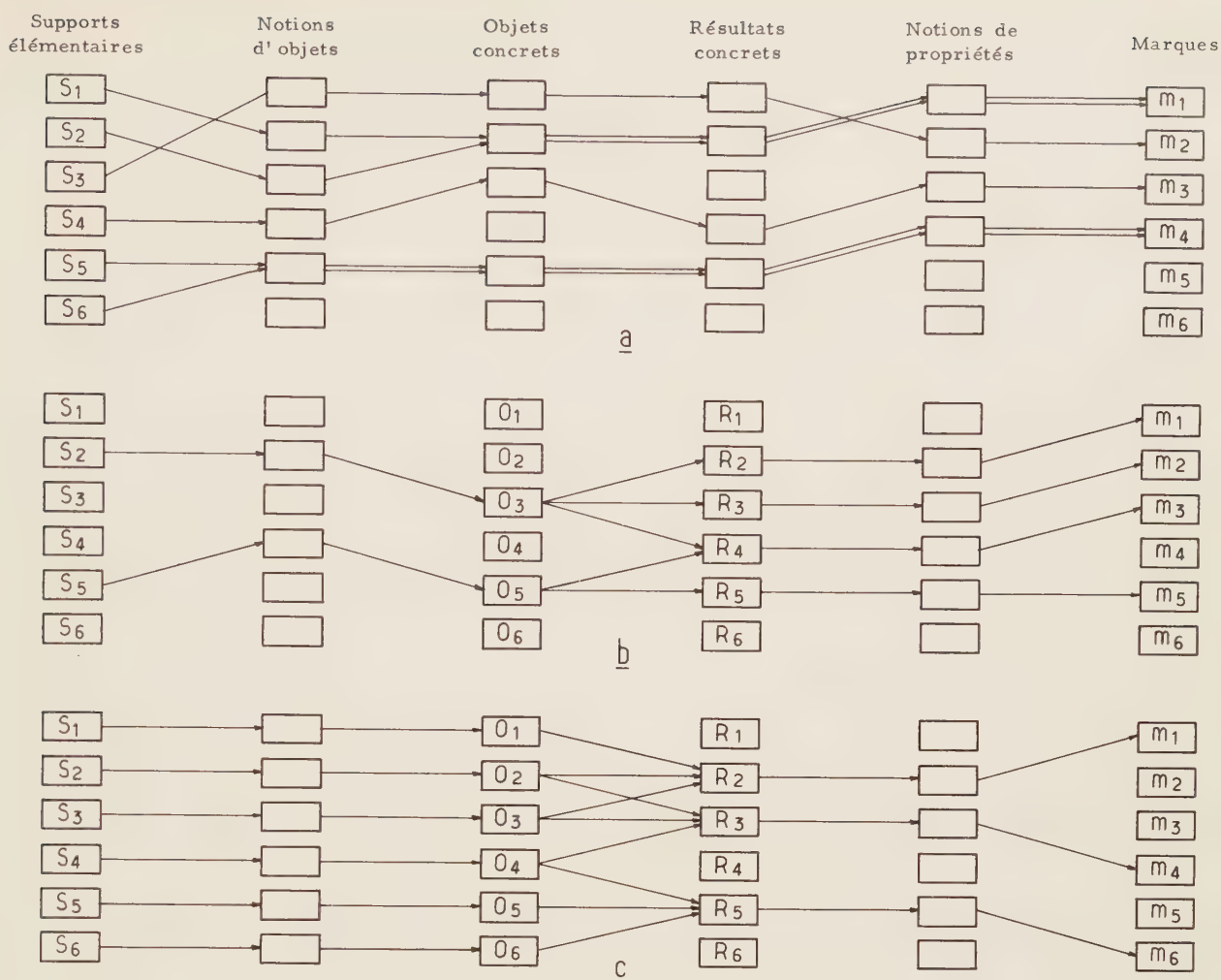


Figure 8 - Quelques types de multivoques cartographiques.

tion, au sens sémiologique du terme : son résultat est fonction de plusieurs objets élémentaires simultanés. Dans ce cas, on voit qu'il peut encore exister un problème de définition de la marque : si l'on examine le support S₂ on ne sait pas si on doit lui affecter la marque m₁ ou la marque m₄. Il faudra utiliser une convention cartographique susceptible de faire perdre de l'information pour résoudre le problème. Enfin, il arrive également qu'un résultat corresponde à une disjonction(*) d'objets élémentaires : R₃ pourrait correspondre à O₂ ou à O₃ ou à O₄. C'est ce qui se passe lorsque le repérage de la position des objets observés est défectueux. Il existe alors un problème d'indétermination des figurés en extension, et le remplacement d'un ensemble de supports possibles par un support bien déterminé sur la carte nous fera, encore une fois, perdre de l'information.

En pratique, on ne peut guère évaluer la perte d'information que si l'on se trouve en présence de multivoques probabilisables, ce qui permet d'employer la théorie de l'information. Bien entendu, si la perte d'information est nulle (correspondance univoque), le problème ne se pose pas. On va donc essayer, par une action en retour appropriée, d'imposer aux mécanismes qui

(*) Conjonction correspond à l'opérateur logique et disjonction à l'opérateur ou non exclusif.

risquent de créer des multivoques des caractères qui les rendent probabilisables, (erratisation), ou qui les réduisent au point d'aboutir pratiquement à une correspondance univoque. Cette action en retour assurera éventuellement la réduction physique des multivoques, réduction que l'on complètera par la suite, et si nécessaire, par une convension cartographique destinée à réduire les multivoques qui subsistent avec une perte d'information connue.

d) Réduction physique des multivoques

Dans la chaîne de relations que nous avons décrite, les points névralgiques, ceux où apparaissent le plus souvent les multivoques, sont l'épreuve qui définit la propriété, l'abstraction qui assimile son résultat concret à une valeur particulière d'un concept de variation, et l'abstraction consistant à assimiler les objets concrets qui supportent la propriété à des notions d'objet déjà caractérisées et insérées dans un système sémantique.

En ce qui concerne l'épreuve qui détermine la propriété, on ne peut définir l'extension du suppôt concret d'une observation sans une analyse et sans une formulation correctes de l'attitude et de la réaction du dispositif instrumental. Cette analyse fera l'objet de la deuxième partie de l'étude. Sans elle, on ne pourrait dire à quel objet particulier correspond un résultat donné. Une action en retour modifie l'attitude et la réaction des méthodes employées de façon à permettre une définition correcte du suppôt des observations (que cette définition détermine le suppôt, ou qu'elle l'erratise). L'étude des multivoques provenant de l'existence de plusieurs valeurs possibles de la propriété étudiée pour le même suppôt s'insère dans l'étude de l'homogénéité physique de la méthode d'observation. L'action en retour intervient encore une fois dans les mécanismes permettant de contrôler et de définir l'influence des conditions extérieures, des facteurs dispersifs et des distorsions, sur le résultat de l'observation ; elle conduit soit à la détermination, soit à l'erratisation du résultat de l'épreuve qui définit la propriété cartographiée.

Quant à l'abstraction qui assimile l'objet concret constituant le suppôt de l'observation à une notion préexistante, elle se base sur la comparaison des caractères (concrets) de l'objet considéré avec les caractères (abstraits) de la notion à laquelle on veut le réduire. L'élimination des multivoques provenant de ce qu'un même objet concret peut être assimilé à plusieurs notions d'objet différentes est du ressort de la taxinomie.

e) Conventions destinées à réduire les multivoques

Dans le cas de la figure 8 b, le suppôt de la propriété cartographiée était bien déterminé, mais le résultat de l'épreuve réalisée sur ce suppôt était entaché d'incertitude. Plusieurs marques pouvant être attachées au même support élémentaire, l'image n'était pas définie "en intensité". Pour obtenir une image définie, nous avons envisagé une première solution : rendre déterminé le résultat de l'épreuve par une action en retour appropriée portant sur l'attitude et sur la réaction du dispositif employé. Si cela s'avère impossible, comme on est obligé de reporter sur la carte un seul résultat, on choisit soit un résultat sélectionné plus ou moins au hasard parmi l'ensemble des résultats possibles pour le même support, soit un résultat particulièrement typique (une moyenne, un mode, une fonction définie à partir d'un ensemble de résultats obtenus sur le même suppôt). La signification de la valeur unique que l'on cartographie, et par conséquent la perte d'information découlant de la convention que l'on a employée, dépendent de la structure statistique du résultat de l'épreuve considérée. On doit la définir en se servant d'essais de reproductibilité, éventuellement l'ajuster à un modèle mathématique par une action en retour appropriée (erratisation). On notera que la convention que l'on adopte supprime, en intensité, l'isomorphisme qui devrait exister entre la représentation cartographique et l'objet représenté.

Dans le cas 8 c, pour une intégration, le problème reste le même : différentes marques peuvent être affectées au même support élémentaire selon que l'on considère qu'il s'intègre à l'un ou à l'autre des objets qui, au niveau d'articulation supérieur, servent de suppôt à la propriété cartographiée. La solution reste la même. Elle consiste à ajuster le mécanisme de l'intégration considérée de façon à ce qu'aucune multivoque ne puisse plus se produire quant à l'affectation d'une marque à un support élémentaire ; si on n'y arrive pas, à substituer, sur la carte, une seule marque à l'ensemble des marques possibles, par une convention adéquate. Dans le cas d'erreurs dans le repérage des objets, la démarche reste à peu près la même, mais l'isomorphisme entre la représentation et l'objet représenté est rompu, cette fois, en extension.

1.2.3. – VERS UN SOFTWARE DE VISUALISATION UTILISABLE EN GEOLOGIE

1.2.3.1. - QUELLE FORMALISATION ADOPTER

Nous avons essayé de dégager la structure du hardware graphique, ainsi que celle du software employé depuis fort longtemps par les géophysiciens et par les géochimistes qui font du "traitement de l'image" sans utiliser de formalisation bien définie.

Le traitement de l'image consiste à passer d'un document-objet trop confus à un document-image plus expressif. Les composantes, intensives ou extensives, de l'image, sont des fonctions de composantes, ou d'ensembles de composantes de l'objet. Il faut avant tout :

- définir les arguments de ces fonctions de façon à ce que l'ordinateur puisse les calculer,
- définir les relations qu'il importe de saisir entre les valeurs qu'elles prennent, pour représenter ces valeurs par la composante graphique appropriée, sur le document-image,
- définir la correspondance faisant passer des composantes extensives de l'objet à celles de l'image.

Pour ce qui est de la définition des composantes d'une représentation-objet pouvant constituer l'argument d'une fonction, il nous a semblé que la terminologie de O. Lecarme pouvait s'appliquer à la géologie. Elle revient à définir, dans le signifiant graphique, les niveaux d'articulation suivants, que nous adopterons, et dont nous donnons ici les exemples relatifs à deux types de représentations classiques :

- le niveau des éléments (cristaux dans une texture, gisements dans un district minier),
- le niveau des objets composés par les éléments précédents (échantillons rocheux, districts miniers),
- le niveau des figures associant plusieurs objets (anomalies géochimiques dessinées par la variation de concentration minéralogique des échantillons étudiés, province métallogénique),
- le niveau des structures composées par les figures précédentes (alignements d'anomalies de concentration, alignements de provinces métallogéniques).

Les traitements graphiques classiques destinés à souligner la structure de la représentation-objet, soit en faisant apparaître certaines de ses composantes de façon sélective sur l'image, soit en les associant par un procédé d'intégration graphique dont le résultat se structure de façon évidente, se ramènent au calcul de fonctions ayant pour argument, selon le cas, des éléments (ou des ensembles d'éléments), des objets (ou des ensembles d'objets), des figures (ou des ensembles de figures). Cette façon de formuler le problème graphique recoupe plus ou moins exactement la notion de niveaux de lecture ; on peut également imaginer des arguments mixtes (éléments, objets ou objets, figures).

1.2.3.2. - SIMPLIFICATIONS IMPOSEES PAR LA REPRESENTATION DE L'INFORMATION GEOLOGIQUE

Si nous comparons le nombre d'opérations que nous pouvons réaliser pratiquement pour construire une représentation avec le nombre de celles qu'a probablement réalisées la nature pour bâtir l'objet représenté, nous constatons qu'il est impossible de donner à une représentation une structure aussi complexe que celle des faits dont elle prétend rendre compte. Il nous faut donc choisir les composantes structurales que nous allons représenter ("dessiner, c'est éliminer"). La représentation obtenue sera quand même satisfaisante si tout, ou presque tout le contenu de l'information que nous voulions traduire, est véhiculé par les composantes structurales représentées. C'est ce qui se passe en géologie, où les représentations ont bien souvent pour but de permettre de reconstituer une histoire, lorsque toute l'histoire en question transparaît dans les structures représentées sur une carte.

Cette simplification, cette sélection des traits structuraux qu'il est pertinent de représenter, constitue ce que l'on appelle une réduction.

La réduction pose le problème suivant : par action en retour, la représentation que nous donnons d'un objet oriente la façon dont nous allons l'observer. Le fait de ne pas rendre compte de certains traits structuraux de l'objet rend en général une représentation inapte à diriger l'observation de ces traits, ce qui peut amener une personne se basant sur elle à nier l'existence de traits structuraux qui ont seulement le tort d'échapper à une observation mal dirigée. Par exemple, si l'on admet que la disposition des constituants d'une texture est désordonnée, on est logiquement amené à utiliser des sections polies d'orientation quelconque. Or, pour mettre en évidence le caractère plus ou moins ordonné d'une texture, il est absolument nécessaire d'orienter convenablement les sections étudiées par rapport aux repères que fournit la géologie structurale ; on a bien des chances de ne pas déceler le type d'ordre qui caractérise la texture sur une section quelconque. La conclusion de l'observation risque ainsi d'être contenue dans l'hypothèse initiale : "la texture est désordonnée" (donc on oriente les sections étudiées au hasard, et comme cela ne permettrait pas de déceler l'ordre d'une texture ordonnée, le résultat est désordonné, donc la texture semble désordonnée).

Il faut prendre garde de ne pas s'enfermer dans ce cercle vicieux dès le début d'une étude, où, faute d'informations, on ne peut encore choisir à bon escient les composantes structurales qu'il convient de représenter. Il vaut mieux suivre une démarche séquentielle, c'est-à-dire une démarche adaptant progressivement les composantes de la représentation, partant le mode d'observation de l'objet, à ses traits structuraux, qui se dégagent peu à peu.

a) Réduction par adaptation du réseau de repérage (relativité géologique)

La définition d'un réseau de repérage s'insère dans un mécanisme finalisé visant à introduire le plus possible d'invariants formels dans les représentations maniant les variables qu'il sert à repérer. L'invariance des relations métriques auxquelles on s'intéresse s'obtient souvent en déformant le réseau de repérage, et ceci en géologie plus qu'ailleurs : même si une surface géologique de référence, appelée "marqueur", a été déformée, on lui attribue conventionnellement une cote constante ; la cote z d'une formation quelconque s'obtient par interpolation entre celles des deux marqueurs qui l'encadrent ; pour déterminer les coordonnées x et y , on se repère sur des ensembles d'éléments matériels distribués à la surface des marqueurs et ayant conservé leurs propriétés topologiques lors de la déformation, par exemple sur des linéations héritées(*). Ce mode de repérage correspond à un système de coordonnées de Gauss. On conçoit donc l'importance des études structurales permettant de mettre en évidence des systèmes d'éléments matériels ayant conservé leurs propriétés topologiques lors des déformations subies par les roches, et pouvant servir de réseau de repérage (un ensemble d'éléments matériels conservant ses relations topologiques au cours d'une déformation subit, selon le vocabulaire de Sander, des "Direkt-Teil-Bewegungen". Par rapport au réseau de repérage choisi, certains mouvements de masse sont des mouvements composants directs, et certains sous-ensembles des éléments matériels qu'ils mobilisent, permettent de définir d'autres réseaux de repérage). Au contraire, les éléments matériels qui se comportent comme s'ils subissaient des "diffusions", comme s'ils s'agitaient de façon plus ou moins incohérente par rapport à n'importe quel réseau de repérage, sont animés de "mouvements composants indirects". Il est bien évident que des éléments matériels se trouvent dans l'une ou l'autre des situations considérées selon que les forces qui les mobilisent l'emportent ou non sur leurs liaisons mutuelles. Les représentations géologiques semblent donc pouvoir emprunter un certain nombre de modèles à la théorie cinétique des gaz : certains gisements résultent peut-être du bilan des mouvements indirects se produisant dans un domaine où agit une tendance uniforme ; à l'échelle microscopique ou mésoscopique nous ne voyons en général se dégager aucune tendance qui puisse nous diriger vers le gisement ; nous constatons seulement des "diffusions" incohérentes ; c'est seulement par une intégration, à l'échelle macroscopique, que nous décelons la tendance qui constitue un fil directeur pour la prospection. Nous pouvons espérer une action en retour des modèles de la thermodynamique statistique sur notre manière d'observer : pourquoi ne nous orienteraient-ils pas vers de nouvelles caractéristiques des secteurs intéressants, c'est-à-dire vers de nouveaux indices métallogéniques ?

(*) Une linéation héritée est une structure linéaire existant avant la déformation de la roche, à la différence des linéations imposées qui sont apparues à la suite de cette déformation.

Les études géologiques présentent deux phases successives, faisant intervenir deux types de repérage différents impliquant, sauf précautions particulières, des transformations de coordonnées extrêmement compliquées. Dans une première phase, nous remontons des observations faites sur le terrain à l'état présent des formations géologiques. Nous nous servons alors d'un repérage adapté à la représentation de l'espace physique actuel, qui est un repérage euclidien facilitant les transformations linéaires que nous utilisons lors de l'interprétation physique des mesures. Dans une deuxième phase, lors de l'interprétation géologique proprement dite, nous essayons de dégager les invariants qui, aux différentes étapes de leur histoire, ont caractérisé les relations existant entre les constituants des structures géologiques. Nous nous servons alors du repérage en coordonnées de Gauss de "l'espace géologique". L'aspect qualitatif de la géologie vient pour une bonne part du fait que nous ne savons pas formuler les transformations de coordonnées permettant de passer d'un repère à l'autre. Faute de dégager des relations métriques qu'il est à peu près impossible de "sauver" au cours des transformations de coordonnées, nous nous contentons de formuler des invariants topologiques, sans que la topologie ait d'ailleurs jamais figuré dans un programme d'enseignement de la géologie. D'autre part, la réponse d'un dispositif d'observation varie presque toujours avec son orientation par rapport aux directions structurales qui définissent le repérage géologique. Pour obtenir une réponse homogène, il faut que le dispositif d'observation ait une orientation bien définie par rapport au système de repérage géologique. Et pour définir ce système, il faut avoir interprété la réponse, ce qui est difficile si elle n'est pas homogène. Voilà un cercle vicieux dont nous nous tirerons, comme d'habitude, en invoquant l'action en retour. Si les directions géologiques varient beaucoup, on a toujours intérêt à définir les grandes lignes de leurs variations par une première observation à maille lâche ; une première représentation permet ainsi d'orienter approximativement le dispositif de mesure, ce qui établit à peu près l'homogénéité des résultats, et ainsi de suite. Pour faciliter cette démarche, et pour simplifier le problème des transformations de coordonnées, on peut s'arranger pour que le résultat des observations que l'on veut représenter ne soit pas influencé par ce qui se passe hors d'un certain domaine dans lequel le repérage géologique peut se faire par rapport à un repère local unique. Il suffit pour cela de jouer sur les conditions physiques de l'observation, pour que celle-ci n'intègre en aucun cas l'influence de structures de direction variable, utilisées pour le repérage géologique. Les calculs servant à l'interprétation, tant physique que géologique, ne feront alors intervenir qu'un seul mode de repérage, (euclidien ou quasi euclidien) par rapport à des repères locaux qu'il s'agit de déterminer ; pour ce faire, on peut se proposer d'établir localement des statistiques d'orientation (orientations cristallines, orientations morphologiques, dispositions préférentielles), qui définissent la direction des axes, et des statistiques portant sur les distances qui séparent des objets homologues, pour déterminer la métrique locale.

b) Réductions comportant une part d'approximation

1/ Réductions du nombre des variables intervenant en réalité par sélection de certaines composantes du repérage.

- A condition qu'il soit possible de les mesurer et de les rendre linéairement indépendantes, les composantes dont nous parlons seront celles d'un vecteur. Imaginons que nous soyons en présence d'un résultat que nous pensons pouvoir représenter par une fonction régulière d'un vecteur u , $R(u)$. Etant donné la régularité de $R(u)$, un accroissement ΔR devrait pouvoir s'exprimer par une différentielle totale exacte :

$$\Delta R = \varphi_1 \cdot \Delta u_1 + \varphi_2 \cdot \Delta u_2 + \dots = \varphi_j \cdot \Delta u_j$$

Les fonctions φ_j sont des dérivés partielles de R par rapport à la variable correspondante. Notre modèle régulier suppose donc une dépendance linéaire des petites variations ΔR par rapport aux petites variations Δu_j . Des corrélations linéaires nous donneront sans doute une idée assez précise de l'ensemble de grandeurs que l'on considérera comme indépendantes et que l'on fera entrer dans le système de grandeurs u_j servant au repérage, ainsi que des variables semblant être des grandeurs liées comme R . Ces corrélations peuvent nous montrer que certaines grandeurs u_j s'avèrent pratiquement sans influence sur les variations de R , en regard de celles qui correspondent aux termes $\varphi_j \cdot \Delta u_j$ prépondérants ; on sera donc tenté de négliger les variables dont l'influence est faible pour aboutir à une représentation plus simple, présentant R comme une fonction d'un petit nombre de variables u_j : cela revient à appliquer ce que les biologistes appellent la "loi du minimum". Mais une telle approximation présente des dangers. D'abord, dans des conditions physiques différentes de celles qui nous ont amené à adopter une représentation approchée, un

terme $\varphi_j \Delta u_j$, considéré comme négligeable peut devenir important. Si nous réutilisons la formulation de laquelle ce terme a été éliminé sans critiquer la façon dont elle s'applique, ce qui arrive souvent, nous allons sans doute laisser varier de façon non contrôlée les conditions d'observation repérées par la variable u_j , puisqu'aucun terme, dans notre formulation, n'attire notre attention sur l'importance de cette variable. Le résultat que nous obtiendrons nous semblera être plus ou moins aléatoire, alors qu'une formulation contenant le terme $\varphi_j \Delta u_j$ éliminé nous aurait montré qu'il était bien déterminé. D'un autre côté, on ne doit pas tenir compte uniquement de l'ordre de grandeur des termes $\varphi_j \Delta u_j$, mais aussi de la façon dont ils risquent éventuellement de se compenser, ou au contraire de s'accumuler, sur le terrain, sous l'influence d'une tendance uniforme.

Le but de la réduction est d'aboutir à une expression $R(u)$ dans laquelle u sera un vecteur à 1, 2 ou 3 dimensions, dont on sait représenter les variations de façon très concrète par des documents graphiques ou par des modèles en relief, statiques ou animés. Des vecteurs u à 4 dimensions ou plus ne pourraient être représentés sous une forme qui nous soit familière.

- S'il est impossible de réduire la représentation de $R(u)$ à un objet à 2 ou 3 dimensions suffisamment maniable, on peut convenir d'opérer les mesures dans des conditions particulières : en annulant une dérivée partielle φ_j , on se débarrasse d'un des termes de la représentation, et on peut ainsi abaisser les dimensions qu'il convient de lui donner. On peut aussi abaisser le nombre des dimensions de la représentation en faisant intervenir une intégration ou un échantillonnage : on peut donner d'un objet quadridimensionnel une représentation tridimensionnelle, dont chaque état de chaque unité d'information peut être calculé par une intégration portant sur la variable temporelle ; ainsi, on peut se représenter les formations géologiques comme des mémoires tridimensionnelles qui ont enregistré, par intégration temporelle, les variations de signaux cosmiques ou climatiques. Mais c'est surtout l'échantillonnage qui aboutit à des représentations comportant un nombre de dimensions inférieur à celui de l'original : états instantanés d'un phénomène quadridimensionnel, coupes minces, sections polies ou profils de mesures réalisés dans une formation tridimensionnelle. Si nous connaissons la structure de l'objet échantillonné, la théorie de l'échantillonnage nous permet de trouver le procédé le plus efficace.

2/ Représentations simplifiées, sans abaissement du nombre des variables.

Lorsqu'on peut assimiler des objets à des points matériels, les distributions de Dirac permettent de donner une représentation mathématique de leur distribution. On représente un objet ponctuel de masse unitaire repéré par le vecteur x_0 , par la distribution de Dirac notée $\delta(x - x_0)$; $\delta(x - x_0)$ est nulle pour tout x différent de x_0 , et pour tout élément ΔV contenant x_0 :

$$\int_{\Delta V} \delta = 1$$

La somme de distributions de Dirac $\delta(x - x_j)$, représente un ensemble d'objets ponctuels de masse unitaire repérés par les divers $x_j(x_1, x_2, x_3, \text{etc...})$. Les cristallographes parlent alors de distribution de masses. Si au lieu d'une masse unitaire une masse α_j est associée à chaque x_j , on écrit la distribution :

$$\sum_j \alpha_j \cdot \delta(x - x_j)$$

Des représentations analogues sont susceptibles de représenter les propriétés d'objets limités ou illimités dont seules certaines dimensions sont infiniment petites, comme des fibres ou des lamelles. On peut aussi s'en servir pour représenter des objets infiniment petits dans toutes les directions, mais dont il demeure pertinent de décrire la forme.

Les distributions de Dirac servent à représenter des éléments de volume dont les dimensions sont négligeables à l'échelle où l'on travaille. Avant d'utiliser une distribution de Dirac, on doit donc se demander à partir de quel moment on peut considérer ces dimensions comme négligeables sans commettre une absurdité physique. Les éléments de volume considérés peuvent être des particules matérielles s'individualisant par elles-mêmes, comme certaines inclusions géochimiques de très petite taille ; il peut aussi s'agir d'éléments artificiellement découpés, en vue d'un raisonnement ou d'un calcul intégral. En statistique, on peut représenter l'apparition d'une valeur de la variable aléatoire par une distribution de Dirac positionnée sur cette valeur, dans le domaine de variation de la V.A.. Les densités de probabilité résultent du lissage de telles distributions de masses.

- Une fonction régulière est souvent utilisée en géologie pour représenter le résultat du lissage d'une distribution de masses microscopiques, ou d'une fonction présentant de très nombreux maximums à l'échelle microscopique. C'est une simplification, car de petites irrégularités subsistent après le lissage.

- Nous parlerons de 'grains' chaque fois qu'un caractère intensif (par exemple une densité) reste invariable à l'intérieur de certains domaines, et varie de façon brutale lorsqu'on franchit les surfaces ou les courbes fermées qui les limitent. Le modèle s'étend sans peine à des fibres ou à des lamelles dont toutes les dimensions ne sont pas du même ordre de grandeur. Nous essaierons par la suite de réduire les distributions de grains à une somme de produits de convolution, ceux de la 'fonction solitaire' exprimant les propriétés du specimen de chaque classe de grain par la distribution de masse décrivant la distribution des grains de la classe considérée.

La concentration en constituants majeurs à l'intérieur des cristaux d'une espèce minérale de composition stoechiométrique peut-être représentée par une distribution de grains. Avant de représenter la texture d'une roche par une distribution de grains mésoscopiques, on doit d'abord identifier les éléments cristallins microscopiques qui constituent les grains, les rattacher à une espèce minérale bien définie, c'est-à-dire à une classe de la classification minéralogique. Le rattachement s'opère en examinant tout un ensemble de caractères qui peuvent d'ailleurs présenter une certaine variabilité à l'intérieur de l'espèce considérée. Sur la représentation graphique, une marque conventionnelle traduira le rattachement de l'élément examiné à une espèce donnée. Par exemple, nous associerons la marque 1 aux points pouvant constituer le barycentre d'éléments millimétriques identifiables comme "du plagioclase" et la marque 0 aux points qui ne satisfont pas cette condition. La distribution de la marque considérée se traduit par une fonction $f(x)$ égale à 1 dans les plagioclases, à zéro ailleurs. On réalise aisément des clichés dont la transparence égale à 1 dans les plagioclases, à 0 ailleurs, constitue une représentation graphique de $f(x)$ dans la section de roche étudiée. Nous devons tenir compte d'un "principe d'indétermination" : plus il nous faut accroître la taille des domaines étudiés pour obtenir des moyennes permettant de les rattacher sans ambiguïté à une espèce minérale, plus il nous devient difficile de préciser les limites des grains de cette espèce.

- Chaque fois que l'on adopte une des représentations simplifiées qui précède, on peut admettre qu'en chaque point il existe un écart entre la représentation "honnête" du phénomène et sa représentation simplifiée. Lorsque cette représentation s'applique à l'opérande d'une opération physique que l'on peut représenter par une transformation linéaire, le résultat de l'opération pourra être considéré comme la somme du résultat relatif à la représentation simplifiée, et de celui que l'on obtiendrait sur l'écart que l'on vient de définir. Le résultat relatif à l'écart est souvent identiquement nul ; dans ces conditions, la représentation simplifiée est suffisante pour rendre compte de l'opération étudiée.

Pour cette raison, nous essaierons d'aboutir à des écarts entraînant des résultats identiquement nuls pour des transformations linéaires bien définies, et nous essaierons d'ajuster le mécanisme de nos observations à une transformation linéaire.

Chapitre 2

STRUCTURE ET QUALITÉ DES DONNÉES GÉOLOGIQUES

RÉSUMÉ DU CHAPITRE 2

Les données de l'observation géologique résultent d'une chaîne de transformations faisant passer de l'un à l'autre des messages qui se succèdent de l'objet étudié à l'interface séparant la chaîne d'observation de l'observateur. L'interprétation des observations compense ces transformations de proche en proche, pour reconstituer le message dont la structure est la plus proche de celle de l'objet. La qualité des données de l'observation géologique dépend dans une large mesure de la possibilité de compenser correctement les transformations d'information dont elles constituent l'aboutissement. On doit caractériser chaque transformation d'information afin d'en donner une représentation mathématique, dont on se sert pour définir la "transformation réciproque" qui réalise la compensation désirée. Quelques exemples pratiques (dérives instrumentales, influence des réseaux de graduation) permettent de montrer que les artefacts sont souvent causés par une mauvaise compensation des transformations d'information.

Le défaut instrumental et sa compensation

Un appareil, ou une méthode d'observation, traduisent les variations d'un signal d'entrée par celles d'un signal de sortie. Il s'agit d'une transformation faisant passer d'un message-objet, le signal d'entrée, à un message-image, le signal de sortie.

Après avoir montré en quoi consistent l'homogénéité et la linéarité d'une méthode d'observation, on analyse la représentation mathématique de la transformation d'information réalisée par le défaut instrumental d'une méthode homogène et linéaire : il s'agit d'un produit de convolution. On montre comment on peut réaliser la transformation réciproque et compenser ainsi le défaut instrumental. L'opérante de cette transformation réciproque est la représentation mathématique du document que l'on veut interpréter, par exemple celle d'un enregistrement continu réalisé sur un profil d'observation, ou celle d'un histogramme réalisé à partir de résultats analytiques. L'opérateur est la réponse impulsionnelle de la méthode, que l'on définit. Le résultat est une représentation des faits étudiés plus exacte que le document original puisqu'elle n'est plus entachée par l'altération que celui-ci subissait du fait du défaut instrumental : c'est un profil d'observation où les maximums sont situés à leur place exacte, le décalage dû à l'inertie de l'enregistreur étant compensé, où les objets voisins sont mieux résolus, "l'astigmatisme" dû au défaut étant compensé, etc., ; c'est un histogramme représentant les concentrations que l'on rencontre sur le terrain, et non celles, entachées d'erreur, que l'on enregistre au laboratoire.

Les données de l'observation géologique sont considérablement valorisées quand elles ont été obtenues par une méthode homogène et linéaire dont on sait éliminer le défaut instrumental. On montre comment on peut contrôler l'homogénéité et la linéarité d'une méthode d'observation et, par la même occasion, déterminer la réponse impulsionnelle constituant l'opérateur qui permettra de compenser son défaut. En particulier, on valorise considérablement les concentrations géochimiques en rendant homogène et linéaire la méthode permettant de les obtenir. Cela demande que l'on proscrive l'utilisation des concentrations par unité de masse, pour ne se servir que de concentrations par unité de volume.

Comment adapter la qualité des informations recueillies au but de la recherche d'information

Les paramètres sur lesquels on peut agir pour modifier les caractères des transformations d'information, et pour adapter la qualité des données recueillies au but que l'on poursuit, se répartissent en deux grandes rubriques : ceux qui constituent les composantes de l'attitude du dispositif d'observations, et ceux qui composent sa réaction.

L'attitude du dispositif caractérise la façon dont on dispose les moyens d'observation par rapport à la structuration de l'objet étudié. Le problème de l'attitude concerne d'abord les différents dispositifs possibles pour réaliser ce que l'on convient de considérer comme "une même" observation. Il s'agit là de l'attitude au sens strict du terme. Le problème de l'attitude s.s. est double, car on doit le poser par rapport aux éléments

qui contribuent à la formation du résultat (par exemple, comment disposer un échantillon par rapport aux cristaux constituant une roche) et par rapport aux figures dessinées sur la carte par les variations du résultat (par exemple comment orienter une carotte par rapport aux courbes d'égale concentration moyenne). Dans les limites imposées par la structuration de la roche étudiée, on peut donner les caractères que l'on veut au système de résultats pouvant effectivement apparaître lors "d'une même" observation, en jouant sur l'attitude du dispositif d'observation : on fait de la concentration une variable aléatoire si l'on tire au hasard l'orientation de l'échantillon qui sert à la déterminer par rapport au repère local que la géologie structurale permet de définir ; parfois, si l'on précisait cette orientation, on donnerait au contraire à la concentration les caractères d'un résultat pratiquement déterminé. La maille d'observation caractérise également l'attitude du dispositif. Elle détermine le mode de concaténation(*) des données constituant le message, une carte par exemple, qui traduit les résultats de l'observation. En jouant sur la maille, on donne apparemment à ce message la structure que l'on veut : l'échantillonnage d'anomalies de quelques mètres d'extension à maille de 50 m donnera des résultats variant apparemment au hasard ; à la maille de 50 cm ils auraient été prévisibles. Définir la maille comme la disposition de la suite des observations par rapport à la structuration de la roche étudiée revient à envisager autant de mailles que le volume rocheux présente de niveaux de structuration ; cette attitude oblige à s'orienter vers les méthodes du nested-sampling.

La réaction du dispositif comporte deux composantes principales. D'abord des dispersions, variations plus ou moins imprévisibles de la réponse, que l'on essaie de transformer en variables aléatoires, et dont il importe de contrôler les caractères statistiques. Ensuite, des distorsions, qui sont des transformations d'information que l'on saura éventuellement compenser, si l'on peut définir la transformation réciproque. Il s'agit d'une part des dérives instrumentales : des essais de reproductibilité préciseront leurs caractères, ce qui permettra de les compenser ; si cela s'avère impossible, on définira un mode de tirage au hasard de l'ordre des observations qui ramènera leur influence à l'introduction d'un écart aléatoire. D'autre part, le défaut instrumental introduit une distorsion dont nous avons étudié les caractères ; on distingue d'ordinaire sa composante temporelle (l'inertie du dispositif) et sa composante spatiale (la résolution).

Problèmes de qualités posés par le traitement automatique des informations

Le traitement automatique sert en général à faire des bilans portant sur de très nombreuses observations. Ces bilans ne doivent pas être biaisés par de faibles altérations de l'information qui n'apparaissent pas lorsqu'on examine seulement un petit nombre de résultats. Pour déceler les altérations gênantes, et pour trouver le moyen de les compenser, il est nécessaire d'examiner de grands ensembles de données que l'on décompose d'abord en sous-ensembles homogènes ; dans chacun de ces sous-ensembles, on détermine ensuite les caractères des altérations subies par l'information traitée (dispersions statistiques, dérives, etc...), et on essaie de trouver la manière de les compenser. Malheureusement, pour des raisons pratiques, les laboratoires analytiques ne réalisent presque jamais leurs corrections de cette manière, et l'on peut montrer que le fait de ne conserver dans ses archives que des données ayant subi des corrections "classiques" entraîne la destruction de bien des informations qui auraient pu être exploitées grâce au calcul automatique.

On montre ensuite que les données géochimiques classiques, ainsi que la plupart des concepts de l'observation géologique traditionnelle, sont inadaptés aux procédés automatiques de traitement de l'information. Ces concepts conservent toute leur valeur dans la mesure où ils alimentent des formes de raisonnement qui ne pourront, à notre avis, jamais être automatisées ; mais il est préférable de leur substituer des concepts différents lorsqu'il est question d'alimenter le traitement automatique de l'information.

Echelle d'observation et échelle de représentation

On montre comment l'analyse des opérations qui composent le programme d'observation amène à distinguer les niveaux de l'échelle d'observation. D'un autre côté, la structure des représentations traduisant les résultats de l'observation amène à définir les niveaux d'une échelle de représentation. On montre comment les deux échelles se coordonnent dans le cours du mécanisme de l'information. On montre aussi que le fait de confondre les deux échelles empêche de gérer ce mécanisme de la façon la plus économique ; en effet, on se laisse alors imposer inutilement, sur le terrain, des contraintes qui grèvent le budget de l'observation alors qu'elles ne devraient intervenir qu'au stade de la représentation des résultats.

 (*) L'attitude s.s. influait pour sa part sur le mode de commutation des différents résultats en un même point du message.

2.1. — INTERPRETATION ET QUALITE DES DONNEES

2.1.1. — REPRESENTATION MATHEMATIQUE DE L'INTERPRETATION GEOPHYSIQUE OU GEOCHIMIQUE

2.1.1.1. - POURQUOI ET COMMENT DONNER UNE FORMULATION MATHEMATIQUE DES TRANSFORMATIONS D'INFORMATION

On a vu, au paragraphe 1.1.4.1., que la chaîne d'observation est caractérisée par des niveaux de communication successifs, à chacun desquels on rencontre un message (fig. 2). Pour deux niveaux consécutifs, on trouve un "message-objet" du côté de l'objet, et un "message-image" du côté de l'observateur. En partant du message qui apparaît à l'interface séparant la chaîne d'observation de l'observateur, l'interprétation reconstitue, de proche en proche, des messages se situant de plus en plus près de l'objet. A chaque couple de niveaux de communication correspond un "niveau d'interprétation" qui demande, si possible, que l'on formule mathématiquement la transformation faisant passer de l'état des unités d'information du message-objet à celui des unités d'information du message-image ; la transformation réciproque permet alors, éventuellement, de reconstituer le message-objet à partir de l'image que l'on en possède ; même si l'on ne sait pas définir sa transformation réciproque, la connaissance de la transformation subie par le message-objet reste toujours utile. On procède parfois de cette manière pour tous les couples de niveaux de communication consécutifs : c'est une sage précaution lorsqu'on désire mettre en lumière toutes les transformations subies par l'information, de façon à dégager les paramètres qui, en influant sur leurs caractères, conditionnent la qualité des données dont on disposera. Mais il arrive aussi fréquemment que l'interprétation compense globalement toutes les transformations subies par l'information entre deux niveaux de communication non consécutifs. Tout se passe alors comme si l'on se trouvait en présence de deux niveaux consécutifs, avec une transformation réalisant le produit de toutes celles qui sont intervenues dans la réalité.

Lorsqu'on peut formuler la transformation qui fait passer du message-objet à son image, d'une façon permettant la réalisation pratique de la transformation réciproque, on sait reconstituer le message-objet en partant de l'image que l'on en possède. C'est le cas lorsque la transformation faisant passer de l'objet à l'image se présente comme une relation biunivoque à la fois entre unités d'information et entre états des unités considérées. C'est aussi le cas lorsqu'on étudie une réponse instrumentale homogène et linéaire, que l'on peut exprimer par un produit de convolution, comme nous allons le voir. Le message-image est alors une représentation distordue du message-objet, mais il s'agit d'une distorsion que l'on sait compenser. Il arrive malheureusement beaucoup plus fréquemment que la transformation subie par le message-objet soit une distorsion que l'interprétation ne sait pas compenser (c'est en particulier ce qui se passe lorsque la chaîne de communication fait intervenir des transformations subjectives non homogènes). Les nécessités de l'interprétation nous poussent à modifier inconsciemment nos programmes d'observation, de manière à ajuster les transformations qui se produisent dans la chaîne de communication à des modèles mathématiques possédant une transformation réciproque commodément utilisable.

Quand la transformation faisant passer du message-objet au message-image comporte une part de hasard, une interprétation permettant de reconstituer certaines propriétés du message-objet reste possible, à condition que cette part de hasard s'ajuste à un mécanisme statistique connu, dont il est possible de compenser les effets. Encore une fois, il faut jouer sur les conditions d'observation pour se ramener au mécanisme statistique le plus facilement compensable. Le hasard intervient souvent par l'intermédiaire d'un "bruit" : on peut considérer que l'on devrait, en principe, passer du message-objet à un message-image dont toutes les unités d'information sont bien

définies et se trouvent dans un état bien déterminé, mais des facteurs dispersifs, par exemple des erreurs de repérage et des erreurs de mesure, affectent en fait la position des unités d'information de l'image et l'état dans lequel elles se trouvent. Le cas se présente lorsqu'on passe d'une distribution bien définie de concentrations géochimiques à l'image qu'en donne une carte affectée par des erreurs de repérage des échantillons analysés et par des erreurs analytiques.

Il n'est pas rare que l'on sache, à tous les niveaux d'interprétation, définir convenablement la transformation faisant passer du message-objet à l'image qui lui correspond, sans que cela implique que l'on sache réaliser pratiquement la transformation réciproque. Dans ces conditions, l'interprétation procède souvent en proposant une représentation hypothétique du message le plus proche de l'objet, en lui faisant subir toutes les transformations qui caractérisent la chaîne de communication, et en vérifiant que le résultat obtenu est, sinon conforme, du moins compatible avec le message qui apparaît à l'interface.

2.1.1.2. - PROBLEME DES ARTEFACTS

Supposons que le message qui s'inscrit à un niveau de communication donné s'écarte de l'état qui devrait, en principe, être le sien, soit à cause d'une inscription défectueuse, soit à cause d'une altération intervenant entre le moment de son inscription et celui où il sert à établir le message qui lui succède dans la chaîne de communication. Ce phénomène se ramène souvent à un dédoublement du niveau de communication considéré, qui amène à distinguer le message-objet que l'on rencontrait avant l'altération, du message-image qui est sa forme altérée. Mais si l'on est en présence d'une altération incontrôlée, ne pouvant être représentée par aucune transformation, on se bornera à constater que l'état des unités d'information du message considéré s'écarte de celui qui devrait en principe être le leur étant donné la transformation qui préside à leur élaboration ; au mieux, si l'écart constaté se présente comme une variable aléatoire, l'altération du message introduira un facteur dispersif ; mais l'altération incontrôlée d'un message de la chaîne de communication peut-être beaucoup plus gênante, et se traduire par un artefact(*). Si la loi du moindre effort, ou le bon vieux mythe de la précision stupide, poussent la personne qui établit une carte de séismes à trop arrondir leurs coordonnées géographiques, une analyse de la distribution des séismes sur la carte laissera croire qu'ils se groupent le long des parallèles et des méridiens ; l'artefact est la résurgence, dans la structure de l'objet, au terme de l'interprétation, d'une structure qui s'est instaurée de façon accidentelle et incontrôlée à un niveau intermédiaire de la chaîne de communication ; dans l'exemple choisi, cette structure résultait du regroupement accidentel des séismes autour des méridiens et des parallèles, au niveau de la transcription de leurs coordonnées géographiques. Plus ténues sont les structures que l'on veut mettre en évidence dans l'objet, plus on doit pourchasser les artefacts qui peuvent les dissimuler, en éliminant toute transformation d'information incontrôlée. L'interprétation des anomalies faiblement significatives, qui peuvent indiquer la présence d'un gisement non affleurant passe, à ce titre, par une analyse minutieuse des transformations d'information ayant leur siège dans la chaîne d'observation. Les traitements mathématiques les plus élaborés ne s'imposent souvent que parce que l'on veut saisir des faits peu significatifs qu'aucune méthode plus simple ne permet de mettre en évidence, et leurs résultats restent sujets à caution si l'on n'a pas soigneusement analysé les transformations d'information aboutissant à la constitution des données qui leur servent de point de départ.

Pour contrôler les altérations que l'on rencontre à un niveau donné, on emploie des essais de reproductibilité : on répète sans cesse un même message au niveau précédent, et on enregistre les variations du message qui apparaît au niveau suivant. Cela permet de connaître les altérations que l'on doit craindre et de choisir les conditions d'observation qui les rendent moins gênantes.

Les forces qui s'opposent à l'altération des messages que nous venons de considérer sont les forces physiques assurant la cohésion de leurs constituants. On notera que lorsqu'on parcourt une chaîne d'observation de l'objet vers l'observateur, les messages que l'on rencontre ont tendance à se "solidifier" progressivement : les liaisons entre leurs constituants deviennent de plus en plus solides, et les messages rencontrés deviennent de plus en plus inaltérables. Ce fait traduit notre lutte contre l'altération de nos représentations du réel ; il s'agit d'une lutte inconsciente qui peut aboutir à une déformation des faits d'autant plus difficile à rectifier que la lutte en question reste ignorée. Peut-être serait-il bon que les scientifiques s'initient à la théorie psychanalytique des représentations ?

(*) Un artefact est une forme que l'on a introduite dans la représentation de l'objet étudié à la suite d'une erreur d'interprétation.

2.1.2. – UN EXEMPLE DE TRANSFORMATIONS QUE L'ON SAIT COMPENSER : LES REPOSES INSTRUMENTALES HOMOGENES ET LINEAIRES(*)

2.1.2.1. - FORMULATION MATHEMATIQUE DU DEFAULT INSTRUMENTAL

Un appareil d'observation réalise une transformation faisant passer d'un signal d'entrée à une réponse, ou signal de sortie. Le signal d'entrée est le message - objet, qui s'étend dans l'espace-objet, le signal de sortie le message-image, qui s'étend dans l'espace-image ; on a intérêt à bien distinguer les deux espaces dans la formulation de la transformation réalisée par l'appareil, même lorsqu'ils sont physiquement confondus, ce qui arrive par exemple lorsqu'on passe d'une distribution d'atomes s'étendant dans un volume de roche à la distribution de leur concentration chimique, qui s'étend dans le même volume. La transformation réalisée par l'appareil ou par la méthode que l'on considère caractérise son défaut instrumental. Il arrive qu'elle se place entre deux niveaux de communication réellement contigus, ou qu'elle enjambe plusieurs niveaux que l'on n'éprouve pas le besoin de distinguer. On peut envisager les exemples suivants :

Message-objet	Message-image
Variation de la radioactivité sur un profil.	Enregistrement du signal de sortie d'un détecteur de rayonnement se déplaçant sur le profil.
Distribution du quartz dans une section polie	Carte des concentrations en quartz mesurées dans un carré de 1cm ² se déplaçant à la surface de la plaque mince.
Histogramme des concentrations en Cu dans un ensemble d'échantillons situés sur le terrain.	Histogramme des concentrations mesurées au laboratoire et attribuées à ces échantillons.

Nous allons montrer que la différence entre ces exemples est plus apparente que réelle, et que l'interprétation des messages auxquels ils conduisent peut être formulée de la même manière.

a) Messages s'étendant dans un espace unidimensionnel

Considérons les variations dans le temps de la radioactivité rencontrée par le détecteur le long du profil de mesure. Ces variations peuvent être représentées par une fonction $f(t)$ dont nous considérerons la représentation graphique comme le message-objet que l'interprétation se propose de reconstituer. (Nous admettrons que c'est l'image fidèle des variations de la radioactivité le long du profil de mesure). Le message-image est constitué par l'enregistrement que l'on obtient à la sortie de l'appareil de mesure du rayonnement ; on peut le représenter par la fonction $g(u)$ qui exprime les variations de la position du style inscripteur en fonction du temps. On note les dates "t" dans l'espace-objet, "u" dans l'espace-image, pour indiquer clairement l'espace dans lequel se situe l'événement que l'on repère. Imaginons à l'instant t_0 une variation très brève de la radioactivité, s'écartant de sa valeur initiale, puis y revenant. De façon générale, nous appellerons impulsion une telle variation de la grandeur observée ; dans le cas d'un phénomène temporel, on parle aussi de percussion. On dispose d'une représentation mathématique pour cette impulsion, avec la distribution de Dirac, que l'on note $\delta(t - t_0)$, et qui dispose des propriétés suivantes :

$$\delta(t - t_0) \neq 0 \text{ seulement si } t = t_0,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta \text{ ayant pourtant une valeur bien définie, que nous supposerons ici égale à l'unité.}$$

 (*) Le lecteur qui n'est pas familiarisé avec le produit de convolution peut se reporter à l'annexe mathématique.

Du point de vue sémantique, la distribution de Dirac est une représentation convenable pour des phénomènes dont l'extension est négligeable, et qu'à ce titre, il suffit de repérer par un point (ici par un instant t_0), mais dont l'intensité globale reste cependant bien définie, et s'exprime par l'intégrale que l'on a écrite : percussions concentrant une énergie sonore non négligeable dans un intervalle de temps infiniment bref, masses ponctuelles de la mécanique, etc... On représente un ensemble de n impulsions survenant aux instants t_j , avec une intensité respective α_j , par la somme des distributions de Dirac correspondant à chacune d'elles, que l'on note :

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot \delta(t - t_j).$$

La notation se transpose sans difficulté au cas où les impulsions s'étendent dans un espace à plusieurs dimensions, aux masses ponctuelles de la mécanique par exemple, en remplaçant les instants t par les vecteurs d'un espace à deux ou à trois dimensions. Considérons maintenant le signal de sortie qui résulte de l'impulsion unitaire : il constitue la réponse impulsionnelle, ou réponse percutonnelle, de l'appareil. On le représente par une fonction du temps. La réponse de l'appareil est homogène si, pour des impulsions unitaires se produisant à des instants différents, on obtient des réponses superposables, décalées de façon identique par rapport à l'impulsion qui leur a donné naissance (figure 9). La réponse impulsionnelle d'un appareil donnant des résultats homogènes peut donc être représentée par une fonction $a(u - t)$ de l'intervalle de temps $u - t$ séparant la date u où l'on considère la réponse de l'instant t où s'est produite l'impulsion qui lui a donné naissance.

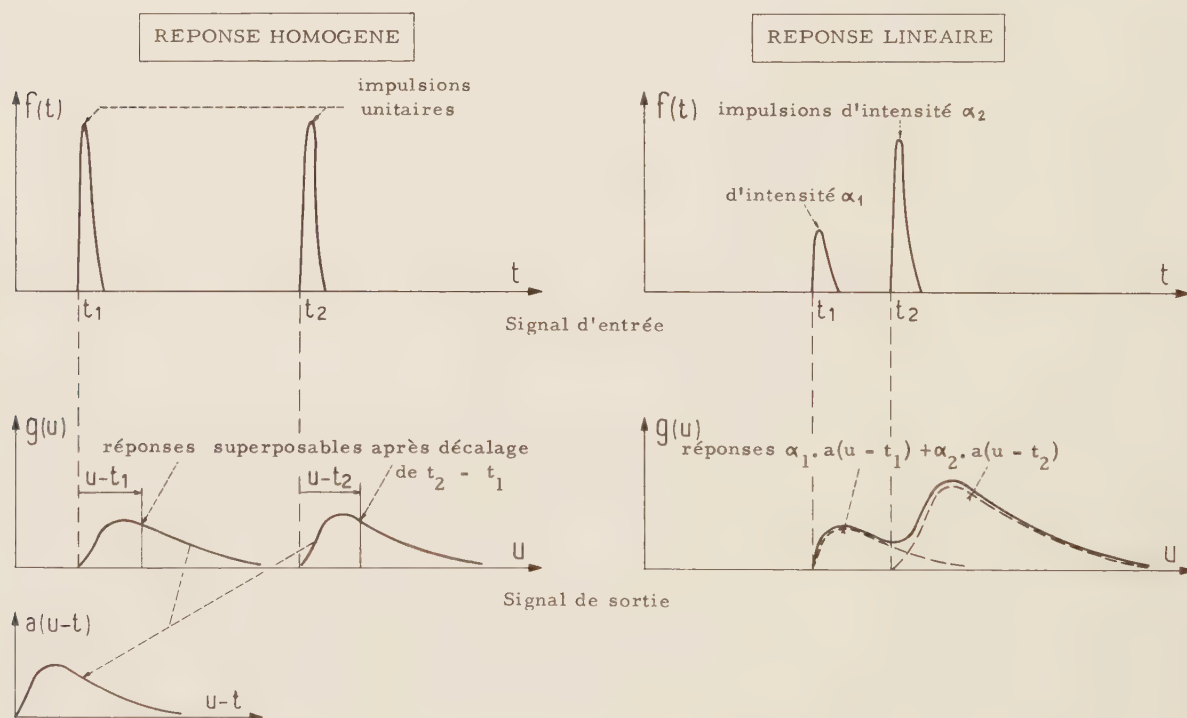


Figure 9 - Réponses impulsionnelles homogènes et linéaires.

La réponse de l'appareil est linéaire si la réponse à une impulsion d'intensité unitaire étant $a(u - t)$, la réponse à une impulsion d'intensité α est $\alpha \cdot a(u - t)$, et si d'autre part, la réponse à la somme de plusieurs impulsions est la somme des réponses à chacune d'elles.

En présence d'un signal d'entrée continu représentable par une fonction $f(t)$, nous allons le décomposer en éléments de durée dt assimilables à des impulsions d'intensité $f(t).dt$. Si la réponse de l'appareil utilisé est homogène et linéaire, il résulte de ce qui précède que le signal de sortie s'exprime par l'intégrale :

$$\int a(u - t).f(t).dt = g(u)$$

Cette intégrale traduit une opération fonctionnelle, le produit de convolution (ou produit de composition), de a par f . On note plus brièvement cette opération : $g \equiv a * f$. Le produit de convolution est la représentation mathématique de la transformation faisant passer du message-objet représenté par $f(t)$ au message-image représenté par $g(u)$, dans le cas où la méthode d'observation est homogène et linéaire.

b) Messages polydimensionnels

Ce qui précède s'applique sans difficulté à des messages s'étendant dans un espace à deux ou à trois dimensions en remplaçant u et t par des vecteurs d'un espace à deux ou à trois dimensions.

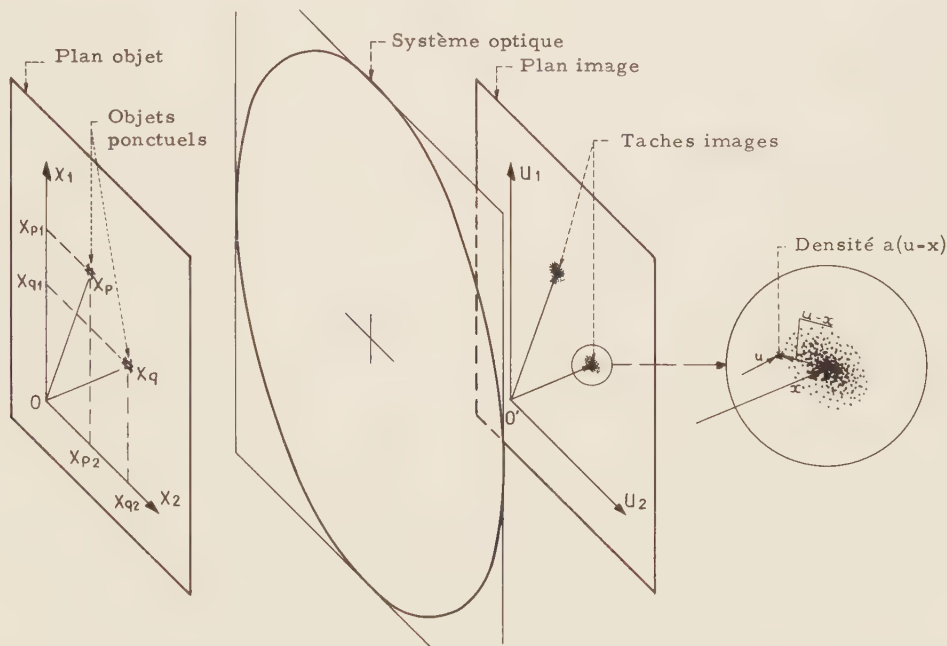


Figure 10 - Réponse bidimensionnelle d'un système optique.

Soit par exemple un objet d'amplitude plan à l'entrée d'un appareil d'optique ; ce sont alors des points lumineux objets qui jouent le rôle d'impulsions ; $f(x)$ représente la variation de la densité lumineuse dans le plan-objet ; chaque point-objet, repéré par un vecteur x du plan objet, est, en fait, une petite plage lumineuse de surface dx et d'intensité $f(x).dx$. Repérons les points de l'image par des vecteurs u du plan-image, en tenant compte du grandissement de façon à ce qu'en principe, l'image qui correspond à un point objet x soit repérée par un vecteur u ayant les mêmes composantes. On sait qu'à cause de l'astigmatisme de l'instrument, l'image d'un point-objet sera une petite tache lumineuse. Si la réponse est homogène, la densité lumineuse que l'on rencontre au point repéré par le vecteur u , dans l'image d'un objet ponctuel repéré par le vecteur x , est fonction du seul vecteur $u-x$. Cela permet de définir la réponse impulsionnelle $a(u-x)$; elle décrit la distribution de la densité lumineuse à l'intérieur de la tache-image correspondant à un point-objet, quel que soit ce point. L'homogénéité traduit le fait que des réponses identiques, des taches lumineuses identiques décalées de la même manière par rapport à l'objet, correspondent à un point-objet d'intensité unitaire, quelle que soit sa position dans le plan objet. La linéarité, (c'est-à-dire la multiplication de l'intensité rencontrée sur l'image par le multiplicateur affectant l'intensité lumineuse de l'objet, et l'addition des intensités lumineuses sur l'image) allant presque toujours de soi, les variations de la densité lumineuse $g(u)$ que l'on rencontre sur l'image s'expriment bien comme précédemment par l'intégrale de convolution qui traduit l'addition des réponses aux impulsions composant l'objet :

$$g(u) = \int a(u - x).f(x).dx$$

$f(x)$ et $g(u)$ constituent respectivement une expression mathématique du message-objet (objet lumineux) et du message-image (image obtenue). $a(u - x)$ exprime l'altération que le défaut instrumental fait subir à une unité d'information de l'objet (à un point lumineux) ; l'homogénéité (altération constante quelle que soit la position de l'unité d'information-objet que l'on examine) et la linéarité (addition ou multiplication des intensités sur l'image pour une addition ou une multiplication réalisée sur l'objet) sont des caractéristiques de la transformation d'information réalisée par l'appareil.

Envisageons maintenant la mesure d'une concentration dans un échantillon de forme, d'orientation et de volume V bien déterminés, par exemple dans une carotte verticale de 5 cm de diamètre et de 10 cm de hauteur. Si l'on étudie la distribution d'un élément chimique, on évaluera sans doute la concentration par un rapport masse/volume : masse totale d'élément contenue dans l'échantillon, ou masse par unité de volume. Si l'on s'intéresse à la distribution d'une espèce minérale ou d'un matériau, on évaluera plutôt la concentration en volume relatif. Dans le premier cas, les impulsions se présentent comme des masses ponctuelles de l'élément dosé ; dans le deuxième cas ce sont des éléments de volume du matériau étudié très petits dans toutes leurs dimensions devant l'échantillon analysé. Décomposons l'objet (la roche étudiée) en éléments de volume δx_1 assimilables à des impulsions. L'intensité de l'impulsion correspondant à l'élément δx_1 est égale à la masse de l'élément dosé qu'il renferme si l'on raisonne sur des masses par unité de volume. Dans le cas où l'on raisonne sur des volumes relatifs, imaginons une fonction $f(x)$ égale à 1 si le point x de l'espace objet est dans le matériau auquel on s'intéresse, nulle dans le cas contraire^(*). L'intensité de l'impulsion δx_1 , le volume de matériau intéressant qu'elle contient, sera évaluée par l'intégrale :

$$v_1 = \int_{\delta x_1} f(x) \cdot dx$$

Si l'on avait raisonné sur des masses par unité de volume, on aurait fait intervenir une densité $f(x)$ pour évaluer la masse d'élément dosé rencontrée dans le domaine δx_1 ; $f(x)$ présente des variations régulières si la concentration étudiée varie de façon progressive et si l'on envisage des éléments δx_1 contenant assez d'atomes pour éviter des variations brusques de leur contenu ; si les éléments δx_1 se rapprochent de l'échelle atomique, il peut arriver que l'on considère $f(x)$ comme une densité atomique locale (comme une distribution de Dirac) ; il se peut aussi que $f(x)$ présente des gradins comme lorsqu'on étudie des concentrations en volume (car $f(x)$ reste égale à 1 dans le matériau dosé pour s'annuler lorsqu'on en sort). Quel que soit le cas considéré, la masse de matière dosée contenue dans l'élément δx_1 s'exprime toujours par la même intégrale :

$$m_1 = \int_{\delta x_1} f(x) \cdot dx$$

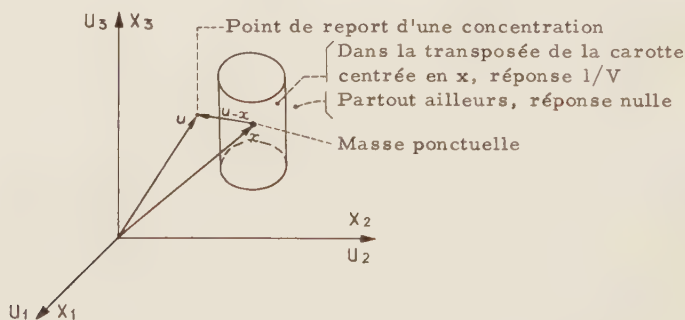


Figure 11 - Réponse tridimensionnelle d'une analyse géochimique.

Envisageons le cas où les impulsions sont des masses ponctuelles de l'élément dosé ; le raisonnement reste le même dans le cas où les impulsions sont de très petites unités de volume du matériau que l'on dose. La réponse impulsionnelle de la mesure de concentration est l'image d'une masse ponctuelle unitaire placée en x dans l'espace-objet, dans l'espace des vecteurs u qui

(*) Le fait d'être du quartz, ou d'être tel ou tel matériau, n'est pas la propriété d'un point, mais d'un élément de volume, dont les dimensions sont supposées suffisamment petites devant celles de δx_1 .

repèrent la position de la concentration mesurée ; en général, u repère le barycentre de l'échantillon dosé. La réponse impulsionnelle reste égale à I/V pour tous les points u pouvant constituer le barycentre d'un échantillon englobant la masse ponctuelle située en x , et elle s'annule partout ailleurs^(*).

La réponse impulsionnelle que l'on vient de définir reste la même quelle que soit la position de l'impulsion considérée, parce qu'on a convenu d'employer des échantillons superposables, et parce qu'on reporte toujours le résultat au barycentre de l'échantillon. La réponse impulsionnelle ne dépend que du vecteur $u-x$ séparant le point-image u du point-objet x , et elle s'exprime par une fonction $a(u-x)$ égale à I/V si le vecteur $u-x$ est contenu dans le symétrique de l'échantillon par rapport à son barycentre, celui-ci étant placé à l'origine, nulle dans le cas contraire.

Il est beaucoup plus difficile de rendre homogène les méthodes qui évaluent la concentration d'un échantillon de masse donnée. L'interprétation géométrique de leurs résultats, ne pouvant se baser sur la définition d'une transformation homogène, n'est jamais aussi rigoureuse, et comporte une certaine perte d'information.

Si l'on désire obtenir la linéarité, la mise au point de la méthode pose uniquement des problèmes techniques : il faut éliminer les effets de saturation, les effets de matrice, etc..., de manière à ce que les concentrations mesurées s'ajoutent lorsqu'on ajoute les masses à doser, et de façon à ce qu'elles soient multipliées par le même multiplicateur si on multiplie la masse située en un point bien défini.

L'homogénéité et la linéarité de la méthode étant établies, nous allons utiliser la décomposition de la roche étudiée en élément δx_i assimilables chacun à une impulsion d'intensité $\int_{\delta x_i} f(x).dx$, située en un point x_i . La densité $f(x)$ est une représentation mathématique très détaillée de l'objet étudié ; elle décrit la distribution des masses ponctuelles de l'élément dosé (ou la distribution des éléments de volume du matériau dosé). La linéarité nous permet d'exprimer les variations de la concentration rattachée aux différents points u de l'espace-image par une fonction $g(u)$:

$$g(u) = \sum_{i=1}^n a(u-x_i) \cdot \int_{\delta x_i} f(x).dx$$

Dans les cas que nous avons envisagés, x_i est évidemment un point du domaine δx_i . Notre définition de la réponse impulsionnelle suppose implicitement que $a(u-x)$ ne varie pas de façon appréciable lorsque x varie dans le domaine δx_i . Ces conditions nous autorisent à réduire la somme précédente à une simple intégrale, dans laquelle on reconnaît le produit de convolution de a par f :

$$g(u) = \int_{\gamma} a(u-x) \cdot f(x).dx$$

(γ représente le volume rocheux étudié ; on peut étendre le domaine d'intégration jusqu'à l'infini en admettant que $f(x)$ s'annule en dehors de γ).

c) Densités de probabilité

Soit $f(x)$ la densité de probabilité correspondant à la variable aléatoire X , définie sur le terrain, dont on veut observer des valeurs particulières x . Avec les erreurs d'analyse, nous obtenons au laboratoire des valeurs u , image d'une valeur particulière x qui est en réalité l'objet que nous présente le terrain. Le fait que l'erreur $u-x$ soit indépendante de la valeur réelle x et possède une densité de probabilité $a(u-x)$, correspond à l'homogénéité de la méthode d'observation. La densité de probabilité des résultats obtenus dans ces conditions, au laboratoire, découle encore d'un produit de convolution :

$$g(u) = \int a(u-x) \cdot f(x).dx$$

^(*) Ce raisonnement suppose que l'on puisse négliger la pellicule constituée, à la surface d'un échantillon, par les impulsions dont on ne peut dire s'il les englobe ou non ; la difficulté n'est pas moindre dans le cas où l'on envisage des masses "ponctuelles" qui ont en réalité une certaine extension, que dans celui où l'on envisage de très petites unités de volume pour aboutir à une concentration en volume relatif.

$f(x)$ est la représentation mathématique du message-objet : c'est la description d'une densité de probabilité-terrain. $g(u)$ est la représentation mathématique de l'image correspondante, d'une densité de probabilité-labo, que l'on approche en établissant un histogramme-labo.

Si l'on remplace les objets ponctuels qui nous servaient précédemment à définir une réponse impulsionnelle par un objet ponctuel particulier, à savoir la densité de probabilité d'une valeur x connue de façon certaine (que l'on peut représenter par une distribution de Dirac), on constate que la densité de probabilité $a(u-x)$ est bien une sorte de réponse impulsionnelle. Lorsque le décalibrage d'un appareil se produit par sautes brusques d'une position d'équilibre à une autre position d'équilibre, $a(u-x)$ présente plusieurs maximums bien définis, et il peut être avantageux de traiter le passage de la densité de probabilité-terrain à la densité de probabilité-labo en faisant intervenir le produit de convolution.

2.1.2.2. - COMPENSATION DU DEFECT INSTRUMENTAL

Dans les exemples précédents, on possède une représentation mathématique de l'objet étudié ; c'est une fonction $f(x)$ représentant selon le cas la densité lumineuse rencontrée aux différents points d'un objet-plan, la distribution des concentrations microscopiques d'un élément chimique dans une roche, la densité de probabilité d'une concentration chimique sur le terrain. La méthode d'observation donne de l'objet une image distordue ; cette image possède une expression mathématique, $g(u)$, représentant selon le cas la densité lumineuse aux différents points d'une image, la distribution des concentrations reportées sur une représentation du volume rocheux, la densité de probabilité du résultat d'analyse qui traduit la concentration étudiée. Nos exemples ont ceci de commun que l'on arrive à compenser la distorsion introduite par la méthode d'observation, à remonter de l'image défectueuse à la représentation correcte de l'objet, en réalisant l'opération réciproque d'un produit de convolution représentant le défaut instrumental d'une méthode homogène et linéaire.

Si l'on veut aboutir ainsi à une représentation satisfaisante de l'objet, on doit s'appuyer sur un contrôle de la qualité de l'information permettant de définir $g(u)$. Ce contrôle n'est dispendieux qu'en apparence : en réalité, il valorise considérablement les données que l'on exploite, en permettant de les interpréter de façon à perdre le moins d'information possible. Le contrôle consiste :

- à s'assurer de l'homogénéité et de la linéarité physique de la méthode d'observation.
- à déterminer par les essais appropriés la réponse impulsionnelle $a(u-x)$ qui sera l'opérateur de la "déconvolution" (nous emploierons ce terme hérétique pour désigner brièvement "l'opération réciproque du produit de convolution").

On arrive d'ailleurs presque toujours à faire d'une pierre deux coups en déterminant la réponse impulsionnelle à partir des essais de reproductibilité destinés à vérifier l'homogénéité, ou à partir de calibrages réalisés dans des conditions variées pour vérifier à la fois homogénéité et linéarité.

Les données que nous procurent nos observations sont tellement valorisées par le fait que le mécanisme de l'observation réalise une transformation bien définie, possédant une transformation réciproque que nous nous bornons à réaliser pratiquement pour obtenir une représentation de l'objet observé, que l'on peut se demander si, dans son ensemble, l'élaboration de nos moyens d'observation et de nos procédés de représentation ne constitue pas un mécanisme finalisé tendant à donner aux transformations que nous faisons subir pratiquement aux messages que nous adresse la nature tous les caractères d'une transformation linéaire. Nous partirons de cette hypothèse, et nous chercherons à faciliter l'aboutissement du mécanisme finalisé en modifiant notre système de repérage, ainsi que la disposition et les caractères de nos appareils d'observation, de manière à ajuster la transformation physique subie par l'information au modèle mathématique le plus avantageux ; ce modèle peut être celui qui décrit le mieux les caractères de la transformation physique, ou bien être le plus proche d'une relation biunivoque, ou encore être celui qui possède la transformation réciproque la plus pratique. Le fait de contrôler le déroulement du mécanisme finalisé dont il est question, de nous interroger sur les choix qu'il nous offre chemin faisant (erratisation ou géométrisation d'une variable par exemple), nous amènera à envisager, pour le même objet, plusieurs représentations différant selon le choix effectué. L'observateur qui laisse ce mécanisme s'acheminer tout seul vers sa finalité, qui est d'établir dans la chaîne d'observation des transformations d'un type particulier, ignore souvent les options qui ont été prises naturellement, sans qu'il ait eu à intervenir autrement qu'inconsciemment ; il a donc tendance à considérer, à tort, la représentation de l'objet qu'il a élaborée comme la seule possible, ce qui est d'autant plus fâcheux qu'elle risque d'être tout à fait inadaptée au but pratique poursuivi par la recherche d'information.

Pour ce qui est de la réalisation pratique de la déconvolution, on définit son opérande et son opérateur en se servant des documents fournis par l'observation. Les deux exemples que nous allons aborder se présentent de la manière suivante :

<i>Document permettant de définir l'opérande $g(u)$</i>	<i>Document définissant l'opérateur $a(u-x)$</i>	<i>Résultat escompté</i>
- Histogramme des résultats d'analyse, permettant d'imaginer la densité de probabilité $g(u)$	- Histogramme des résultats obtenus lors des essais de reproductibilité permettant d'imaginer $a(u-x)$	- Densité de probabilité $f(x)$ de la concentration rencontrée sur le terrain
- Enregistrement de la radioactivité par un appareil parcourant un profil à vitesse constante	- Réponse impulsionnelle ^(*) compte tenu de l'inertie électronique de l'appareil et de considérations géométriques	- Variations réelles de la radioactivité sur le profil.

Les documents fournis par l'observation ne donnent pratiquement jamais une représentation parfaite de l'opérande dont on voudrait partir : l'histogramme s'écarte des densités de probabilité $g(u)$ à cause des fluctuations de l'échantillonnage, l'enregistrement de la radioactivité s'écarte du résultat du produit de convolution à cause des fluctuations quantiques du comptage. Nous tiendrons compte de ce fait en appelant $g(u)$ l'opérande, dont nous devrions théoriquement partir, et $g'(u)$ la représentation que nous établissons pour lui en nous basant sur les données de l'observation.

Les particularités de l'interprétation géologique demandent en général que l'on réalise la déconvolution de la manière suivante : on se propose un modèle $f_0(x)$ pour représenter $f(x)$. On calcule le résultat du produit de convolution de a par f_0 , et on le compare à g' . On retouche f_0 en fonction de cette comparaison, ce qui permet d'imaginer un modèle f_1 avec lequel on recommence l'opération. Au terme de p tâtonnements, on dispose d'un modèle f_p tel que $a * f_p$ ne diffère pas de façon significative de g' . On considère alors f_p comme le résultat de la déconvolution de g par a . Cette manière de procéder a l'avantage d'être souple ; il le faut, car on ne connaît pas toujours très bien $a(u-x)$, que l'on peut être amené à retoucher en fonction des résultats obtenus, en particulier lorsqu'il apparaît que la méthode n'est pas tout à fait homogène, et que l'on a intérêt à changer légèrement de réponse impulsionnelle, d'un domaine à l'autre. Dans le domaine statistique, il arrive souvent que l'on commence une déconvolution en admettant que l'on est en présence d'une erreur gaussienne, (dont on a estimé l'écart-type par une dizaine d'essais de reproductibilité), et que l'on s'aperçoit qu'à la suite d'un décalibrage, il faut faire intervenir en réalité deux ou trois gaussiennes ; on détermine alors un écart-type au pied levé, en se basant seulement sur le fait que l'histogramme dont on part, doit s'ajuster à un produit de convolution. Une autre raison faisant que les géologues ont besoin d'une méthode de déconvolution assez souple, est qu'ils cherchent en général à reconstituer certains détails de $g(u)$, (ou de $f(x)$), avec plus de précision que les autres ; la méthode précédente s'y prête, quand elle s'appuie sur un programme de calcul automatique permettant de converser avec l'ordinateur.

Par contre, les programmes classiques de déconvolution par division des transformées de Fourier (méthode de Stokes des cristallographes), s'avèrent à peu près inexploitable en géologie, à cause de leur manque de souplesse et à cause d'autres inconvénients, liés en particulier au phénomène de Gibbs.

Pour réaliser la déconvolution par convolutions successives, on a le choix entre plusieurs procédés. Lorsqu'on étudie des fonctions de deux variables, on peut adopter le calcul par analogie optique décrit en annexe. Dans les autres cas, on a recours au calcul numérique, qui substitue une somme discrète à l'intégrale de convolution.

Soit : $g''(u)$ le résultat du calcul. Soient : u_1, u_2, u_3 les composantes du vecteur u , et x_1, x_2, x_3 celles du vecteur x .

$$g''(u_1, u_2, u_3) = I/V \sum_i \sum_j \sum_k a(u_1 - x_1^i, u_2 - x_2^j, u_3 - x_3^k) \cdot f(x_1^i, x_2^j, x_3^k) \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3$$

V est le volume du domaine contenant les valeurs de f à partir desquelles on calcule la somme : $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ sont les pas d'échantillonnage en x_1, x_2, x_3 , qui ne sont pas forcément identiques aux pas choisis pour calculer u_1, u_2 , et u_3 .

Les principales difficultés pratiques que l'on rencontre sont les suivantes. D'abord, si $g(u)$ ne s'annule pas hors du domaine où l'on a fait les observations, et si la réponse impulsionnelle reste différente de zéro dans un domaine assez vaste, le résultat de la déconvolution reste sujet à caution au voisinage des limites du domaine étudié. Ensuite, ne serait-ce que parce que g' s'écarte de l'opérande g qui s'ajuste, en toute rigueur, à un produit

(*) A certaines échelles, on ne peut déterminer expérimentalement la réponse impulsionnelle d'une méthode de mesure de la radioactivité, pour la bonne raison que les impulsions n'ont pas d'existence physique ; la radioactivité d'une source ponctuelle varie de façon régulière dans l'espace, et aucun écran n'est assez absorbant pour introduire une discontinuité dans cette variation régulière.

de convolution, le résultat g'' du calcul s'écartera de g' , sinon pour toutes les valeurs de u , du moins pour certaines d'entre elles. On constatera donc une suite d'écarts entre le résultat du calcul et l'image que l'on veut reconstituer ; si les caractères statistiques de cette suite d'écarts (moments, autocorrélation, corrélation avec les valeurs de $g(u)$, etc...) sont conformes à ceux des écarts existant, du fait des facteurs dispersifs, entre g et g' (fluctuations d'échantillonnage, fluctuations quantiques), on considère qu'il n'y a pas de différence significative entre le résultat g'' du calcul et le modèle g que l'on voulait reconstituer, et on adopte la fonction f qui a servi à réaliser le calcul comme résultat de la déconvolution. Ce sont principalement ces considérations sur les écarts subsistant au terme de l'interprétation des résultats d'une méthode d'observation homogène et linéaire, qui nous ont poussé, par la suite, à distinguer deux composantes dans les structures apparaissant sur les cartes que nous nous proposons d'interpréter : une "anomalie", qui est une variation régulière du paramètre reporté sur la carte et dont l'expression mathématique constitue un bon opérande pour la déconvolution, à laquelle se superpose une "perturbation" traduisant l'influence de variations locales plus ou moins imprévisibles et de facteurs dispersifs instrumentaux ; la déconvolution se borne généralement à rendre compte de l'anomalie, et on se considère comme satisfait si elle aboutit à des écarts ayant des caractères compatibles avec ceux que l'on attribue à la perturbation. La notion de perturbation ne se confond pas avec celle de bruit ; en effet, les bandes de fréquences spatiales des signaux (structures) géologiques s'étendant dans un petit nombre de domaines nettement séparés, il nous a paru utile de regrouper dans un terme unique, la perturbation, les écarts qui proviennent réellement d'un bruit avec ceux qui découlent d'un échantillonnage défectueux de composantes haute-fréquence du signal que l'échelle de l'observation ne permet pas de reconstituer.

Quand les facteurs dispersifs sont très importants, le résultat du calcul s'écarte beaucoup du message g' que l'on se propose de reconstituer, même si l'on est parti de la meilleure représentation possible de f ; cela vient simplement de ce que g' est une représentation de l'opérande de la déconvolution altérée par des facteurs dispersifs. On a alors beaucoup de mal à déterminer le modèle le plus satisfaisant pour f , puisque, quel que soit celui que l'on choisit, le résultat semble mauvais. Pour escamoter la difficulté, on fait subir à g' un lissage par un opérateur linéaire h ; le résultat du lissage est la somme du produit de convolution $h \cdot a \cdot f$, et du lissage des écarts existant entre g' et g par l'opérateur h . La déconvolution se présente comme précédemment, mais en partant d'un opérande qui est le résultat du lissage de g' par l'opérateur h , et avec un opérateur $a \cdot h$ au lieu d'un opérateur a . La comparaison entre le résultat du calcul de $h \cdot a \cdot f$ et le lissage de g' par h , que l'on veut reconstituer, devient satisfaisante parce que les écarts auxquels elle aboutit sont les écarts précédents, bien atténués par l'opérateur de lissage h . Comme on connaît les caractères statistiques des écarts initiaux, on peut prévoir ceux du résultat de leur lissage par h , et apprécier ainsi s'il existe une différence significative entre le document que l'on se propose de reconstituer et le résultat du calcul. Le lissage affaiblit les écarts dont on cherche à se débarrasser, mais il affaiblit aussi certains détails significatifs n'ayant rien de commun avec eux. Un lissage trop énergique permet d'obtenir des ajustements parfaits, mais des caractères significatifs de l'objet étudié s'estompent en même temps que les écarts gênants ; en statistique, l'intégration dans un intervalle de classe se ramène à un tel lissage. L'opérateur h est alors le crêneau correspondant à l'intervalle de classe. Quand on veut remonter par déconvolution à la densité de probabilité d'une V.A. affectée par des erreurs de mesure de densité de probabilité a , on doit tenir compte du lissage découlant de la classification des données en déconvoluant non pas par a , mais par $a \cdot h$. Pour réaliser la déconvolution, on a intérêt à ne pas partir d'un histogramme, mais d'une moyenne mobile des fréquences calculées dans un crêneau égal à l'intervalle de classe, avec un pas bien inférieur à celui-ci.

Mieux qu'un discours, la figure 12 traduit schématiquement la façon dont se présentent l'opérande, l'opérateur et le résultat de la déconvolution dans les deux cas que nous avons envisagés. L'opérande est le document à interpréter, le résultat correspond à son interprétation. On voit que les avantages de ce type d'interprétation sont les suivants :

- La résolution est améliorée : sur le résultat de la déconvolution, sur le "profil de radioactivité-terrain" comme sur la "densité de probabilité-terrain", les maximums sont plus aigus et se détachent mieux que sur le document initial.

- Les faits significatifs sont replacés au bon endroit : la déconvolution, en compensant le décalage que l'inertie électronique fait subir aux anomalies de radioactivité, permet de les positionner exactement en vue de leur reconnaissance détaillée. Dans l'exemple statistique, en compensant le décalage qui affecte, par rapport aux "valeurs modales-terrain", les valeurs modales observées au laboratoire, la déconvolution permet une définition correcte des faciès-terrain.

- Si la réponse impulsionnelle a plusieurs maximums, la déconvolution fait la part, sur le document expérimental, des maximums parasites et de ceux qui correspondent à des structures sur le terrain. C'est ce qui se passe dans notre exemple statistique, où l'on a pu éliminer les modes parasites dus au décalibrage de la méthode analytique.

(On notera que nous ne sommes pas partis d'un véritable histogramme, mais d'une moyenne mobile du nombre de cas observés dans un intervalle de classe, calculée avec un pas d'autant plus réduit que l'on espère pouvoir localiser plus exactement les "valeurs modales-terrain").

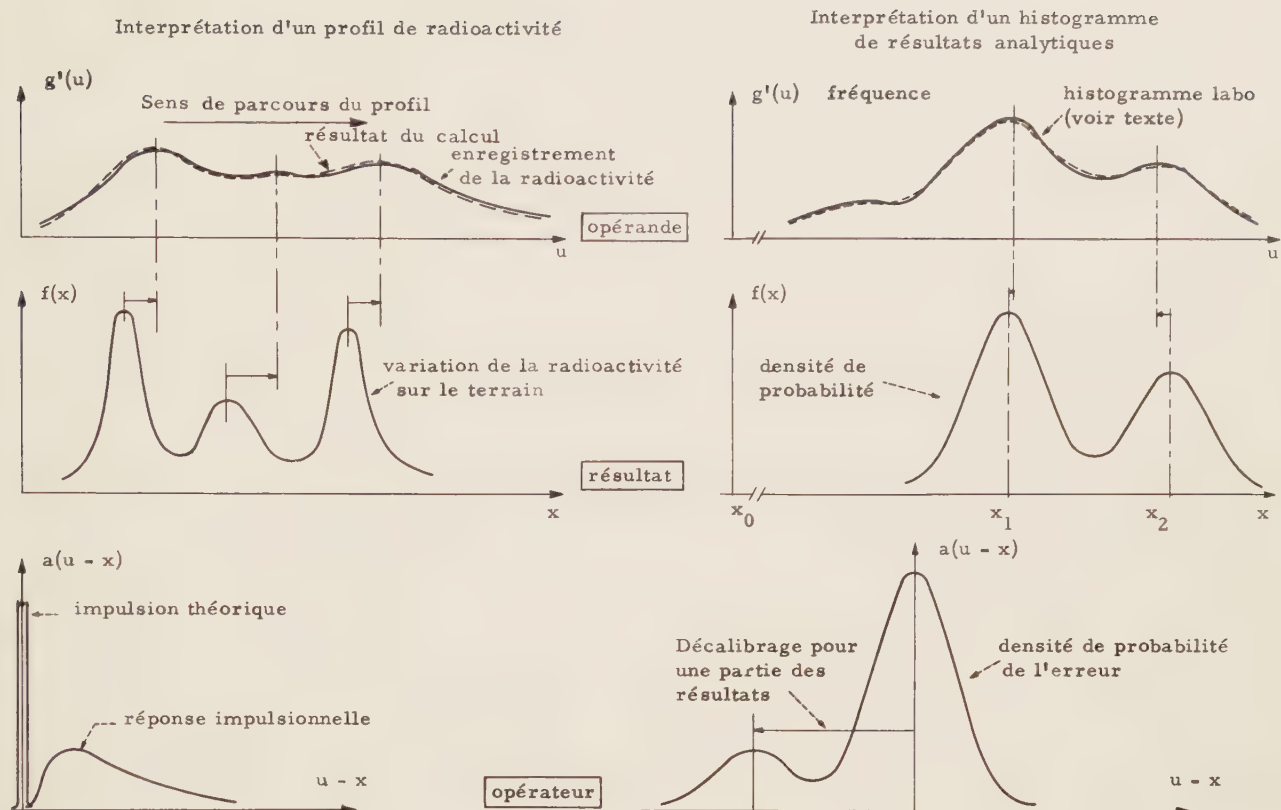


Figure 12 - Deux exemples d'interprétation géologique par déconvolution.

2.1.2.3. - SEMANTIQUE DU PRODUIT DE CONVOLUTION

Pour que le produit de convolution exprime convenablement la réalité physique, il faut que les actions qui déterminent la réponse de l'appareil d'observation soient décomposables en actions élémentaires, les impulsions, provenant chacune d'une composante élémentaire de l'objet. Dans les exemples qui nous concernent, les composantes élémentaires de l'objet ne se recouvrent pas : ce sont des éléments différentiels dx ou des objets discrets disjoints. Il faut d'autre part que la réponse globale de l'appareil combine les réponses aux différentes impulsions selon les règles du produit de composition. Pour obtenir cet ajustement aux règles formelles du produit de convolution, on est souvent amené à jouer sur le mode de repérage dans l'espace objet : on joue sur le repérage en extension, qui préside au mode de découpage des composantes de l'objet dont proviennent les impulsions, et on joue sur le mode de repérage de l'intensité des impulsions ; éventuellement, cela consiste à faire varier le mode de repérage, d'un domaine à l'autre, pour que la combinaison des réponses impulsionnelles soit bien décrite par le produit de convolution. On découpe ainsi l'espace dans lequel on conçoit une action, l'observation, en extension (en objets élémentaires), et en intensité (en paliers distincts pour une variable intensive caractérisant les objets élémentaires), de façon à profiter des facilités fournies par une représentation particulière du mécanisme et du résultat de l'action considérée (le produit de convolution) ; cette démarche, mise en évidence par les spécialistes de l'épistémologie génétique, est le plus souvent inconsciente ; dans le domaine scientifique, il s'agit au contraire de la gérer le plus consciemment possible.

2.2. – STRUCTURE DES DONNEES GEOLOGIQUES

2.2.1. – SUPPÔT EFFECTIF D'UNE OBSERVATION

Le problème est le suivant : comment tracer pratiquement les contours de l'objet que caractérise une propriété, ou une valeur numérique relevée par l'observation ? Pour le mathématicien, pour le logicien, de façon générale chaque fois que l'on se place sur le plan de la forme, le problème ne se pose pas avec acuité. Dans une phrase, dans une expression mathématique, l'objet caractérisé par la propriété considérée a presque toujours été défini "par construction" : le sujet d'un prédicat, le support d'une mesure, sont définis avant d'écrire l'expression dans laquelle ils figurent. Sur le plan pratique, il n'en est pas de même : quel objet, quel volume rocheux, une mesure de l'intensité de la fluorescence du cuivre caractérise-t-elle lorsqu'on emploie une macrosonde ? Il est bien difficile de tracer les contours de cet objet avec précision, étant donné l'absorption du rayonnement du cuivre et la pénétration du rayonnement primaire et des rayonnements secondaires susceptibles d'exciter la fluorescence du cuivre(*). Tout au plus peut-on délimiter au mieux le volume rocheux qu'il suffirait de conserver pour conserver, à tant pour cent près, le résultat auquel on s'intéresse ; c'est ce volume que nous appellerons "suppôt effectif" de la propriété observée. La notion de suppôt effectif n'est pas parfaitement définie : on ne découpera pas le même domaine rocheux selon que l'on désire conserver 99,9 % du résultat ou seulement 95 %. Quoi qu'il en soit, ce n'est quand même pas une notion tout à fait élastique ; dans bien des cas une limite s'impose naturellement pour cerner le suppôt effectif, soit parce que la précision des mesures conduit à considérer tant pour cent du résultat comme une limite raisonnable, soit parce que la rapidité avec laquelle converge l'intégrale qui rend compte du résultat, l'intégrale de convolution par exemple, permet de placer presque sans ambiguïté la limite que l'on recherche.

2.2.2. – DEFINITION ET ARTICULATION DES ECHELLES D'OBSERVATION ET DE REPRESENTATION

Les niveaux de l'échelle d'observation découlent de la définition et de la hiérarchisation des entités que l'analyse des opérations pratiques réalisées au cours de l'observation permet de dégager sur le terrain ; ceux de l'échelle de représentation correspondent à des entités que l'analyse de la représentation des résultats de l'observation permet de dégager "sur la carte". Les degrés de l'échelle d'observation concernent les données concrètes de l'observation, ceux de l'échelle de représentation concernent les termes formels, les constructions de l'esprit, qui en rendent compte. On ne gagne rien à confondre les deux échelles, comme le font souvent les géologues, même si elles tendent à se rejoindre lorsque le programme d'observation et le procédé de représentation ont été correctement adaptés l'un à l'autre. Les entités qui définissent les degrés d'une échelle apparaissent, dans l'analyse des opérations, soit comme liées à des opérateurs, soit comme liées à des opérands : sur une carte, où des objets similaires se répètent avec une certaine maille,

(*) Il y a une différence entre l'objet (ensemble de composantes toutes sur le même plan) caractérisé par une propriété, et ce que nous cherchons à définir ici, à savoir l'ensemble des composantes de l'objet qui contribuent plus ou moins à fixer la valeur de la propriété considérée. Dans le premier cas, objet et propriété sont respectivement un terme extensif et un terme intensif s'appliquant l'un à l'autre, au même niveau de communication ; dans le deuxième cas, la relation qui les joint traverse plusieurs niveaux : elle joint un terme intensif-image, la propriété observée, à des composantes extensives de l'objet. Dans le deuxième cas, on devrait dire : "quels termes de l'objet correspondent à la propriété relevée" et non : "quel objet est caractérisé..." Mais le langage géologique ne fait pas cette nuance.

on peut définir deux degrés de l'échelle de représentation : celui qui correspond, à la taille des objets solitaires qui se répètent (opérantes), et celui qui correspond à la maille de répétition (opérateur).

Dans toutes les méthodes d'observation dont on peut décomposer la réponse en réponses impulsives s'ajoutant plus ou moins, même si linéarité et homogénéité ne sont pas établies, on peut distinguer différents niveaux de complexité. Chacun d'eux peut définir un degré d'une échelle métrique, lorsqu'on y rencontre des objets de taille comparable. Il s'agit des niveaux suivants :

- un niveau que nous conviendrons de considérer comme mésoscopique : c'est celui des objets caractérisés par une valeur particulière de la réponse ; ils correspondent aux suppôts effectifs que nous venons de définir. Selon le cas, les objets mésoscopiques se recouvrent ou constituent, au contraire, une partition du champ d'observation, ou un ensemble d'objets discrets.
- un niveau microscopique ; c'est celui des composantes élémentaires de l'objet étudié qui donnent naissance aux impulsions. Chaque objet mésoscopique est un agrégat d'éléments microscopiques caractérisé globalement par une valeur particulière de la réponse.
- le niveau des figures qui apparaissent sur la carte des variations de la réponse obtenue. C'est le niveau macroscopique.
- le niveau des structures, dont les composantes sont des figures.

La représentation fait généralement correspondre le niveau macroscopique et le niveau microscopique avec des objets discrets bien individualisés, contrairement à ce qui se passe pour les objets mésoscopiques, plus ou moins recouvrants. Dans une représentation de la concentration minéralogique d'une espèce, le quartz, on rencontrera par exemple :

- des cristaux ou des agrégats de cristaux de quartz : objets discrets, correspondant au degré microscopique de l'échelle ; ce sont les éléments de la représentation.
- des domaines de 1 cm carré environ, pouvant se recouvrir : ce sont les domaines mésoscopiques constituant le suppôt effectif des concentrations minéralogiques que l'on relève. Ce sont les objets de l'étude.
- un rubanement se traduisant par des rubans de quelques centimètres d'épaisseur, qui constituent des figures macroscopiques discrètes visibles sur la carte de concentration minéralogique du quartz.

En passant d'un point de la représentation à l'autre, l'oeil saisit les variations du résultat qui y figure, selon le processus de lecture élémentaire défini en sémiologie graphique ; ces variations sensibles constituent des oppositions formelles, permettant de distinguer ou d'identifier les objets mésoscopiques caractérisés par le résultat des observations. La distance qui sépare les objets que l'on oppose définit un autre niveau ; le niveau d'opposition : celui-ci se situe en général au-dessus du niveau mésoscopique, lorsque les objets mésoscopiques ne se recouvrent pas, car les objets que l'on oppose sont souvent séparés par une distance considérable vis-à-vis de leurs dimensions. On s'arrange, si on le peut, pour que la distance d'opposition (échelle de représentation), concorde avec la maille d'observation (échelle d'observation). Les oppositions s'ordonnent et se structurent pour donner naissance aux entités macroscopiques, que l'on distingue plutôt sur la carte que sur le terrain.

Entre le niveau mésoscopique et le niveau microscopique, on peut souvent situer :

- un niveau de résolution, correspondant à la largeur de la réponse impulsionnelle, ou à la distance de deux impulsions distinguables par la méthode utilisée.
- un niveau d'homogénéité, qui correspond à la taille des domaines où la densité des impulsions reste à peu près stationnaire, dans des domaines dont la taille définit un autre niveau, le niveau d'intégration.

2.3. – COMMENT MODIFIER LA STRUCTURE DES INFORMATIONS. ADAPTATION ET CONTRÔLE DE LEUR QUALITE

2.3.1. – PARAMETRES DE L'OBSERVATION

2.3.1.1. - ATTITUDE DU DISPOSITIF D'OBSERVATION

Nous entendons par attitude la disposition des moyens d'observation par rapport à la structuration du domaine rocheux étudié. En général, il est plus avantageux de la définir par la disposition du suppôt effectif des mesures par rapport à cette structuration. Rappelons que le suppôt effectif correspond aux objets caractérisés par la mesure reportée sur la carte ; on trouve, au-dessous de ce niveau, des éléments, et au-dessus, des figures, puis des structures. Le problème de l'attitude du dispositif a deux aspects.

a) Variabilité des suppôts effectifs correspondant à "une même" observation

Cette variabilité se rencontre, par exemple, quand on considère l'ensemble des carottes de même barycentre dont on reporterait la concentration au même point de mesure (le barycentre considéré). La variabilité des suppôts effectifs donnant lieu à une même observation détermine la structure du système de valeurs commutables au point de la carte qui repère la position de cette observation. Le problème est double, car il concerne :

- la variabilité de la disposition du suppôt effectif par rapport à celle des éléments. Cette variabilité est à l'origine de "l'effet de grain" en géochimie des éléments majeurs, effet résultant des variations de la concentration d'une carotte de barycentre donné selon les concentrations microscopiques qu'elle englobe.

- la variabilité de la disposition du suppôt effectif par rapport à l'orientation des figures : ainsi on peut envisager différentes dispositions possibles pour une carotte de barycentre donné, par rapport aux courbes d'égaux concentrations que les mesures permettent de tracer.

b) Problème de la maille d'observation

Il ne faut pas le confondre avec celui de la maille de représentation, il concerne la disposition des différentes observations par rapport aux figures et aux structures qui meublent le domaine étudié. Figures et structures constituant une hiérarchie de "niveaux de structuration", le problème de la maille se pose de façon différente aux différents niveaux de structuration ; cela a amené les géophysiciens à définir l'échantillonnage hiérarchisé ("nested sampling") qui emboîte plusieurs mailles de densité croissante. La maille détermine la structure de la concatenation des valeurs observées. Les mesures faites à maille serrée sur des anomalies étroites sont prévisibles, et susceptibles d'une représentation géométrique. A maille trop lâche, leur résultat semblerait aléatoire, et serait seulement susceptible d'une représentation statistique.

En jouant sur l'attitude du dispositif, on arrive parfois à donner au système de valeurs commutables en un point de la carte la structure que l'on désire : statistique, ou au contraire, déterministe. Nous parlerons dans le premier cas d'erratisation de la variable, de géométrisation dans le second. Il se peut aussi que la structure de l'objet impose le type de structure auquel il est possible d'aboutir, et qu'en jouant sur l'attitude, on arrive tout au plus à l'ajuster le mieux possible à un modèle mathématique autorisant des calculs intéressants.

Si, dans la structure des informations recueillies, on veut pouvoir faire la part de ce qui revient à la structure du domaine rocheux étudié, et de ce qui revient à l'attitude du dispositif

d'observation, on doit procéder à des contrôles d'attitude. On évite ainsi de considérer comme aléatoire la structure de l'objet étudié, alors que l'apparence aléatoire des résultats recueillis ne provient que d'une erratisation liée à l'attitude du dispositif ; ou bien de s'attacher à la régionalisation d'une variable résiduelle, alors qu'elle s'explique par une variation régulière de l'attitude du dispositif par rapport aux structures étudiées. Or, le contrôle de l'attitude, de la disposition relative des moyens d'observation par rapport aux structures rencontrées sur le terrain, demande que l'on se réfère aux caractères géométriques de ces structures. Il serait donc intéressant de disposer :

- d'une typologie pratique des structures géologiques facilitant les contrôles d'attitude. Cette typologie ne doit pas s'encombrer de subtilités : on lui demande seulement de servir de base à des règles simples concernant la disposition des moyens de reconnaissance sur le terrain (la tactique de prospection doit rester "un art simple et tout d'exécution").

- d'une méthode progressive permettant de préciser, dans l'ordre le plus pratique, les caractères des structures influant sur la tactique d'observation, des feed-back appropriés modifiant l'attitude du dispositif en fonction des résultats qui s'accumulent.

Dans cette optique, on notera qu'adopter systématiquement comme hypothèse de travail la non structuration du domaine que l'on étudie empêche de réaliser les économies qui découlent de l'adaptation des moyens d'observation au type particulier de structure auquel on se trouve confronté. C'est une attitude dangereuse, sur le plan de l'économie des moyens, car elle conduit à opter pour des programmes d'observation "tous terrains" qui sont seulement adaptés à un modèle statistique plus ou moins séduisant. Dans tous les cas où l'on se trouve en présence d'un type ordonné de structures géologiques, ces programmes sont plus onéreux que ceux qui auraient tenu compte, même de façon fort approximative, de la structuration du domaine étudié.

2.3.1.2. - REACTION DU DISPOSITIF D'OBSERVATION

Le dispositif d'observation peut introduire les altérations suivantes :

a) Dispersions

Ce sont des variations plus ou moins imprévisibles que l'on représente comme un écart aléatoire. On contrôle les caractères des dispersions grâce à des essais de reproductibilité, et l'on essaie soit de les ajuster à un modèle statistique pour pouvoir, ultérieurement, se servir des estimateurs les plus significatifs pour caractériser un ensemble d'observations, soit de réduire le plus possible leur amplitude, pour qu'individuellement chaque mesure soit la plus significative possible (mais cette réduction s'accompagne souvent de biais qui faussent les estimations statistiques basées sur des ensembles de résultats).

b) Distorsions

Ce sont des altérations que l'on peut compenser si l'on arrive à les ajuster à une transformation dont on sait réaliser la transformation réciproque. Nous distinguerons :

- Les dérives.

On a souvent intérêt à les classer en dérives "additives" (addition d'une fonction du temps à la valeur correcte de la variable mesurée) et en dérives "multiplicatives" (multiplication de la valeur correcte par une fonction du temps). On contrôle les dérives par des essais de reproductibilité, et en fonction de ce contrôle on les compense. Une mauvaise compensation peut se traduire par un artefact : certaines variations continues sur la carte ne proviennent en fait que d'une dérive de l'appareil de mesure (on pourrait, dans ce cas, erratiser la dérive en tirant au hasard l'ordre des observations, mais cette méthode entraîne en général une forte baisse de rendement par rapport à l'exécution séquentielle des profils de mesure). Si l'on prend à tort une dérive à la fois additive et multiplicative pour une dérive purement additive, on aboutit à un mode de correction qui, en se bornant à retrancher des mesures les écarts constatés sur un étalon, aboutit à une corrélation gênante entre les valeurs de l'erreur et celles de la variable : l'erreur croît régulièrement lorsqu'on envisage des résultats de plus en plus différents de la valeur utilisée comme étalon. (C'est le cas pour les corrections réalisées couramment par les laboratoires d'analyse chimique).

- Le défaut instrumental.

L'étude des réponses homogènes et linéaires a fixé les idées à ce sujet. On détermine la réponse impulsionnelle de l'appareil par les essais appropriés, et on compense le défaut par déconvolution s'il est homogène et linéaire. En général, au lieu de considérer globalement la réponse impulsionnelle dans un espace à 4 dimensions, on distingue l'effet de la composante temporelle : l'inertie de l'appareil, de celui de sa composante spatiale : la résolution de l'appareil.

2.3.2. - PROBLEMES DE QUALITE LIES AU TRAITEMENT AUTOMATIQUE DE L'INFORMATION .

2.3.2.1. - PASSAGE DE LA QUALITE ELEMENTAIRE A LA QUALITE GLOBALE

La principale caractéristique du traitement automatique est de permettre de faire apparaître des faits significatifs par des bilans portant sur un très grand nombre de données élémentaires. Cela demande que l'on chasse les altérations dont le bilan pourrait s'avérer faussement significatif. Ainsi, nous sortons d'une période où les mesures que l'on faisait en géologie, particulièrement les analyses chimiques, étaient exploitées uniquement au niveau élémentaire de lecture, au "coup par coup", dans des comparaisons terme à terme, pour entrer dans une période où grâce aux possibilités du traitement automatique, l'agglomération des données deviendra la règle. L'analyste, le technicien, restent fidèles à des méthodes de contrôle et de correction assurant aux informations qu'ils fournissent une qualité satisfaisante au niveau élémentaire de lecture, et à ce niveau seulement. Il est bien difficile de faire entrer dans les moeurs les contrôles et les corrections qui autoriseraient les bilans que demande une exploitation globale (*) des informations recueillies. Les principaux obstacles s'opposant à l'exploitation rationnelle des données géologiques au niveau global sont les suivants : d'abord, le contrôle de l'homogénéité des distorsions et des facteurs dispersifs qui affectent les mesures devrait précéder les corrections qu'on leur apporte. Ce contrôle permettrait en effet de réaliser les corrections à bon escient, en les différenciant selon les intervalles pendant lesquels on a constaté que les dérives et les dispersions gardaient des caractères constants. Mais en opérant ainsi, on serait obligé d'attendre le dépouillement des essais de reproductibilité pour corriger les mesures ; or, comme les clients d'un laboratoire analytique sont toujours pressés, on évite autant que possible de les faire attendre et l'on corrige les résultats au fur et à mesure de leur arrivée. Le plus grave est qu'après avoir opéré ainsi, on se limite souvent à l'archivage des données corrigées, mal corrigées si l'on s'attache à leur exploitation globale, et l'on fait disparaître des résultats bruts (enregistrements, feuilles de résultats), qu'il serait possible de corriger a posteriori par des méthodes ne détruisant pas l'information significative au niveau global de lecture. Cette méthode fait perdre des informations précieuses. On n'insistera jamais assez sur la nécessité d'archiver des résultats bruts, non corrigés, repérés de façon à permettre les corrections nécessaires à l'exploitation globale des données après que l'examen des essais de reproductibilité ait permis de déterminer les caractères de la dérive instrumentale et de découper les séries de mesures en sous-ensembles pour lesquels l'homogénéité statistique des facteurs dispersifs est établie. L'adaptation du contrôle de la qualité des analyses au traitement qu'on se propose de faire subir à leur résultat dépend de la collaboration de l'analyste et du spécialiste du traitement de l'information. Lorsque cette collaboration est inexistante, on aboutit à des résultats pouvant garnir un sottisier, un livre d'or des opérations faisant perdre sans aucune raison l'information sur laquelle se fonde l'exploitation globale des données. L'examen de ce sottisier montrerait, en particulier, le rôle néfaste du mythe de la précision "stupide" : tel degré de précision, stupide s'il s'agit de comparer des données terme à terme, s'avère indispensable si l'on veut comparer les caractères statistiques de deux ensembles de mille données. Bien entendu, si l'on a des difficultés sérieuses pour obtenir des données ayant la qualité voulue lorsqu'on sait d'avance le traitement qu'on va leur faire subir, on en éprouve encore plus lorsqu'on n'a aucune idée précise à son sujet, ce qui est souvent le cas. Par précaution, il est alors souhaitable d'exiger des observations d'une qualité plutôt excédentaire. Comme on a des chances de changer de méthode d'observation en cours de route, on doit utiliser un programme de contrôle et de correction permettant d'assurer, même

(*) Parler de "niveau global" renvoie à un mécanisme de lecture de la carte, que nous avons étudié au chapitre précédent. Exploitation "au niveau global" n'est pas tout à fait synonyme de "exploitation statistique".

en ce cas, l'homogénéité des résultats obtenus. Ce luxe de précautions, pas toujours justifiées, fait considérer le spécialiste du traitement de l'information comme un doux maniaque par l'expérimentateur.

La principale difficulté vient peut-être de ce que les faits significatifs au niveau global de lecture de l'information ne proviennent pas forcément d'un bilan portant sur des faits apparaissant également comme significatifs au moment où l'on recueille les informations, c'est-à-dire au niveau élémentaire de lecture. C'est même en général le contraire qui se produit. En faisant le bilan des caractères qui distinguent les uns des autres, au niveau élémentaire de lecture, les objets qui garnissent le domaine que l'on étudie, on obtient rarement un résultat capable de caractériser utilement l'ensemble de ce domaine en le distinguant d'autres domaines comparables. Très souvent au contraire, les variations ordonnées que l'on trouve significatives au niveau global de lecture proviennent le bilans portant sur des faits considérés, au niveau élémentaire, comme non significatifs.

Les faits significatifs, au niveau global, se présentent par exemple comme une "tendance", comme une variation faible mais ordonnée, affectant ce qu'au niveau élémentaire de lecture on considérerait comme une "perturbation" non significative. Guinier nous fournit un exemple de ce phénomène, en notant que les propriétés physiques des cristaux ne s'expliquent pas par les caractères du beau modèle représentatif constitué par leur réseau cristallin, mais plutôt en faisant le bilan des perturbations qui l'affectent.

C'est là qu'est le noeud du problème : les faits significatifs que l'informatique permettrait de mettre en lumière par une exploitation au niveau global apparaissent trop souvent en faisant le bilan de variations dont la signification n'apparaît pas au niveau élémentaire de lecture. Comme l'information de niveau global est contenue dans des variations apparemment non significatives pour un observateur n'étant pas à même de faire les bilans nécessaires avant de consigner le résultat de ses observations, on doit s'attendre à ce que la représentation initiale des informations recueillies ne la conserve presque jamais. Pour éviter la destruction de l'information de niveau global, il faut définir des techniques d'observations ou établir des questionnaires de terrain orientés vers sa conservation. Il nous a semblé, puisque nous aurons à préserver certains caractères statistiques des écarts existant entre une configuration d'objets et le modèle auquel nous l'assimilerons, que nous devons baser la classification utilisée pour reconnaître des types de configuration à la fois sur les caractères géométriques de ces configurations-types et sur les caractères statistiques des écarts qui subsistent entre elles et les configurations réelles (ceci à tous les niveaux de structuration).

2.3.2.2. - DONNEES CLASSIQUES ET DONNEES ADAPTEES A L'USAGE DE L'INFORMATIQUE

Le traitement automatique des données classiques de l'observation géologique s'est bien souvent avéré décevant. Cela ne veut pas dire qu'il faille abandonner l'usage de l'informatique, ni qu'il faille cesser de s'intéresser aux données classiques. Cela signifie seulement que ces données ne sont pas faites pour être exploitées "au niveau global" comme on essaie de le faire lorsqu'on emploie l'informatique. Elles conserveront probablement leur utilité. Mais il est vraisemblable que de nouvelles données s'avèreront plus utilisables qu'elles par le calcul automatique.

Les données classiques sont des valeurs particulières de concepts adaptés aux opérations mentales. Un raisonnement ne peut embrasser de très nombreuses données, ni comporter des enchaînements extrêmement longs, à cause de la limitation de notre champ de conscience et à cause de l'infidélité de notre mémoire. Pour être quand même puissant, il faut qu'il porte sur des données apportant chacune beaucoup d'information, ce qui se produit quand il s'agit de valeurs particulières de concepts ayant une compréhension très étendue. Une analyse objective de telles données en vue de leur codage serait longue, car elle obligerait à vérifier l'existence des nombreuses propriétés constituant la compréhension du concept.

Les données géologiques classiques ne découlent généralement pas d'une analyse objective : elles résultent d'appréciations subjectives. Les erreurs introduites par de telles appréciations sont loin d'avoir des caractères constants, et tout essai d'interprétation au niveau global fait, avant tout, apparaître leur hétérogénéité statistique. Combien d'études minutieuses ont-elles seulement permis de caractériser l'identité des observateurs, la sensibilité qu'ils choisissent (grâce à la fréquence relative des mesures paires ou impaires, ou des multiples de 3 ou de 5), l'échelle utilisée sur l'enregistreur ou sur la courbe de calibrage, la date des observations (le lundi et le vendredi se caractérisant par des caractères globaux de la série de mesures tout à fait particuliers), etc...

Par leur structure, par les altérations qui les affectent, les données classiques ne sont pas adaptées à une exploitation au niveau global par le calcul automatique. Le rythme auquel on les obtient est d'ailleurs insuffisant, ce qui fait de l'acquisition d'information une étape critique du mécanisme de l'information géologique. Il semble que la solution de l'avenir consistera à chercher de nouveaux concepts, dont le parcours sera un ensemble de données simples, collectables automatiquement à peu de frais.

Chapitre 3

APPLICATION A LA CARTE GÉOCHIMIQUE

3.1. – VARIABILITE DE LA CONCENTRATION GEOCHIMIQUE

RESUME DU CHAPITRE 3.1.

On montre ici comment ce qui précède s'applique à la concentration géochimique, qui est la variable intensive reportée sur la carte géochimique. Pour simplifier l'exposé, on l'a limité au cas dans lequel les objets caractérisés par la concentration que l'on mesure sont des échantillons mésoscopiques. On n'envisage, de plus, que l'étude des éléments majeurs, que l'on peut supposer distribués de façon uniforme à l'intérieur de constituants minéralogiques que l'on se représentera comme les éléments constitutifs du volume rocheux étudié. Les variations de concentration dessinent les figures qui apparaissent sur la carte géochimique.

Le programme d'observation doit mentionner les paramètres qui fixent l'attitude du dispositif d'observation ; on va donc les recenser. L'attitude du dispositif dépend de l'orientation de chaque échantillon par rapport à la structuration de la roche étudiée ; le problème est double, car il concerne l'orientation de l'échantillon par rapport à la disposition des éléments de la texture, et son orientation par rapport aux figures dessinées sur la carte par les variations de concentration.

On verra d'abord comment on peut définir l'orientation de l'échantillon analysé par rapport à la disposition des éléments constitutifs de la texture. Il faut tout d'abord caractériser cette disposition ; pour ce faire, nous avons adopté les méthodes utilisées par les cristallographes pour étudier les corps mésomorphes, qui présentent une analogie certaine avec les textures, en ce sens que la disposition de leurs éléments constitutifs peut varier du désordre total à un ordre très strict. Comme les cristallographes, nous utiliserons la fonction de Patterson^(*) pour caractériser la disposition des éléments constitutifs de la texture. Les méthodes de la cristallographie ont l'avantage de déboucher sur la détermination du groupe de symétrie qui caractérise le milieu étudié, et l'on sait que cette détermination permet d'utiliser les lois de Curie en géologie structurale.

Après avoir critiqué l'application des méthodes cristallographiques à l'étude de la texture des roches, on montre qu'elles ne permettent pas seulement de caractériser les textures visiblement ordonnées, mais qu'elles peuvent aussi faire apparaître un certain ordre dans des textures apparemment désordonnées, comme celle des granites syntectoniques. Enfin, on tire les conséquences de cette manière de caractériser la disposition des éléments constitutifs de la texture : on se procure ainsi des critères permettant de classer les roches en fonction de leur texture, ainsi que leurs constituants minéralogiques en fonction de leur position ; on peut, même lorsqu'ils n'apparaissent pas à première vue, définir les repères locaux dont l'interprétation géologique a souvent besoin, et dont on se sert pour contrôler l'attitude de différents dispositifs d'observation ; enfin, on évalue plus exactement l'effet de grain dans le cas des roches dont la texture est ordonnée.

On étudie ensuite la transformation d'information qui définit la concentration géochimique. On montre que l'analyse de la structuration du volume rocheux étudié débouche parfois sur une représentation mathématique de l'opérande de cette opération. On définit ensuite l'opérateur qui intervient et on montre comment on peut le rendre homogène et linéaire, pour faciliter l'interprétation de la carte géochimique. On définit la réponse impulsionnelle qui le caractérise. Cette étude permet d'analyser la variabilité du résultat de la mesure de concentration en fonction des paramètres qui fixent l'attitude de l'échantillon utilisé ; on en déduit les programmes d'observation qui feront de la concentration géochimique une variable aléatoire^(**), et ceux qui en feront un paramètre assez bien déterminé en chaque point de mesure.

^(*) C'est un carré de corrélation.

^(**) et qui permettront de modifier son ergodicité.

On étudie ensuite d'autres facteurs dispersifs pouvant faire varier au hasard le résultat d'une mesure de concentration. On fait d'abord l'inventaire des effets instrumentaux entraînant une dispersion des mesures. On montre comment on peut caractériser leurs résultats, et on essaie de définir les programmes d'observation qui leur donnent les propriétés les moins gênantes.

On fait enfin une brève incursion dans le domaine des altérations psychologiques subies par l'information. Ces altérations, n'étant pas homogènes, ne peuvent être compensées. Il est donc nécessaire de bien les connaître pour savoir les éliminer ; malheureusement, leur étude approfondie nous entraînerait trop loin dans le domaine de l'illusionnisme et dans celui de la psychanalyse. On se borne à donner quelques exemples d'erreurs visuelles, liées aux distorsions subies par le champ perceptif dans certaines conditions d'observation, qu'il vaut mieux éviter soigneusement ; on présente ensuite quelques mécanismes intellectuels qui se trouvent à l'origine d'une autre catégorie de distorsions, plus mentales que visuelles. On en conclut que si l'on veut éviter que le nombre de degrés de liberté d'une statistique soit limité par le nombre des graduations intervenant sur les échelles de lecture utilisées, et non par le nombre d'observations effectuées, il est indispensable d'avoir recours à des procédés automatiques de numérisation.

Nous étudierons seulement ici les mesures géochimiques dont le support est un volume rocheux de dimensions voisines de quelques centimètres. Nous écarterons le cas où l'élément dosé est concentré dans des structures ponctuelles, ainsi que celui dans lequel il présente des variations continues à l'échelle de l'échantillon. Nous nous intéresserons seulement aux exemples dans lesquels l'élément étudié est contenu dans des cristaux ou dans des agrégats cristallins de taille comparable où il se présente avec une concentration uniforme. Ce choix n'a d'autre but que de clarifier l'exposé. La démarche que nous allons suivre resterait valable dans des cas différents moyennant quelques modifications : on pourrait en particulier envisager le cas, fréquent, où la concentration de l'élément chimique étudié est déterminée par deux catégories différentes d'éléments microscopiques : par exemple, par des inclusions très fines et très riches, se superposant à une concentration assez uniforme et beaucoup plus faible due à une substitution diadochique, dans un constituant minéralogique très abondant.

3.1.1. — STRUCTURE DE L'OBJET

3.1.1.1. - VISUALISATION ET REPRESENTATION MATHEMATIQUE DES TEXTURES

Pour mettre en évidence les cristaux ou les agrégats que nous venons d'envisager, nous disposons de tous les documents classiques en pétrographie, tels que les photographies de plaques minces et de sections polies en lumière naturelle et en lumière polarisée. Nous utiliserons éventuellement d'autres documents, par exemple les radiographies réalisées avec différentes anticathodes, qui permettent d'identifier les espèces présentes uniquement par le noircissement qui les caractérise. Une roche est un objet tridimensionnel, dont un ensemble de sections planes donne généralement une connaissance incomplète. Si l'on étudie des plaques minces, on ne peut rien savoir sur ce qui se passait à la place du trait de scie. Cela s'avère souvent gênant, en particulier lorsqu'un échantillonnage très dense serait nécessaire. Nous avons donc développé toutes les méthodes permettant de visualiser la texture d'une roche à partir de sections polies, en faisant porter notre effort sur l'échelle mésoscopique, car le champ du microscope est trop limité pour donner une idée satisfaisante de la texture des roches grenues. Une abrasion progressive permet d'obtenir des sections polies successives aussi proches qu'on le désire, ce qui aboutit à la réalisation d'un modèle en relief représentant la texture étudiée.

La radiographie stéréoscopique, comme elle se présente dans la pratique médicale, permet également de donner des représentations tridimensionnelles de la texture. Mais elle a le tort de se pratiquer sur des lames de roche et, par conséquent, de faire perdre l'épaisseur d'un trait de scie. On peut photographier les sections polies en employant l'éclairage et les filtres adaptés à la mise en évidence des différentes espèces minérales sous l'aspect le plus contrasté possible ; bien entendu, on n'est nullement obligé de se limiter au spectre visible, l'U.V. ou l'infra rouge donnant d'excellents résultats. On a également photographié le rayonnement de fluorescence émis par une section polie irradiée par un tube à rayons X. Pour ce faire, on a utilisé une chambre noire dont l'objectif était constitué par un petit trou percé dans une feuille de plomb, derrière lequel on plaçait des filtres appropriés. On sait également réaliser des clichés par contact pendant l'irradiation, ceci avec un film sensible au rayonnement secondaire et insensible au rayonnement excitateur (Trillat). On peut également réaliser des clichés par contact après l'irradiation, en profitant de la phosphorescence de certains constituants de la roche (Leymarie, Gorau). Les possibilités sont donc innombrables, et chaque cas particulier est susceptible d'une solution originale. Les calculs analogiques que nous allons employer demandent parfois que l'on fasse apparaître l'espèce à laquelle on s'intéresse en blanc sur fond noir. On y arrive en réalisant plusieurs contre-types, mais il faut souvent superposer deux négatifs pour obtenir la distribution de l'espèce que l'on veut étudier. Ainsi, si l'on s'intéresse au quartz d'un granite à biotite, on superposera un négatif obtenu à partir de la photographie en lumière naturelle où seule la biotite apparaît en noir sur un fond blanc, avec un négatif sur lequel quartz et biotite sont les seuls à apparaître en blanc ; le deuxième négatif s'obtient en excitant la phosphorescence des feldspaths.

L'objet étudié, c'est-à-dire la distribution de l'élément dosé, sera représenté par une fonction de point $f(x)$ égale à la concentration de cet élément dans l'espèce dont on a photographié les cristaux, nulle ailleurs. Les clichés précédents permettent d'obtenir une représentation graphique des variations de $f(x)$ dans une section plane.

3.1.1.2. - STRUCTURATION DES TEXTURES

a) Analogie avec les problèmes cristallographiques ; utilisation du carré de corrélation

L'analyse de la structuration d'un système d'objets similaires, comme les composantes élémentaires de la texture (cristaux ou agrégats cristallins), ressort des méthodes que les cristallographes utilisent pour analyser les structures qui caractérisent les états de la matière. Comme eux, nous essaierons de déterminer la symétrie de répétition qui caractérise une texture en déterminant les relations qui existent entre les propriétés que l'on observe, à l'intérieur de la roche, en des points se déduisant l'un de l'autre par une translation de vecteur h . Si l'on s'intéresse à une propriété s'exprimant par une fonction de point $f(x)$, ces relations peuvent apparaître grâce à l'étude de la valeur moyenne du produit $f(x).f(x+h)$. Cette valeur moyenne est une fonction de h , $g(h)$. Il s'agit, on l'aura reconnu, du carré de corrélation de $f(x)$. Lorsque $f(x)$ ne prend que les valeurs 1 ou 0, on montre qu'à un facteur de proportionnalité près (la probabilité a priori de $f(x) = 1$), $g(h)$ représente la probabilité pour qu'on retrouve une valeur de $f(x)$ égale à 1 à l'extrémité d'un vecteur h , sachant que son origine est située en un point où $f(x)$ est déjà égale à 1. Etudions par exemple la distribution des grains d'une espèce minérale A dans une section polie ; nous venons de montrer comment on peut obtenir la représentation graphique d'une fonction $f(x)$ égale à 1 dans les grains A, nulle ailleurs. On va voir comment une analogie optique permet d'obtenir une représentation graphique de $g(h)$, carré de corrélation de $f(x)$. La représentation graphique de $g(h)$ s'interprète de la façon suivante : si nous supposons l'origine des h dans un grain A, en respectant l'orientation des axes de coordonnées, la représentation graphique de $g(h)$ fait apparaître la probabilité de trouver un autre grain de l'espèce A aux différents points du champ : $g(h)$ représente la disposition relative moyenne des grains de l'espèce A dans la section étudiée. On peut aussi étudier la disposition moyenne des grains d'une roche en les réduisant à un seul point, leur barycentre par exemple, et en étudiant le carré de corrélation de la distribution de masses ainsi définie. On imite alors ce que font les cristallographes quand ils remplacent la densité électronique réelle par une densité atomique locale.

Les caractères des limites du domaine dans lequel $f(x)$ est définie se répercutent sur ceux de $g(h)$. Ces limites sont, en cristallographie, celles du cristal que l'on observe ; en géochimie celles de l'échantillon rocheux ou de la section polie étudiés ; en prospection celles de la carte. La théorie du cristal limité rend compte de l'influence des limites de l'objet étudié en faisant intervenir une fonction limitante égale à 1 dans les limites du cristal, nulle ailleurs. La théorie se simplifie lorsqu'on étudie un milieu conservant les mêmes caractères structuraux dans des domaines très étendus par rapport aux intervalles séparant les éléments matériels qui le composent. Une théorie des milieux illimités peut alors se permettre de négliger l'influence de la fonction limitante. Dans le vocabulaire de la géostatistique, le carré de corrélation $g(h)$ est appelé covariogramme, et la fonction limitante, fonction géométrique. Bien que la théorie transitive et la théorie intrinsèque de G. Matheron soient respectivement très proches de la théorie des milieux limités et de celle des milieux illimités, nous avons préféré, pour une étude de texture, rester fidèle au vocabulaire cristallographique, pour les raisons suivantes : la pétrofabrique est plus proche de la cristallographie que de la statistique minière, et il arrive souvent que l'on discute ses problèmes avec des cristallographes. D'autre part, les modèles de structures que nous offrent les états de la matière (gaz, liquides, paracristaux et cristaux) sont, dans le domaine des textures, plus riches d'applications que ceux que nous propose la statistique minière.

On verra en annexe comment une analogie optique permet d'obtenir, à partir d'une photographie de la texture étudiée, une photographie représentant les valeurs du carré de corrélation $g(h)$ par un noircissement variable. Sur cette photographie on voit apparaître des taches de noircissement plus ou moins intense, correspondant à des maximums de $g(h)$ dont nous devons, avant toute interprétation, évaluer la signification. Nous allons nous placer dans le cas simple où nous cherchons à représenter la probabilité conditionnelle pour qu'un point se trouvant dans une espèce minérale donnée, celui qui s'en déduit par une translation de vecteur h soit situé dans un cristal de la même espèce. Appelons la "l'espèce A". $g(h)$, obtenue optiquement à partir d'une photographie très contrastée de la texture traduit le carré de corrélation de la fonction $f(x)$ égale à 1 dans l'espèce A, nulle ailleurs(*).

(*) Nous aurions pu étudier également la probabilité de passer d'un grain de l'espèce A à un grain d'une autre espèce B par une translation de vecteur h .

On montre sans difficulté que $g(h)$ est égale à s_c/S , s_c étant l'aire commune aux grains A dans le cliché initial et dans sa translation lors d'une translation de vecteur h , S la surface du cliché. Si on la tire au hasard, l'origine du vecteur h tombera dans un grain A avec une probabilité égale à la surface relative t_A de l'espèce A ; celle-ci s'identifie, on le sait, avec la concentration minéralogique relative à l'espèce A. Si chaque grain A représente une petite partie de la surface totale de l'espèce A dans la préparation examinée et si ces grains sont répartis de façon désordonnée, la probabilité pour que l'extrémité du vecteur h tombe encore dans un grain A reste t_A , et le principe des probabilités composées nous fait ainsi prévoir une valeur de $g(h)$ égale à t_A^2 . Nous devons examiner les conditions dans lesquelles le recouvrement s_c nous conduit à une valeur de $g(h)$ constituant une anomalie par rapport à la valeur t_A^2 d'une distribution tout à fait désordonnée. Numérotions les grains de l'espèce A et considérons deux gros grains numérotés respectivement p et q ; soit s_{c_p} leur surface de recouvrement maximale, que l'on obtient par une translation $h_{\max}$ bien déterminée. Même en l'absence d'un autre recouvrement que celui des grains p et q , $h_{\max}$ correspondra à une valeur anormale de $g(h)$ si s_{c_p}/S est supérieur à t_A^2 . Ce maximum ne veut pourtant rien dire en ce qui concerne la disposition moyenne des grains : il signifie seulement qu'il existe deux gros grains dans la section étudiée. Cela se produit pour tout couple de grains tels que $s_{c_p} > S \cdot t_A$, et comme $S \cdot t_A$ est la surface totale s_A des grains A dans la section étudiée, on voit qu'il apparaîtra une tache chaque fois que deux grains peuvent, par translation, être amenés l'un sur l'autre avec une surface de recouvrement supérieure à $t_A \cdot s_A$.

Ces considérations permettent de dégager quelques règles pratiques. Comme les maximums non significatifs dus aux gros grains surviennent lorsque t_A est faible, l'étude de la disposition des constituants minéralogiques mineurs présente de grandes difficultés ; pour cette raison, nous nous sommes limités à celle des constituants majeurs. Dans un granite par exemple, l'autocorrélation des micas a toujours un aspect ponctué ; celle des quartz, au contraire, présente un aspect lisse qui la rend plus interprétable. De plus, on doit se méfier des granulométries dispersées vers les fortes dimensions ; dans leur cas, on risque d'expliquer par une disposition préférentielle des taches dues à quelques gros grains ; on n'hésitera donc pas à masquer les gros grains apparaissant sur les photographies de la texture étudiée.

On obtient des clichés ponctués par un grand nombre de maximums lorsque les couples de grains de recouvrement supérieur à $s_A \cdot t_A$ sont nombreux, par exemple lorsque la texture est désordonnée, la granulométrie dispersée, et t_A faible. Au contraire, quand il existe des dispositions préférentielles et quand on étudie un constituant majeur de la roche, les taches dues aux couples homologues de grains se groupent au sein de zones de forte densité à l'intérieur desquelles elles se fondent, et l'on obtient un grisé continu.

En pratique, l'étude de la texture d'une roche à partir du carré de corrélation de la distribution des grains que l'on observe dans des sections planes demande que l'on opère en suivant des règles qui varient en fonction du cas particulier que l'on traite. Par exemple, la symétrie de position qui apparaît lorsqu'on s'intéresse aux constituants majeurs des tectonites se caractérise par une distribution des grains en systèmes de strates correspondant peut-être à des surfaces de rupture ou de cisaillement, si l'on en juge par leur disposition relative que l'on est tenté d'interpréter en se servant de la théorie de la fracturation des roches. Nous employons "strate" au sens des cristallographes, car il existe plusieurs ensembles sécants de strates plus ou moins régulièrement espacées, constituant ce que l'on peut appeler un "réseau textural". Si l'on examine une section à peu près parallèle à des strates flexueuses, on est égaré par la disposition capricieuse des grains que l'on rencontre à l'intersection de strates ondulées avec la section que l'on étudie. L'expérience et, si l'on peut interpréter les strates comme des surfaces de rupture, la théorie de la fracturation, montrent que pour éviter ces difficultés on a tout intérêt à examiner en premier lieu une section perpendiculaire au longrain ou, si l'on n'a pas pu observer de longrain, une section perpendiculaire à la direction de contrainte moyenne que l'analyse structurale permet de déterminer (cette direction correspond à l'axe b des diagrammes structuraux). Sur cette section, que nous appellerons la section 1 (fig. 13), on verra peut-être apparaître des rangées, qui seront les traces des strates de grains. A partir de ces traces, on pourra définir de nouvelles sections planes favorables à la mise en évidence de la symétrie de position, puisqu'on sait alors les orienter par rapport au réseau textural. On orientera par exemple la section 2 perpendiculairement à la rangée AB et parallèlement au longrain. Les rangées qui apparaissent dans le plan de la section 2 vont confirmer que la première coupe était correcte ou amener à la retoucher, et une troisième section pourra alors être orientée sans aucune ambiguïté d'après les traces des strates apparaissant sur la section 1 et sur la section 2. Il faut prendre garde aux symétries introduites par le retournement des clichés, si l'on emploie des papiers positifs pour enregistrer l'autocorrélation de la texture qui permet de mettre en évidence le système des strates.

On doit aussi tenir compte de ce que la taille des grains n'étant pas négligeable, deux sections parallèles peuvent conduire à des résultats de valeur très inégale : il convient donc d'étudier deux ou trois sections obtenues

par abrasion progressive, et pas seulement l'une d'elles. Lorsque les strates de grains sont légèrement ondulées, l'interprétation des rangées qui apparaissent est difficile, et l'on peut détruire un échantillon par un grand nombre de sciages sans avoir rien compris à sa texture. En particulier, l'interprétation des rangées qui apparaissent quand on étudie une section parallèle à la foliation, souvent légèrement ondulée, est très généralement décevante. Ce fait nous a conduit à ne pas nous guider sur elle, mais sur le longrain.

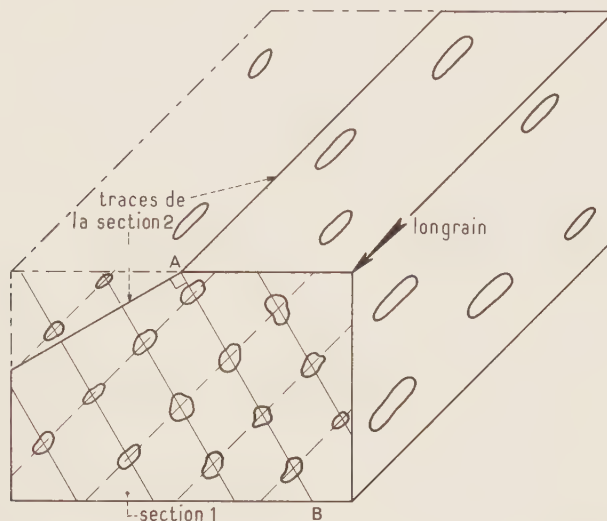


Figure 13 - Orientation des sections polies utilisées pour étudier une texture.

Les aléas de la méthode sont tels que lorsqu'on a totalement détruit un échantillon par des sciages successifs sans voir apparaître aucune disposition préférentielle on en est encore à se demander s'il n'en existait réellement aucune, ou si on n'a pas su la faire apparaître. C'est pour cette raison que nous nous orientons maintenant vers la réalisation de sections planes parallèles très proches l'une de l'autre, permettant de constituer un modèle en relief, en vue du calcul numérique du produit de corrélation. Le vecteur h est alors un vecteur à trois dimensions, de composantes u, v, w ; f est une fonction des 3 coordonnées x, y, z , égale à un dans les grains A , à zéro ailleurs. Le produit de corrélation $g(u, v, w)$ s'exprime par une somme triple :

$$g(u, v, w) = \sum_m \sum_k \sum_l f(m, k, l) \cdot f(m + u, k + v, l + w).$$

Le calcul est pénible, mais s'il existe une coordination préférentielle, on est sûr de la mettre en évidence pour peu que l'on ait choisi une maille d'échantillonnage adaptée aux distances qui séparent les éléments homologues de la texture. Cet avantage ne découle pas à proprement parler de l'emploi du calcul numérique : il provient seulement de ce que, grâce à lui, on peut poser le problème dans l'espace à trois dimensions au lieu de traiter les uns après les autres des documents bidimensionnels. Par contre, le calcul numérique du carré de corrélation dans le plan d'une plaque mince n'offre aucun avantage par rapport aux procédés analogiques qui aboutissent au même résultat (si ce n'est une plus grande précision, que l'on ne recherche pas).

Pour simplifier les calculs, on a tout intérêt à travailler sur une densité atomique locale. On peut la définir en pointant le barycentre des grains qui apparaissent sur les sections polies. Chaque grain est alors représenté, dans le calcul, par l'ensemble des barycentres de ses sections par les plans parallèles qui ont été examinés. Cette méthode peut permettre de saisir correctement les coordinations préférentielles existant entre les grains, mais elle n'est pas applicable si l'on n'automatise pas le dépouillement des clichés. Les grains xénomorphes ont des formes capricieuses et l'on passe trop de temps à se demander si l'on doit admettre que tel contour correspond à un, ou au contraire à plusieurs grains anastomosés, à placer les barycentres, etc... Le calcul automatique demande donc que l'on dispose d'un convertisseur automatique pour passer des photographies aux données numériques qui servent de point de départ au calcul. Un appareil, que nous avons récemment mis au point pour réaliser automatiquement l'analyse modale à partir des différents clichés que nous savons réaliser sur une section polie, constituera l'organe principal de ce convertisseur. On rencontre également des difficultés avec la capacité de mémoire nécessaire, et avec les temps de calcul, qui sont prohibitifs. Différents palliatifs portant sur la codification des données et sur la programmation elle-même permettent d'éviter ces inconvénients. Pour toutes ces raisons, malgré l'attrait du calcul numérique, nous ne présentons ici que des résultats obtenus par des procédés analogiques.

b) Interprétation du carré de corrélation et structuration de la texture

Sur la figure 16, on trouvera le résultat du calcul analogique du carré de corrélation de la distribution des grains de quartz, pour une section polie de granite du Sidobre. Son interprétation porte sur les points suivants :

- La tache à l'origine : on montre sans difficulté (Guinier, Serra) que la dimension moyenne des grains dans les différentes directions du plan étudié se déduit des caractères de cette tache au voisinage immédiat de l'origine. Malheureusement, la forme des contours que l'on observe dans une section polie dépend considérablement de son orientation par rapport aux directions privilégiées que l'on peut mettre en évidence par l'étude de la morphologie externe des grains ; on se demande en outre ce que peuvent signifier des dimensions moyennes calculées en regroupant plusieurs ensembles de grains s'individualisant nettement par leur orientation morphologique. Il serait nécessaire d'atteindre les dimensions moyennes des grains caractérisés par la même orientation morphologique, (ou à défaut par la même "coordinance" ou la même orientation cristalline, car toutes ces propriétés sont corrélées). L'interprétation des moyennes obtenues dans chaque strate serait alors possible. Par contre, l'interprétation des moyennes obtenues en mélangeant des observations que l'on devrait ventiler entre un petit nombre de strates est presque toujours décevante.

- Les taches des "premiers voisins" : s'il y a n grains A supposés réduits à un point et si chacun d'entre eux possède en moyenne c premiers voisins, on devrait trouver au voisinage de l'origine un nombre de taches égal à $n.c$. S'il y a seulement 30 grains A dans la section étudiée, ce qui est très peu, on devrait voir apparaître environ une centaine de taches à proximité immédiate de l'origine, taches réparties au hasard si la texture est désordonnée. On peut donc envisager deux cas. Si les constituants de la texture sont disposés au hasard, les taches des premiers voisins donnent un fond gris sur lequel apparaissent éventuellement des taches caractérisant la disposition relative des gros cristaux. S'il existe par exemple 3 gros cristaux, les translations faisant passer de l'un à l'autre sont telles que les taches correspondantes présentent une disposition simple et relativement symétrique (cf. figure 14). Cette remarque doit inciter à une certaine prudence quand il s'agit de mettre en évidence l'ordre à courte distance grâce à l'autocorrélation. On doit, dans tous les cas, commencer par se préoccuper de la disposition des taches causées par la présence de cristaux de taille bien supérieure à la moyenne, et éventuellement caviarder l'emplacement de ces cristaux. Si, au contraire, la disposition des premiers voisins reste assez constante, les taches ne sont plus réparties au hasard. On distingue des zones dans lesquelles leur densité est nettement plus forte que la moyenne, sans que l'influence des gros grains puisse être incriminée. Sur le carré de corrélation obtenu à partir d'une section polie quelconque, on voit apparaître des zones foncées provenant du lissage optique d'un ensemble de taches, se répartissant en bandes. D'une section polie à l'autre ces bandes se déforment mais conservent quand même des caractères constants, par exemple leur orientation et leur écartement moyen. Comme on l'a vu, c'est seulement sur des sections polies d'orientation particulière que les maximums de $g(h)$ apparaissent nettement, les taches se groupant alors en général sur des systèmes de droites parallèles et équidistantes.



Figure 14 - Influence des gros cristaux sur l'autocorrélation de la texture.

- L'ordre à grande distance : le groupement des taches prouve qu'un grand nombre de cristaux A ont des premiers voisins situés à peu près de la même manière par rapport à eux. Il existe donc dans la texture des "motifs" que l'on retrouve à peu près identiques, traduits en différents points du champ. Mais l'apparition de rangées prouve de plus que le premier voisin d'un grain possède souvent lui-même un premier voisin disposé de la même manière, et ainsi de suite. La distribution des motifs revêt ainsi un caractère quasi-périodique. La périodicité n'est pas très stricte :

le $p + 1$ ème voisin d'un grain A dans une direction donnée n'est pas à l'extrémité d'un vecteur rigoureusement égal à p intervalles moyens. La longueur et l'orientation du vecteur qui joint deux premiers voisins varient et les taches provenant du groupement de taches de rang p s'espacent alors les unes des autres : les zones foncées tendent à se diluer à une certaine distance de l'origine si les dimensions du motif varient, ou si des déformations affectent les rangées de telle façon qu'elles ne soient plus rectilignes. Il peut donc être difficile de mettre l'ordre à grande distance en évidence : du point de vue topologique cet ordre est parfois manifeste sans que le carré de corrélation arrive à le mettre en évidence, car il traduit l'uniformité statistique de relations métriques et non topologiques. C'est ce qui se passe lorsqu'on examine une roche litée légèrement plissée, ou une tectonite dans laquelle des reliques structurales (plans de fracture ou de cisaillement) ont subi une déformation continue par la suite.

Des statistiques réalisées après compensation de la variation locale des directions structurales, et après compensation des tassements locaux, feraient certainement bien mieux apparaître les dispositions préférentielles que le carré de corrélation. Le problème est de les réaliser sans introduire de facteurs subjectifs. On peut par exemple, lorsqu'on a montré l'existence de rangées ne restant rectilignes que dans des domaines restreints, penser à les détordre et à leur restituer une équidistance constante par des procédés photographiques. Ce travail de raffinement nous a semblé prématuré alors que nous arrivions à peine à dégager les linéaments des textures.

L'emploi du carré de corrélation a ses limites. Il doit porter sur un assez grand nombre de grains pour que ses résultats soient significatifs : le domaine que l'on étudie doit donc être assez vaste. Mais il ne doit pas l'être trop, car on court alors le risque d'y voir varier soit les distances entre grains voisins, soit les directions de coordination préférentielle qui ne restent constantes que dans des domaines limités. Par contre, si l'on étudie un domaine trop petit, on risque de s'extasier devant des maximums de $g(h)$ qui n'ont aucune signification statistique. Si l'on étudie un domaine trop grand on court le risque de nier toute disposition préférentielle parce qu'on obtient des documents noircis de façon uniforme par la superposition de groupes de taches caractérisant chacun une partie du champ étudié ; lorsque le phénomène intervient, c'est bien entendu l'ordre à grande distance qui cesse le premier de se manifester, ce qui justifie les réserves que nous avons faites à son sujet. Par conséquent, lorsqu'on étudie une texture, on ne peut guère employer que la théorie du cristal limité (la théorie transitive de G. Matheron) dans certains domaines, après avoir vérifié que leur taille s'y prête. S'écarter de cette ligne de conduite risque d'entraîner des interprétations abusives.

Ce qui précède montre que l'on doit étudier la texture d'une roche en se servant des espèces dont la "maille texturale" est assez faible pour qu'une dizaine de motifs au moins tiennent dans un domaine où la disposition des grains reste uniforme. Dans le granite du Sidobre c'est le cas du quartz dont la maille est de l'ordre de 5 mm alors que la dimension des domaines homogènes est de l'ordre de 5 centimètres ; les feldspaths, par contre, se prêtent mal à ce type d'étude, leur maille étant trop grande. Quant aux micas, leur concentration étant très faible, ils donnent des résultats trop ponctués pour être facilement lisibles.

c) Analyse d'un exemple

La structuration de la texture des roches litées, en particulier de celle des tectonites, est assez évidente : on y distingue des systèmes de plans sécants S_0, S_1, S_2 , etc... Mais on peut observer le même type de structuration, bien que plus discrète, dans un granite syntectonique tel que le granite du Sidobre. Dans tout le batholite, l'orientation du longrain semble pratiquement constante (Isnard, Leymarie), et l'on peut se guider sur elle ou sur les directions préférentielles de cassure pour déceler les systèmes de strates dans lesquelles se distribuent les quartz. Cette remarque, en orientant la réalisation des sections que l'on va étudier, permet d'aboutir rapidement à des résultats concluants. La figure 16 montre la distribution des quartz dans un plan perpendiculaire au longrain et son carré de corrélation. Le cache indique le domaine homogène que l'on a retenu pour réaliser le calcul analogique. Le réseau du quartz est sensiblement quadratique et sa maille proche de 5 millimètres. Sur la figure 16, perpendiculaire à l'axe tectonique B, on voit les traces des systèmes de plans dans lesquels se distribuent les quartz, et l'on constate que leur disposition rappelle celle d'un système de plans de cassure et de cisaillement. Quant aux feldspaths, la figure 17 à la même échelle que la précédente, montre qu'ils sont disposés selon deux systèmes de rangées ; mais contrairement à ce qui se passe pour le quartz le nombre de mailles est alors bien trop faible dans la surface étudiée pour que le carré de corrélation soit significatif ; de plus, l'homogénéité de la texture est sujette à caution à l'échelle de la "maille" des feldspaths.

d) Critique de la méthode

Les conditions favorables à une interprétation correcte du carré de corrélation sont les suivantes. L'espèce étudiée doit être abondante, ses grains nombreux et sa granulométrie uniforme. Si la granulométrie des composants élémentaires de la texture est trop dispersée, on doit supprimer les gros grains sur le cliché étudié, ou, si cela ne suffit pas, réduire les grains à leur barycentre avant de calculer l'autocorrélation. Quant au nombre de grains que l'on doit rencontrer dans la section polie étudiée, il serait illusoire de vouloir définir des règles strictes : 10 grains peuvent suffire pour qu'on ait le droit d'interpréter le carré de corrélation d'une distribution douée d'un ordre très strict, alors que 20 ou 30 grains ne permettent pas de conclure quant au type d'ordre qui caractérise une texture très perturbée (figure 15). Autour de l'origine du carré de corrélation, le domaine dans lequel on peut interpréter valablement les variations de noircissement est d'autant plus vaste que les configurations similaires dont il permet de déceler l'existence sont nombreuses dans la section étudiée : si la section polie ne contient que 25 grains, on pourra tout au plus attacher une valeur indicative à la forme de la tache à l'origine et à la position de ses premières voisines ; tout système de rangées apparaissant sur les bords du cliché sera suspect a priori, car il n'y a pas suffisamment de rangées dans le domaine étudié pour que le carré de corrélation ait une valeur statistique en ce qui les concerne ; mais en se reportant à la section étudiée, on peut s'apercevoir que ces rangées traduisent bien un phénomène indiscutable, qui avait seulement le tort de ne pas être visible au premier abord, comme c'est le cas sur la figure 15 où 10 objets se trouvent sur un quadrillage régulier. L'emploi de tests de signification statistique étant malaisé en la matière, si l'on veut évaluer la confiance que l'on peut accorder aux caractères ordonnés que l'on a cru déceler sur le carré de corrélation il vaut mieux :

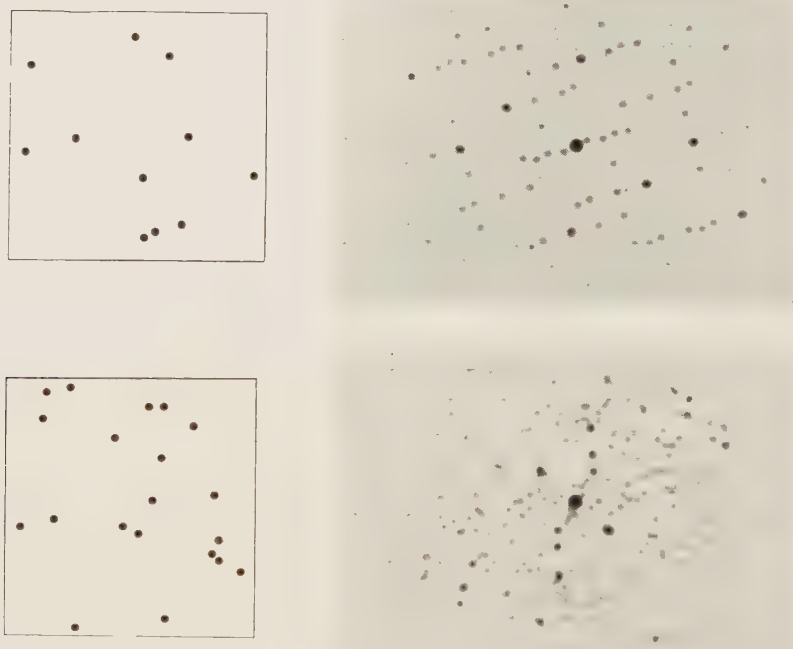


Figure 15 - Signification du carré de corrélation selon le nombre d'objets et le type de texture.

- vérifier que la structuration qu'il permet de constater se reproduit bien d'un domaine à l'autre, en admettant éventuellement de petites variations d'orientation et de dimension,

- repérer cette structuration sur la section polie dont on est parti, pour voir si on peut lui trouver une interprétation géologique (foliations s_0 , s_1 , etc..., système des cassures ou de cisaillements) que des expériences ultérieures permettront de confirmer.

Le raisonnement selon lequel, "si le hasard produit les structures que l'on a constatées dans quatre vingt épreuves sur cent, ces structures doivent être le fait du hasard", est sujet à caution. Il se conforme de trop près au syllogisme : "Socrate est mortel, je suis mortel, donc je suis Socrate". Il confond fonction de vraisemblance et probabilité a posteriori .

3.1.1.3. - CONSEQUENCES DE LA SYMETRIE DE POSITION

a) Le type d'ordre que l'on constate dans la texture, à courte ou à grande distance, permet de caractériser ses éléments (cristaux ou agrégats de cristaux) par des caractères de position qui s'ajoutent à leurs caractères propres. Les caractères de position rendent compte du rôle particulier du type d'élément considéré dans la structuration de la texture.

D'autre part, ce type d'ordre caractérise globalement un certain volume de roche : il le fait apparaître comme une entité mésoscopique, supposé de la propriété "être caractérisé par tel type d'ordre". Du type d'ordre que l'on a constaté découlent des caractères de position (externes) pour les éléments et des caractères propres pour les objets qui les associent.

Les types d'ordre que l'on peut relever dans les textures sont donc susceptibles de constituer des critères de classification permettant de perfectionner les classifications pétrographiques habituelles. Ces critères peuvent être calqués sur ceux qui servent aux cristallographes à classer les états de la matière ; on peut les fonder sur l'ordre à courte et à grande distance ainsi que sur différentes catégories de désordres. Ils rendraient plus sélective la classification habituelle des tectonites.

b) Lorsque la symétrie de répétition permet de définir, localement, des "motifs texturaux moyens", les éléments homologues de ces motifs peuvent constituer un système de repérage local, en direction et en distance. On peut espérer généraliser le raisonnement isovolume, en calculant les concentrations géochimiques par rapport à de tels repères locaux. On se servirait ainsi d'un système de coordonnées de Gauss. On peut envisager autant de systèmes de coordonnées que d'ensembles d'éléments matériels dont les propriétés topologiques ne sont pas affectées par le phénomène dont on veut suivre le déroulement, qu'il s'agisse de déformations ou de migrations de matière pouvant avoir une incidence sur les concentrations. On s'orientera vers le système de repérage permettant de faire apparaître le maximum d'invariants dans l'expression du phénomène dont on cherche à analyser le déroulement (c'est-à-dire le maximum de lois).

c) L'élément rocheux dont on étudie la texture peut donc souvent être repéré par rapport à des axes structuraux définis par des orientations cristallines préférentielles ou par des rangées de cristaux. Quand on l'étudie à l'aide de sections planes (ou de façon générale de tout document bidimensionnel ou unidimensionnel), on doit préciser leur orientation par rapport aux axes que l'étude structurale permet de définir. Si on ne le fait pas, il sera en général impossible d'évaluer la part de la dispersion des résultats observés incombant aux variations incontrôlées de l'attitude du dispositif d'observation.

d) Les méthodes classiques de la pétrofabrique montrent qu'une certaine symétrie statistique d'orientation peut être décelée dans des volumes rocheux assez petits pour être homogènes, et assez vastes pour qu'on y compte un nombre de cristaux suffisant pour que les résultats statistiques y soient significatifs. Nous montrons que cette symétrie d'orientation se complète parfois d'une symétrie de répétition. Cela nous amène à adjoindre un groupe spatial au groupe ponctuel sur lequel on raisonne habituellement lorsqu'on applique les lois de Curie à la pétrofabrique. On peut s'intéresser aux relations de ces deux groupes de symétrie, en particulier se demander s'ils sont isogonaux : cela semble difficile à établir étant donné la faible précision des mesures angulaires que permettent les documents dont on dispose.

e) La mise en évidence de groupes de symétrie hémimorphes dans la texture des roches présente un intérêt particulier. Elle prouverait l'existence d'une tendance polaire qui, s'exerçant pendant un temps très long, peut contraindre certains éléments chimiques à migrer dans une direction bien déterminée. Les groupes hémimorphes liés à la symétrie d'orientation sont difficiles à mettre en évidence, sauf lorsqu'ils se traduisent par des propriétés électriques : piézoélectricité des quartz, diffusions différentes dans les deux sens du fait d'une orientation polaire de feuillets argileux dont les faces opposées ne jouent pas un rôle homologue, etc... En ce qui concerne la symétrie de répétition, la mise en évidence d'axes orientés n'est possible que si l'on arrive à déterminer le motif et pas seulement la maille. Il nous a été impossible jusqu'à présent de trouver

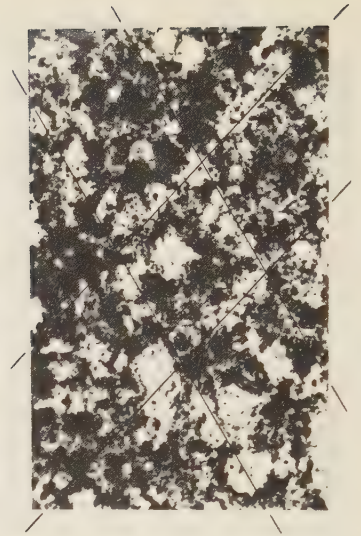
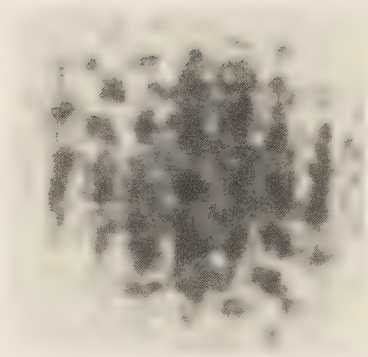
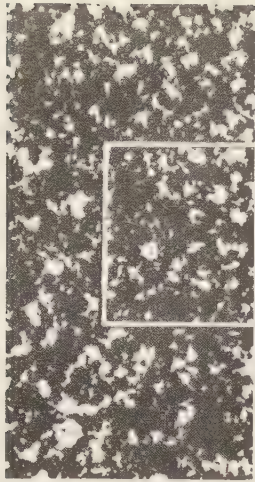


Figure 16 (à gauche) - Texture du granite du Sidobre et son autocorrélation.

Figure 17 (à droite) - Disposition des feldspaths dans le même granite.

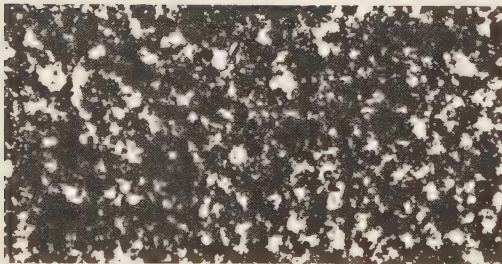


Figure 18 - Visualisation des variations de concentration minéralogique dans une section plane de grande surface.

des cas dans lesquels une hémiedrie hémimorphe se manifestait de façon indiscutable dans la symétrie de répétition, bien que certains gneiss oillés et certaines laves fluidales semblent constituer un matériel de choix. La longueur du contact entre des minéraux de nature différente, reportée en fonction de l'orientation de ce contact, permet également de faire apparaître des tendances polaires dans des laves fluidales ou dans des tectonites comportant des yeux en forme de poisson. En effet, pour les constituants A (poissons, phénocristaux) noyés dans la matrice B, on peut définir une "probabilité de transition AB" polaire. Les méthodes de calcul permettant de mettre ce phénomène en évidence (Serra) seraient d'un grand intérêt pour déceler des variations orientées du potentiel chimique.

3.1.1.4. - QUELQUES MECANISMES GENETIQUES POUVANT ABOUTIR A UNE SYMETRIE DE REPETITION

Les sédimentologues et les spécialistes de la chimie physique (V. Engelhardt, Manegold) ont montré que l'empilement d'objets de taille comparable peut aboutir à une certaine symétrie de répétition. On sait aussi que les dimensions de grains subissant un broyage par attrition tendent à devenir identiques ; on peut imaginer que dans certaines conditions, la disposition relative des grains constituant une tectonite découle d'une forme d'empilement minimisant l'énergie dissipée lors de la déformation de la roche, ce qui expliquerait l'orientation des coordinations préférentielles par rapport aux axes structuraux. On peut aussi invoquer la fragmentation régulière de lits compétents, dont la limite de rupture serait régulièrement atteinte à une distance constante de toute nouvelle fracture, d'où un morcellement en unités de tailles comparables, comme dans un boudinage.

Pour les roches dont la genèse est telle que l'on doive exclure la préexistence de lits compétents dans une matrice plus ou moins plastique, on peut imaginer que l'espèce dont on étudie la distribution s'est développée préférentiellement dans les zones où les contraintes sont les plus faibles, par exemple dans des zones de détente dont la localisation à peu près périodique découlerait d'un mécanisme analogue au précédent. Cela cadre bien avec la mise en place habituelle des cristaux de feldspaths dans un granite. De plus, si l'on examine la disposition des cristaux à l'intérieur d'un granite syntectonique, elle évoque le système de fracturation d'une couche compétente.

Un grain de l'espèce étudiée peut également, lors de sa cristallisation, avoir concentré toute la quantité disponible d'un élément chimique à l'intérieur de sa "zone d'influence". L'uniformité des conditions physico-chimiques expliquerait l'identité des zones d'influence, et par là même la périodicité de la distribution des grains. Vistelius a proposé un schéma de ce type pour rendre compte de la cristallisation des eutectiques^(*).

Les mécanismes précédents peuvent jouer simultanément surtout si la lithogenèse s'est effectuée en plusieurs temps. Des chapelets de concentrations anormales dont la périodicité approximative peut être attribuée à l'identité de certaines "zones d'influences", peuvent apparaître dans des zones de détentes, dans des "pièges", eux-mêmes répartis de façon quasi-périodique. Ce modèle vient à l'esprit non seulement lorsqu'on cherche à interpréter la texture des roches, mais aussi lorsqu'on étudie la distribution de certains gisements.

Les mécanismes pouvant aboutir à une symétrie de répétition nous semblent posséder un point commun : ils demandent que règnent dans le milieu étudié des conditions physiques ou physico-chimiques uniformes, qui peuvent traduire l'obtention d'un certain état d'équilibre à la suite d'une longue évolution. Quoiqu'il en soit ces mécanismes sont fort nombreux, et nous nous sommes bornés à étudier quelques exemples de structures que l'on pouvait supposer correspondre à des conditions génétiques extrêmes. Notons à ce sujet que l'étude de la distribution des phénocristaux dans les laves s'est avérée décevante. Nous l'avons abordée en même temps que nous étudions l'orientation cristalline des constituants de la mésostase (Leymarie, Hétier, Lhote). Le seul résultat positif se rapportait à la distribution des bulles dans le trachyandésite de Volvic.

3.1.2. - L'OPERATION QUI DEFINIT LA CONCENTRATION MESOSCOPIQUE

3.1.2.1. - REPRESENTATION DE L'OPERANDE

L'opérande est la roche analysée, c'est-à-dire une association d'éléments homogènes du point de vue minéralogique, que nous appellerons des grains. Cette association de grains constitue une texture ; la représentation de cette texture peut se fonder sur une systématique commençant par la classification des grains. Celle-ci peut se traduire, pour chaque classe, par la description d'un

^(*) Communication orale de D.S. Korzhinskii.

spécimen doué de toutes les propriétés qui la définissent (taille, orientation, forme, rugosité, etc...). Il se peut que pour certaines applications pratiques, une systématique comportant quelques indéterminations soit suffisante ; c'est le cas lorsqu'on s'intéresse à des moyennes sans que l'on s'attache à décrire chaque grain individuellement ; on définira par exemple une classe de grains elliptiques, d'aplatissement et d'orientation bien déterminés, mais dont la longueur du grand axe varie au hasard selon une loi statistique que l'on décrira. La représentation de l'opérande demande en outre que l'on décrive la distribution des barycentres des grains de chacune des classes que l'on a définies. La distribution de chaque classe de grains s'obtient en faisant le produit de convolution du spécimen de la classe et de la distribution de masses qui décrit la position des barycentres des grains de la classe. On peut réaliser ce produit de convolution en se servant de l'analogie décrite en annexe, à partir d'une photographie du spécimen et d'une photographie de la distribution des barycentres. Nous constatons ainsi que si l'on veut décrire la texture d'une roche, les propriétés d'une classe de grains ne doivent pas se réduire à celles de son spécimen : il faut les compléter par les propriétés de la distribution de ses barycentres, ce que les systématiques habituelles négligent de faire. On peut aborder la systématique des distributions de masses dans une optique cristallographique faisant intervenir l'ordre à courte et à grande distance, les diverses catégories de désordres, et utilisant accessoirement les considérations topologiques développées par Hoseman et Bagchi au sujet de la structure des paracrystaux (ainsi que par Manegold et d'autres, dans des domaines différents). Les modèles entièrement aléatoires sont beaucoup trop pauvres en propriétés topologiques pour représenter correctement les structures géologiques. Les géologues doivent prendre l'habitude de combiner plusieurs types d'ordre et de désordre, de caractères parfois différents à courte et à grande distance, s'ils veulent que leur représentation des textures leur rende les services qu'ils sont en droit d'attendre d'elle.

Quand nous sommes confrontés aux opérations nécessaires pour constituer une représentation correcte de l'objet que nous étudions, notre attention se porte nécessairement sur les traits caractéristiques auxquels il importe de s'attacher. La constitution de la représentation s'identifie ainsi à la systématique.

3.1.2.2. - L'OPERATEUR

Nous avons montré précédemment l'intérêt des réponses linéaires et homogènes. Lors des dosages géochimiques, l'opérateur est un créneau. On trouvera en annexe les propriétés de différentes sortes de créneaux et de leurs associations. Lorsqu'on désire effectuer un dosage géochimique, on prélève sur le terrain un ou plusieurs échantillons, presque toujours de forme et d'orientation quelconques. Le prélèvement est broyé, le résultat du broyage homogénéisé, et on en extrait un échantillon représentatif que l'on broye très finement. C'est une partie du deuxième broyat que l'on soumet à l'analyse chimique. Le résultat du dosage s'exprime par une concentration massique, la teneur moyenne de la masse de roche prélevée. La réponse impulsionnelle a s'exprime par le créneau correspondant au volume de la prise d'échantillon :

$$\text{- dans le créneau : } a(u - x) = 1/M$$

$$\text{- partout ailleurs : } a(u - x) = 0$$

- Homogénéité.

La réponse n'est nullement homogène, même si l'on néglige les imperfections de la méthode d'analyse. Elle varie en effet avec la forme, les dimensions et l'orientation de la prise. Pour rendre la réponse homogène, on doit proscrire les prélèvements de contours irréguliers : on doit contrôler la forme, les dimensions et l'orientation des prises. Si on ne prend pas cette précaution, on ne peut corriger le résultat de la mesure en compensant le défaut instrumental, et on perd une quantité considérable d'informations sur la répartition géométrique de l'élément dosé, surtout si la maille est petite vis à vis de la dimension des échantillons. De ce fait, on peut être obligé de se borner à une représentation statistique des résultats. (Par contre, lorsque les dimensions des grains permettent de considérer comme négligeables celles de la prise, il devient moins important de contrôler ses caractères géométriques ; on peut représenter a par une fonction de Dirac, et par conséquent l'opération $a * f$ par une identité, ce qui coupe court à toute discussion sur les répercussions des caractères de l'opérateur sur l'homogénéité du résultat). Une autre raison s'oppose à ce qu'on laisse le hasard déterminer les contours de l'échantillon que l'on prélève : dans le cas des granites altérés, on sait très bien que les quartz et les feldspaths potassiques apparaissent en relief sur les cassures, et que leur "pourcentage de récupération" est

supérieur à celui des plagioclases, qui s'effritent ; il en résulte notamment, une légère erreur par défaut sur le calcium. Cette erreur pourrait être éliminée en ramenant le prélèvement à une forme bien définie. Et surtout l'utilisation des concentrations massiques ne conduit pas à une réponse homogène. Pour une carotte de volume donné, $1/M$ varie avec la densité de la roche. Il conviendrait d'exprimer le résultat des dosages en concentration volumétrique.

- Linéarité.

La linéarité est évidente si l'on s'attache seulement à ce qui se passe sur le terrain. Elle peut pourtant être perturbée par les défauts de linéarité de la méthode de dosage, défauts dont l'élimination est du ressort du chimiste (effet de matrice, mauvais étalonnage, etc...).

Les créneaux ne sont pas les seuls opérateurs intervenant dans les mesures géochimiques. L'étude de la sonde de Castaing ou de la macrosonde de fluorescence X ferait apparaître des opérateurs différents. Il en va de même pour la radiométrie de terrain dont la réponse est seulement grossièrement homogène et linéaire, ce qui suffit pourtant pour que, sur le plan méthodologique, l'interprétation d'une étude radiométrique soit menée comme celle des études géochimiques habituelles. Cela nous autorisera à substituer des exemples radiométriques à des exemples géochimiques classiques. Ceci pour deux raisons : l'étude radiométrique permet de réaliser des profils continus, ce qui autorise certaines vérifications rapides et concluantes. D'un autre côté, la rapidité des levés radiométriques permet une action en retour très souple modifiant en fonction des résultats les dispositifs de mesure (caractères de la maille, élévation du compteur au-dessus du sol pour réaliser in situ un lissage plus ou moins énergique des résultats, etc...).

3.1.2.3. - RESULTAT DE L'OPERATION ET SA STRUCTURE

L'opérande est une donnée intangible, c'est la masse rocheuse que l'on étudie. Par contre, l'observateur peut jouer sur l'opérateur de façon à obtenir le résultat qui répond au mieux aux questions qu'il se pose. Il essaie d'abord de donner la structure voulue au système de résultats que l'on peut effectivement observer dans des conditions telles qu'on les rattacherait à "la même" observation. Selon le cas, il cherche à limiter la variabilité de ces résultats ou au contraire, à les amener à se présenter comme une variable aléatoire. Il "détermine" ou il "erratise" ainsi les éléments du système E_2 , comme on l'a vu au chapitre 3.1.3. Ensuite, il faut que d'une observation à l'autre, les résultats obtenus s'agrègent pour constituer un "message" compréhensible, par exemple une carte de concentrations compréhensible. On n'a pas l'habitude de voir la carte des concentrations dans son intégralité : on ne possède que des mesures ponctuelles de la concentration moyenne, à partir desquelles on extrapole une carte de concentrations complète. Il nous a donc semblé intéressant de donner l'image visuelle complète, non extrapolée, d'une carte de concentrations : l'analogie optique que nous avons décrite permet d'obtenir une image visuelle intégrale de certaines cartes de concentrations minéralogiques bidimensionnelles caractérisant une section polie. C'est cet exemple que nous allons détailler.

Le premier problème qu'il pose concerne le choix des sections étudiées. On le réalise :

- en fonction des questions que l'on se pose : ces questions demandent-elles que la section étudiée soit représentative de l'ensemble du volume rocheux, ou bien que sa concentration moyenne soit facile à estimer à partir d'un petit nombre d'observations, ou bien que sa concentration moyenne puisse être considérée comme une V.A. ?
- en fonction de la structuration de la texture : on obtient une section répondant aux conditions précédentes en l'orientant convenablement par rapport à des repères structuraux définis en étudiant la texture ou les orientations cristallines.

L'analyse de la variation des résultats selon la disposition de la section étudiée par rapport à la texture poserait trop de problèmes. Nous nous limiterons à visualiser intégralement le résultat que l'on obtient en déplaçant la fenêtre dans laquelle on détermine la concentration minéralogique dans une section polie, et ceci pour des fenêtres différentes.

Soit, pour la section plane considérée, une fonction f égale à 1 dans les grains de l'espèce A dosée, nulle ailleurs ; soit a une fonction égale à 1 dans les limites d'une plaque mince de 2×3 cm, nulle ailleurs. On peut représenter les variations de la concentration minéralogique que l'on mesure dans une telle plaque mince, concentration rapportée au barycentre de la plaque lorsque celui-ci se déplace dans la section de grande dimension que l'on étudie, grâce au produit

de convolution $t_A \equiv a * f$. Nous savons réaliser cette opération par analogie optique, à partir d'un négatif transparent à l'emplacement des grains A, opaque ailleurs, et d'un cadre transparent ayant les dimensions de la section polie. La figure 18 présente ces deux documents et le résultat du calcul : le noircissement en chaque point du résultat obtenu est proportionnel à la teneur t_A que l'on aurait mesurée en centrant la plaque sur ce point. On peut ainsi se rendre compte de la façon dont le résultat de l'analyse modale varie dans un plan bien déterminé, le contraste entre les noircissements plus ou moins intenses donnant une idée de la dispersion des résultats possibles, les rangées qui apparaissent montrant comment se groupent les fortes valeurs. Nous donnons à titre comparatif les résultats obtenus sur la même section à l'intérieur de domaines de forme et d'orientation différentes ; on constate que la dispersion augmente, comme on pouvait s'y attendre, lorsque les bords de la section sont parallèles à des rangées de grains. On constate qu'une section circulaire donne des résultats moins dispersés qu'une section rectangulaire de même surface, ce qui s'explique si l'on fait intervenir le gain énergétique des deux types de créneau.

3.1.3. - FACTEURS DISPERSIFS AFFECTANT LA CONCENTRATION

3.1.3.1. - FACTEURS DISPERSIFS D'ORIGINE STRUCTURALE

Nous appellerons 'dispersion structurale' la variabilité du résultat d'une mesure de concentration selon la disposition de l'échantillon étudié :

- par rapport à la disposition des éléments qui constituent la texture. Ce phénomène est à l'origine de l'effet de grain, que l'on a étudié au chapitre 1.1.5.1. pour envisager la façon dont on pouvait réduire ses effets (détermination) ou au contraire les faire varier au hasard selon une loi statistique connue (erratization), de façon à faciliter l'estimation de certaines moyennes. Dans le cas où les grains sont disposés au hasard, la seule manière de réduire l'effet de grain consiste à accroître la taille de l'échantillon.

- par rapport aux figures tracées sur la carte par les variations macroscopiques de la concentration, par exemple selon la disposition du domaine rectangulaire qui sert à calculer une concentration minéralogique par rapport aux courbes d'égale concentration. On peut compenser ces variations a posteriori, lorsqu'on a tracé la carte de concentrations, ou les erratiser si les structures qui y apparaissent sont par trop irrégulières.

L'élimination de la dispersion structurale ou l'ajustement de ses caractères à une loi connue revêtent une réelle importance dans le cas où de faibles variations de concentration peuvent avoir valeur d'indice. Si les opérations réalisées sur le terrain (mesures ou prélèvements, déplacements, etc...) ne sont guère onéreuses, on peut multiplier les observations et pondérer leurs résultats a posteriori, en tenant compte des figures que l'interprétation fait apparaître. Si les opérations réalisées sur le terrain sont onéreuses, on essaie de déterminer les grandes lignes des figures qui apparaissent sur la carte par des procédés simples et peu coûteux, puis on adapte l'orientation du dispositif de mesure à leur direction. Il est probable que, dans l'avenir, les progrès du télétraitement permettront de diriger les équipes de terrain en tenant compte des résultats de l'interprétation progressive des données qu'elles communiquent. Cette façon de procéder serait certainement la plus apte à abaisser le prix de revient des opérations sur le terrain.

Pour clore le chapitre, essayons d'en tirer quelques conclusions pratiques. En géochimie, lorsque la configuration des concentrations microscopiques de l'élément dosé implique une dispersion structurale importante, il devient hasardeux d'affirmer l'unicité de la loi statistique de distribution de l'élément chimique étudié. En effet, une modification de l'attitude du dispositif de mesure risque de faire varier considérablement les paramètres qui la caractérisent, sinon ses propriétés fondamentales ; on doit donc préciser l'opérateur et le procédé d'erratization que l'on a employés pour définir la concentration. C'est particulièrement évident dans le cas de l'analyse modale.

D'autre part, l'étude classique de l'effet de grain, en supposant une texture aléatoire, surestime son importance lorsqu'on opère à partir de grosses prises, pour la sous estimer lorsqu'on analyse de petits échantillons, du moins quand on s'intéresse aux constituants majeurs des roches ayant une texture plus ou moins ordonnée. Une image expliquera ce phénomène : un corps doué

d'une symétrie de répétition, comme un cristal, est plus homogène qu'un corps tout à fait désordonné si l'on envisage des domaines contenant beaucoup de motifs, moins homogène si l'on envisage des domaines dont les dimensions sont proches de celles du motif. Une roche dont la texture est ordonnée a donc des chances d'être chimiquement homogène à l'échelle macroscopique, du moins si l'on s'intéresse aux éléments majeurs. Mais en l'absence de gradient chimique on peut penser qu'on a peu de chances de voir se manifester d'hétérogénéités dans la distribution des autres éléments. Cette remarque semble confirmée par l'argument suivant : ayant "déconvolué" les histogrammes des teneurs en éléments majeurs relevées dans le batholite du Sidobre, par la densité de probabilité de l'erreur analytique correspondante, à la demande de P. Isnard, nous avons obtenu une série de pics. Ces pics sont censés traduire la dispersion de l'élément in situ, dans chacun des faciès que l'on pourrait définir, en plus de celle qui est due à l'effet de grain. On devrait donc admettre que ces deux dispersions sont nulles dans un faciès dont la texture s'avère particulièrement ordonnée, si l'évidence de certains effets instrumentaux ponctualisant les distributions ne nous faisait quelque peu douter de nos résultats ; ceux-ci restent pourtant difficiles à expliquer par un artefact et mériteraient d'être confirmés par une étude menée selon un plan minutieux, de façon à éviter les difficultés d'interprétation que nous avons rencontrées.

3.1.3.2. - FACTEURS DISPERSIFS INSTRUMENTAUX

a) Application des considérations générales précédentes

Les opérations que l'on effectue, tant sur le terrain qu'au laboratoire, introduisent un ensemble de facteurs dispersifs $a_1, a_2, a_3, \text{ etc. } \dots$. Le facteur a_1 représente par exemple l'erreur d'échantillonnage résultant des broyages, des quartages et des prélèvements de poudres réalisés au laboratoire en vue de l'analyse, le facteur a_2 , l'erreur analytique, etc... Toute l'information obtenue sur la concentration x in situ, grâce à l'obtention d'un résultat analytique y , serait contenue dans la probabilité p_x $a_1, a_2, a_3, \text{ etc. } \dots (y)$, si l'on savait la déterminer. Cette probabilité a la même signification qu'une fonction de vraisemblance, c'est-à-dire qu'elle précise, pour chacune d'entre elles, la probabilité pour que le résultat y bien défini que l'on a obtenu résulte des différentes combinaisons possibles de facteurs $x, a_1, a_2, a_3, \text{ etc. } \dots$. L'étude de l'influence respective des facteurs a_1, a_2, a_3 est possible par les méthodes classiques du plan d'expérience (analyse de la variance, régressions partielles). Pour la mener à bien on peut aussi réaliser des essais de reproductibilité qui permettent de déceler empiriquement l'influence de chacun des facteurs considéré isolément, lorsqu'on sait maintenir constante celle des autres. On étudiera par exemple l'erreur analytique a_2 en multipliant les dosages sur des poudres provenant d'un même échantillon-terrain après un broyage et une homogénéisation particulièrement soignés, qui annuleront l'influence du facteur dispersif a_1 . Cette étude aboutira à la réalisation d'un histogramme qui permettra de choisir une représentation de la densité de probabilité de l'écart a_2 , quand on fixe les autres facteurs dispersifs a_j ; il est intéressant de s'assurer qu'elle ne varie pas lorsque varient certains des facteurs a_j , ce qui revient à dire que l'on doit étudier l'indépendance statistique des facteurs a_j . On va donc rechercher des corrélations entre facteurs dispersifs et, s'il s'en présente, analyser leurs causes et essayer éventuellement de les briser par une erratisation appropriée. En effet, si les facteurs a_j sont indépendants des valeurs de x et s'ils sont indépendants entre eux, on saura, par déconvolution, remonter de la densité de probabilité relative aux mesures y à la densité de probabilité à laquelle on s'intéresse en réalité, à savoir celle qui caractérise la variation des teneurs x in situ. Les corrélations entre la teneur in situ et les facteurs dispersifs peuvent découler de l'effet de matrice, de la saturation des électrodes, des effets quantiques liés au niveau du signal mesuré, de mauvaises corrections, etc... La corrélation des facteurs dispersifs entre eux est à craindre surtout lorsque les échantillons analysés subissent dans un ordre immuable les séquences d'opérations dont les a_j traduisent les imperfections. Si on envisage une erratisation des erreurs au lieu de les compenser, on a tout intérêt à ne pas faire passer au laboratoire les échantillons dans l'ordre où ils ont été prélevés sur le terrain, et à changer encore une fois l'ordre de passage au moment de l'analyse proprement dite ; on pourra par exemple tirer au hasard l'ordre de passage des échantillons lors de chaque séquence d'opérations. En effet, les facteurs a_j traduisent généralement l'influence de dérives trop capricieuses pour être compensées, mais qui ne présentent pas moins, une tendance constante à la diminution ou à l'augmentation. Si l'on passe les échantillons toujours dans le même ordre, l'erreur a_2 ayant tendance à augmenter, l'erreur a_3 à diminuer au cours du temps, il est bien évident qu'elles seront corrélées négativement ; il faut que l'ordre de passage dans l'opération qui définit a_2 soit indépendant de l'ordre de passage lors de l'opération qui donne naissance à a_3 . Eviter que la disposition des échantillons sur le terrain soit liée à leur ordre de passage au laboratoire nous préservera en ou-

tre d'un artefact fréquent, celui qui consiste à interpréter une tendance se manifestant en réalité dans le temps, au laboratoire, comme une tendance se manifestant dans l'espace, sur le terrain.

Pour réaliser les essais de reproductibilité dans les mêmes conditions que les mesures dont on veut évaluer la dispersion, on a tout intérêt à les intercaler dans la série d'analyses que l'on contrôle. On fait alors d'une pierre deux coups puisque, disposant d'étalons intercalés entre les analyses, on peut les corriger par la méthode du standard externe. Mais le chimiste, sous l'influence d'une pudeur bien compréhensible, élimine les résultats des essais de reproductibilité par trop aberrants. Comme il lui est impossible d'éliminer de la même manière les résultats aberrants relatifs aux échantillons à déterminer, parce qu'il ne sait rien d'eux, nous risquons de sous estimer la dispersion des mesures.

Pour connaître la validité des corrections réalisées par la méthode du standard externe, nous devons déterminer la corrélation des erreurs que l'on commet lors de mesures immédiatement voisines, lors de mesures séparées par une seule analyse, par deux analyses, par trois analyses, etc... On y arrive en examinant l'autocorrélation de la série d'écarts obtenus lors des essais de reproductibilité. Pour déterminer l'autocorrélation pour toutes les valeurs de l'intervalle séparant deux mesures, il faut répartir les étalons en un certain nombre de couples consécutifs, en un certain nombre de couples séparés par une mesure, par deux mesures, etc..., au lieu de les espacer de façon régulière, toutes les 5 analyses par exemple. En étudiant l'autocovariance de grandes séries d'essais de reproductibilité, nous avons pu constater que si les erreurs commises lors de deux analyses consécutives étaient corrélées positivement, il n'en était plus de même quand on envisageait un couple de mesures séparées par une analyse ou plus. Dans ces conditions, en tenant compte de l'écart observé sur un étalon, les compensations habituelles corrigent correctement la mesure qui le précède et celle qui le suit immédiatement, mais ne font qu'accroître l'erreur commise lors de mesures plus éloignées de lui. Remarquons au passage que reprendre une mesure aberrante réalisée sur un étalon sans reprendre les mesures qui l'encadrent est absolument illogique : on croit à la correction que l'on introduit ou l'on n'y croit pas ; si l'on y croit, c'est parce qu'on admet qu'un résultat aberrant sera encadré par des résultats aberrants, et il faut en tirer les conséquences qui s'imposent quand on se croit obligé de reprendre l'analyse de l'étalon. Enfin, connaissant l'autocorrélation de la série d'erreurs, on peut déterminer l'espacement qui doit séparer deux analyses si l'on veut que leurs résultats soient statistiquement indépendants.

Une moyenne mobile réalisée sur les écarts que l'on constate lors des essais de reproductibilité permet de contrôler les dérives (qui se manifestent déjà sur l'autocorrélation) et de déceler les intervalles pendant lesquels elles restent monotones. Selon la solution que l'on préfère, on peut alors les compenser ou les erratiser.

Les avantages pratiques que l'on retire de l'analyse des facteurs dispersifs sont nombreux. D'abord, on connaît la dispersion introduite par chacun des facteurs a_j . On ne risque donc pas de perdre son temps à réduire l'influence de l'un d'eux quand elle est inférieure d'un ordre de grandeur à celle, irréductible, d'un autre facteur dispersif. Au passage, on améliore les corrections que permet la méthode du standard externe. Mais surtout, le fait d'établir l'indépendance statistique des facteurs dispersifs permet d'obtenir, grâce à une déconvolution, la densité de probabilité qui caractérise la dispersion des teneurs in situ. La figure 20 montre comment, à partir d'un histogramme expérimental sur lequel on ne pouvait introduire de distinction catégorique entre plusieurs populations, ni distinguer celles qui résultaient d'un décalibrage, la déconvolution par la densité de probabilité de l'erreur met nettement en lumière les faciès géochimiques. Elle permet de "résoudre" des faciès qui étaient confondus sur l'histogramme traduisant le résultat des analyses, et de déterminer la dispersion de la teneur in situ qui caractérise chacun de ces faciès. (Cette dispersion s'entend pour un dispositif d'échantillonnage bien défini, maille et volume des prises).

L'étude des facteurs dispersifs permet donc de déterminer les probabilités que nous avons désignées par $p_x(y)$ dans le chapitre consacré à la théorie de l'information et de caractériser la dispersion de la concentration in situ, x , par une densité de probabilité $p_{fi}(x)$, pour chaque classe d'objets analysés (ces classes sont des faciès pétrographiques ou des espèces minérales). Nous sommes donc en mesure d'aborder les problèmes de classification en suivant les principes que nous avons dégagés grâce à la théorie de l'information. (Enfin, ayant déterminé les probabilités $p_x(y)$ et vérifié ces probabilités par les essais adéquats, nous sommes en mesure d'employer des plans séquentiels).

b) Facteurs particuliers aux études géochimiques

Etant donné les broyages réalisés dans un laboratoire d'analyse, le résultat des dosages chimiques s'exprime nécessairement par une teneur pondérale. Pour obtenir une concentration volumétrique homogène, une conversion serait nécessaire. Elle imposerait de déterminer la densité des roches ou des minéraux analysés ; en ne le faisant pas on laisse les variations de densité se répercuter par une non homogénéité de la concentration, que l'on peut, au mieux, transformer en facteur dispersif en l'erratisant.

Le calibrage des appareils et l'utilisation des étalons externes posent également un problème. Plaçons nous dans le cas particulièrement fréquent où la courbe de calibrage utilisée est une droite. On admet alors que le signal s fourni par l'appareil de mesure est une fonction linéaire de la teneur y :

$$s = ay + b$$

On peut alors lire s sur le cadran de l'appareil et déterminer graphiquement y sur la droite de calibrage, ou utiliser un calculateur analogique faisant automatiquement cette opération en introduisant quelques facteurs dispersifs supplémentaires. On connaît la teneur y_0 de l'étalon que l'on intercale dans la série de mesures, et le signal de référence s_0 qui doit idéalement lui correspondre. Lorsqu'au passage d'un étalon on constate qu'un écart affecte le signal s_0 , on admet souvent que celui-ci provient d'une variation affectant le seul paramètre b sans que la pente a de la droite de calibrage soit remise en question. Si l'on préfère, on admet que les facteurs dispersifs s'ajoutent aux résultats et ne les multiplient point. Or il suffit d'examiner attentivement les résultats obtenus sur des étalons de teneur différente lorsqu'ils se succèdent immédiatement dans la série d'analyse pour s'apercevoir que cette hypothèse n'est pas rigoureuse, même si elle permet de compenser correctement certaines erreurs. La pente de la droite de calibrage devrait être retouchée ; dans ces conditions, un raisonnement élémentaire montre que la correction que l'on opère devient de plus en plus mauvaise lorsqu'on l'applique à des échantillons dont la teneur s'écarte de celle de l'étalon. Cet effet peut introduire des erreurs systématiques gênantes, mais a surtout pour résultat d'aboutir à des écarts analytiques dont la dispersion croît ou décroît avec la teneur de la roche dosée, autrement dit d'introduire une relation entre la teneur in situ x et les facteurs dispersifs a_j , ce que nous voulions éviter (en fait, il existe déjà une corrélation qui provient de ce que l'effet de matrice diffère toujours un peu de l'étalon à un échantillon de teneur différente).

Les études géochimiques cherchent rarement à déterminer de façon absolue les concentrations auxquelles elles s'intéressent. Ce sont des études comparatives qui s'attachent à saisir des changements de concentration, à l'intérieur d'un petit intervalle de variation. Elles essaient par exemple de distinguer des espèces ou des faciès de composition voisine. On a alors tout intérêt à employer un étalon dont la teneur se situe au centre du domaine de variation que l'on étudie, même si elle est mal déterminée et si, à cause de cette indétermination, on n'obtient pas une bonne mesure absolue des teneurs. Il importe surtout d'obtenir la plus grande sensibilité possible sur leurs variations relatives (on est tenté de dire, en se référant aux pics de la densité de probabilité, la meilleure "résolution" possible). Cette sensibilité ne serait pas atteinte si l'on avait recours à un étalon ayant une teneur trop éloignée de celle des échantillons que l'on analyse, même s'il permettait des déterminations absolues plus exactes. Lorsqu'on désire déceler de très faibles tendances, on devrait utiliser deux étalons différents n'encadrant pas tout à fait le domaine de variations auquel on s'intéresse, et les passer à intervalle variable, comme précédemment. Les corrections ne devraient être faites qu'a posteriori, lorsque toute la série d'échantillons a été analysée, au vu des caractères statistiques de la série d'écarts relatifs aux étalons. On peut définir par exemple des fonctions φ_1 et φ_2 (l'expérience montre qu'elles peuvent être très simples, réduites par exemple aux premiers termes d'un développement limité), telles que si e_a est l'écart constaté sur un étalon, on calcule la concentration des échantillons qui l'encadrent par la formule :

$$s = \varphi_1(e_a) \cdot y + \varphi_2(e_a)$$

On peut chercher une solution en diminuant le plus possible la dispersion des teneurs calculées pour l'ensemble des étalons immédiatement voisins d'un autre étalon, traités comme des échantillons inconnus, l'un servant à corriger l'autre. Quand on doit réaliser un grand nombre d'analyses, de telles méthodes ne sont lourdes qu'en apparence. En augmentant le transfert d'information réalisé par chacune des mesures, elles permettent de réduire le nombre d'analyses nécessaires pour répondre à la question que l'on se pose. En définitive elles économisent bien des efforts.

Lorsqu'on ne constate une corrélation positive des écarts qu'entre des résultats consécutifs, il est évident que les corrections obtenues par un standard externe ne sont efficaces que dans le cas des échantillons qui précèdent ou qui suivent immédiatement un étalon. Dans les programmes analytiques, il est donc préférable de placer les échantillons pour lesquels on désire une faible dispersion analytique au voisinage immédiat des étalons. On intercale entre eux les échantillons pour lesquels on peut se contenter d'une moindre précision. Quand on double les analyses, au lieu de passer l'étalon et les échantillons chacun deux fois consécutivement, on a tout intérêt à reprendre deux fois l'ensemble de la séquence à partir d'un étalon de façon à le faire succéder le plus vite possible par les échantillons qu'il doit corriger.

On constate plusieurs valeurs modales sur les histogrammes établis à partir des écarts enregistrés sur les étalons. Il semble que la densité de probabilité de l'erreur ne s'ajuste pas à une gaussienne unique, mais à une somme de gaussiennes de même écart-type. Cela vient de ce que les facteurs dispersifs restant constants, certains dérèglages se produisent par sautes brusques, en introduisant des discontinuités dans la série analytique. Une série de 500 à 600 échantillons est ainsi découpée en 3 ou 4 ensembles statistiquement homogènes, caractérisés chacun par une erreur aléatoire dont la dispersion est bien inférieure à celle que l'on peut calculer en confondant sans précaution la somme des 3 ou 4 gaussiennes avec une gaussienne unique. Chaque ensemble est affecté, en plus des erreurs aléatoires, par une erreur systématique, qui se traduit par un décalage identique de tous les résultats relatifs aux étalons, ou voisins de la teneur de l'étalon (mais les réserves précédentes s'appliquent lorsqu'on envisage des échantillons dont la teneur diffère beaucoup de celle de l'étalon).

Les figures 19 et 20^(*) montrent que les histogrammes relatifs aux différents éléments dosés dans le granite du Sidobre s'ajustent à un modèle assez surprenant, le produit de convolution de "pics" représentant peut-être chacun une concentration in situ uniforme à l'intérieur d'un faciès, par une gaussienne d'écart-type bien inférieure à celui qui caractérise l'ensemble des écarts obtenus sur les étalons. Les maximums aigus de ces histogrammes ne peuvent s'expliquer si l'on envisage une erreur gaussienne d'écart-type supérieur à celui que nous avons choisi. Nous allons décrire des erreurs qui "discrétisent" les densités de probabilité, mais elles font apparaître des maximums périodiques, coïncidant avec les graduations de l'appareil de mesure ou de la courbe de calibrage, ce qui n'est généralement pas le cas dans les exemples que nous citons. De plus elles n'expliquent pas que les histogrammes se réduisent à une somme de fonctions de Gauss. Il semble donc bien que l'on puisse décomposer la série d'analyses étudiée en plusieurs ensembles caractérisés par des erreurs aléatoires d'écart-type identique et assez réduit (il n'est pas nécessaire de faire un produit de convolution pour décomposer une fonction en une somme de gaussiennes ; mais nous ne pouvions savoir que nous nous trouvions devant une somme de gaussiennes qu'a posteriori, en examinant le résultat de la déconvolution des histogrammes). Constatons au passage l'inanité du calcul des coefficients de corrélation relatifs aux exemples traités, puisqu'on est en présence d'un ensemble de populations gaussiennes : il ne se justifiera qu'après une stratification des données traitées. Ce cas est particulièrement fréquent, et si l'on veut éviter les calculs intempestifs de coefficients de corrélation, il suffit d'examiner le résultat du lissage des nuages de points. Quelques résultats relatifs aux exemples traités sont reportés sur la figure 21 (l'aluminium se prête particulièrement bien à la mise en évidence de plusieurs faciès).

En fin de compte, l'étude de faibles tendances sur une grande série d'échantillons nous place comme toujours en face de la même alternative. Nous pouvons erratiser les facteurs dispersifs instrumentaux en ventilant les échantillons étudiés entre un grand nombre de séries d'analyses ; dans ces conditions nous ne craignons guère les erreurs systématiques et nous aboutirons à des écarts sensiblement gaussiens, mais l'écart-type sera grand et nous devons multiplier les observations. Nous pouvons au contraire grouper les analyses dans des séries à l'intérieur desquelles les dérives sont contrôlées par de nombreux étalons, limiter les écarts en passant les échantillons au voisinage immédiat d'un étalon, et faire des corrections très précises après que toutes les mesures aient été effectuées, en nous basant sur la série d'écarts constatés sur les étalons. Au prix d'un effort plus important dans le domaine du contrôle des opérations, de l'interprétation et du calcul, nous disposerons alors d'une méthode qui s'avère finalement économique, et dont les possibilités dépassent de loin ce que l'on peut espérer d'une erratisation. Le choix d'une méthode dépend de l'amplitude des variations que l'on veut déceler, de considérations économiques, et souvent de la cadence à laquelle les échantillons parviennent au laboratoire d'analyse. La seule méthode que l'on doive proscrire est celle que l'on emploie habituellement, qui consiste à laisser

(*) Les valeurs de la concentration in situ et la fréquence qui leur correspondent sont indiquées sur chaque figure. Les 2σ de l'erreur analytique permettant la déconvolution sont représentés par un segment de droite.

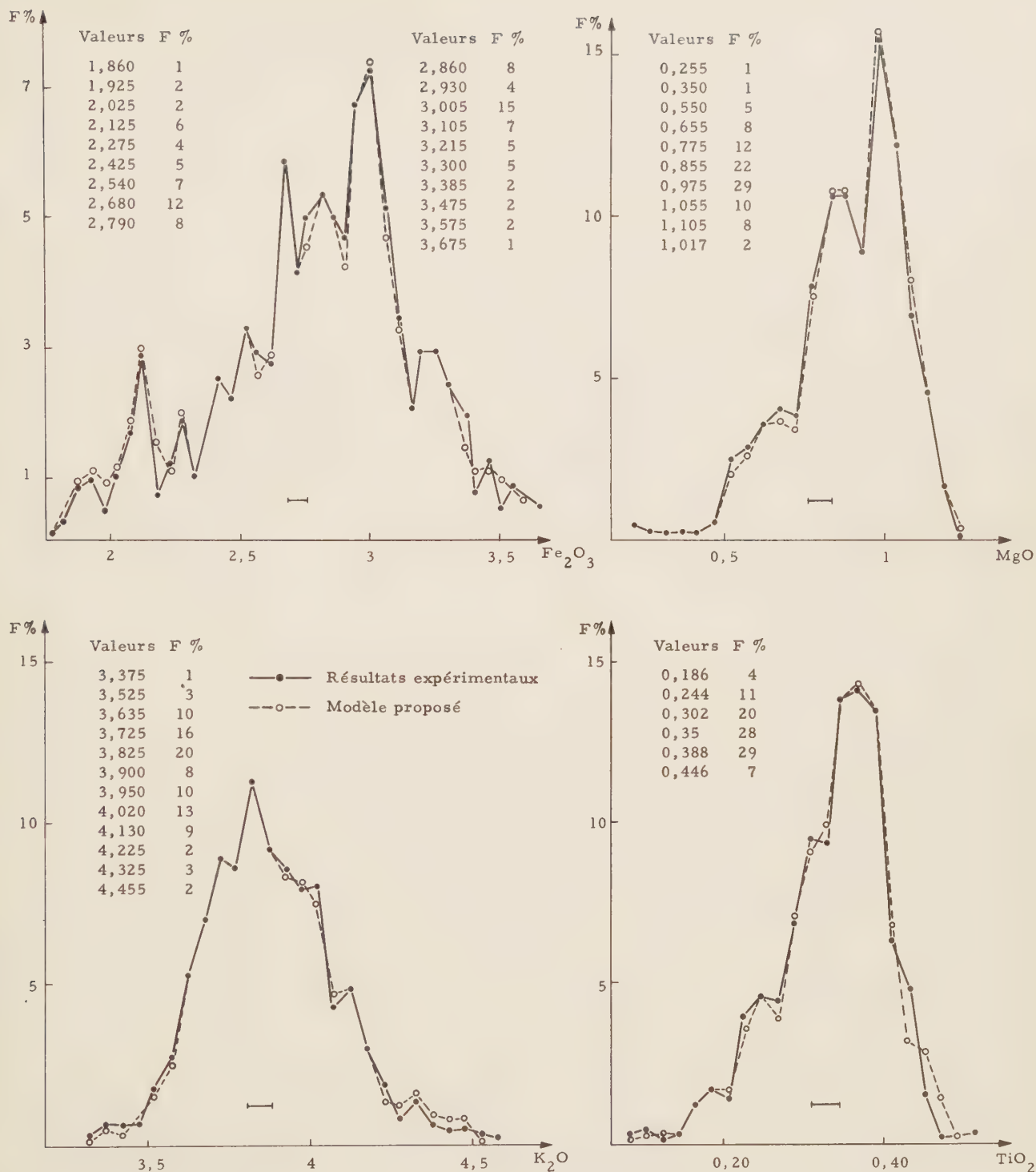


Figure 19 - Modèles obtenus par déconvolution pour la densité de probabilité de la concentration des éléments majeurs, dans le granite du Sidobre.

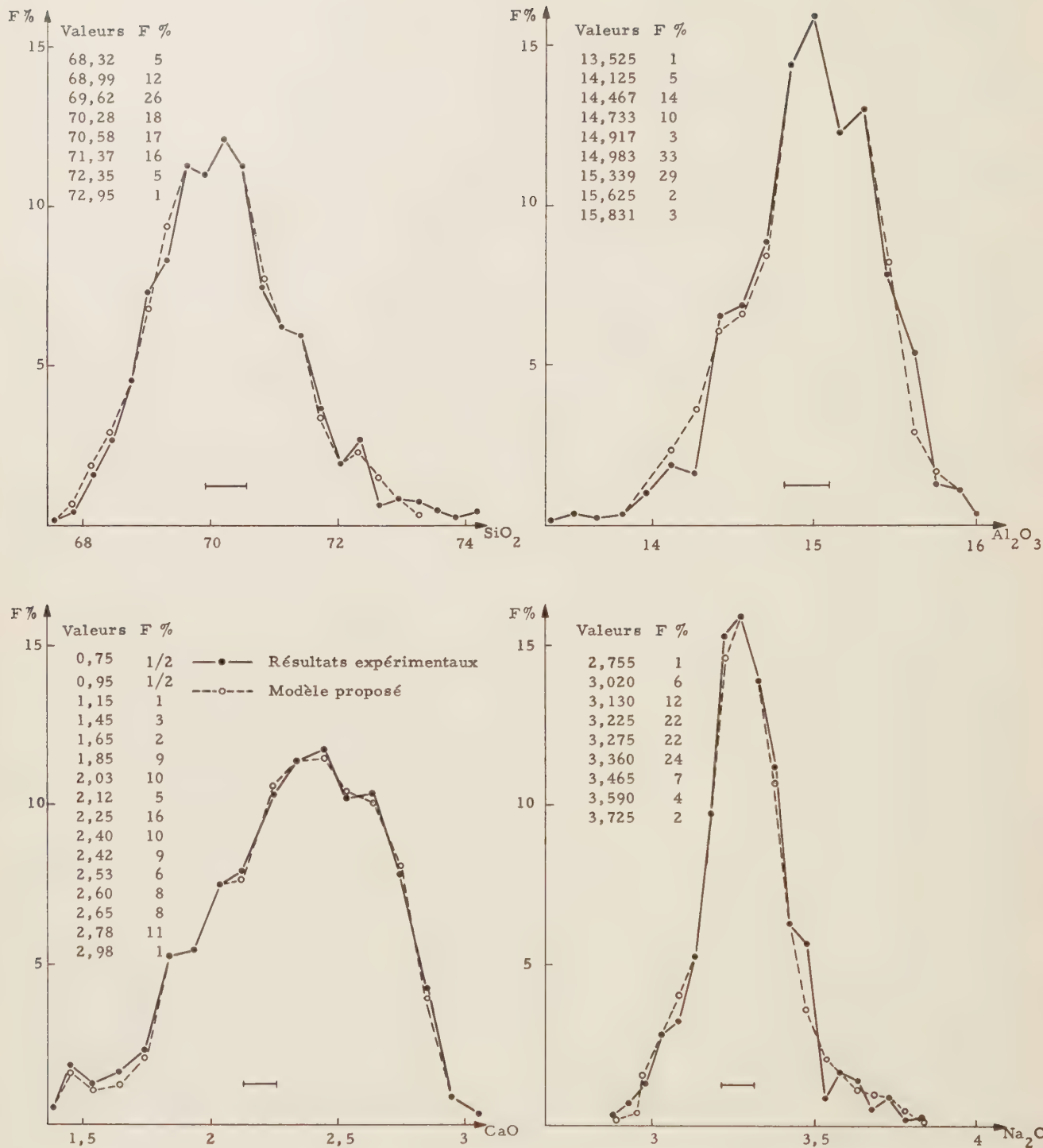


Figure 20 - Modèles obtenus par déconvolution pour la densité de probabilité de la concentration des éléments majeurs, dans le granite du Sidobre.

s'établir sans la contrôler une erratisation imparfaite, plus ou moins entachée d'erreurs systématiques qui rendent à peu près inefficace l'étude statistique en la faisant aboutir à des résultats sujets à caution précisément lorsqu'ils sont intéressants, c'est-à-dire lorsqu'ils font apparaître des tendances ne se manifestant pas de façon évidente par des procédés beaucoup plus simples. Le résultat de la déconvolution précédente, par la discussion qu'il nécessite, fournit un exemple de problèmes posés par l'application de méthodes statistiques élaborées à des analyses effectuées selon les méthodes de routine qui suffisent aux études géochimiques classiques, et qui sont par la même bien difficiles à faire évoluer. Nous constatons ainsi sur un exemple concret que les méthodes classiques de création d'information n'aboutissent pas à des résultats convenant aux méthodes de traitement de l'information les plus élaborées.

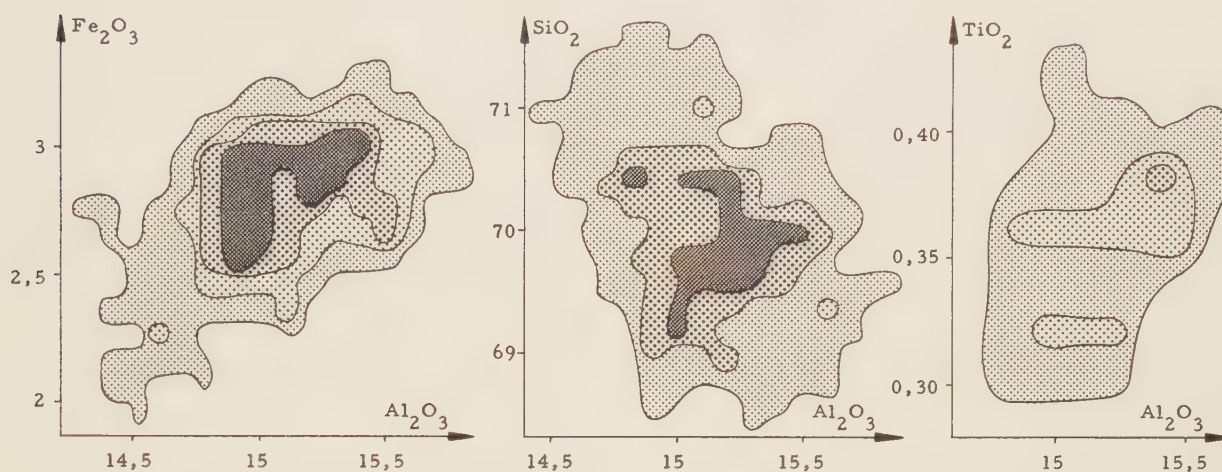


Figure 21 - Lissage de nuages de points représentatifs des corrélations entre éléments majeurs.

Le chimiste préfère opter pour des corrections simples, rapides, lui permettant de fournir sans délai les résultats qu'on exige de lui. L'erreur systématique inhérente aux procédés qu'il emploie reste faible devant les écarts aléatoires, et elle n'est pas gênante tant qu'on aborde des problèmes géochimiques qui se laissent résoudre en comparant un petit nombre d'analyses. Par contre, ces procédés deviennent inacceptables lorsqu'on aborde, sur un matériel statistique considérable, la recherche de tendances particulièrement ténues (*). On doit alors employer des corrections différées, établies par un programme de calcul automatique lorsque la série d'analyses est terminée : on a alors tout intérêt à traiter les données brutes, à savoir les signaux fournis par les appareils de mesures, signaux dont la conversion numérique peut s'effectuer automatiquement sous une forme adaptée au procédé de calcul utilisé.

3.1.3.3. - FACTEURS DISPERSIFS HUMAINS. L'EQUATION PERSONNELLE

a) Généralités

Le naturaliste ne peut garantir l'objectivité de ses observations s'il ne possède pas les connaissances suffisantes dans le domaine de la psychologie de la perception. L'orientation de cet exposé est profondément influencée par la conception du mécanisme de la perception propre aux écoles psychologiques attachant une grande importance à l'action en retour exercée par nos représentations sur notre espace sensorimoteur. Un exposé détaillé de cette conception ne pouvait prendre place dans cette étude, étant donné son caractère particulier, mais il aurait beaucoup aidé à sa compréhension. Nous allons seulement survoler quelques uns des problèmes posés par la distorsion du champ perceptif, en nous référant aux travaux de l'école gestaltiste, à ceux de Piaget,

(*) La comparaison d'un petit nombre d'analyses se ramène à une lecture de l'information "au niveau élémentaire". Dans le deuxième cas, il faut une lecture "au niveau global".

et à nos propres observations. La référence à la psychologie de la forme risque de surprendre le lecteur qui a pu s'imaginer qu'en présentant la perception comme la sélection d'un signifiant dans un catalogue préétabli, nous adoptions sans réserve les thèses empiristes. En fait, nous choisissons le catalogue de signifiants qui nous servira parmi un ensemble de catalogues possibles : le choix du catalogue est déterminé par l'organisation du champ perceptif, ce qui nous amène parfois à désigner ses composantes par un signifiant variable selon le champ dans lequel elles s'insèrent. Nous voilà alternativement empiriste ou gestaltiste : empiriste quand il s'agit de choisir le catalogue qui s'applique à l'ensemble du champ, gestaltiste quand il s'agit de représenter les composantes du champ perceptif.

Parmi les principes qu'il importe de garder présents à l'esprit si l'on veut se prémunir contre les distorsions du champ perceptif, deux nous semblent particulièrement importants. D'abord en évoquant un signifiant, toute perception ravive le souvenir des opérations de la pensée conceptuelle par lesquelles nous l'avons constitué ; de plus, nous ne pouvons nous empêcher de penser ni aux opérations qui permettent de le constituer à partir de termes plus simples, ni à la façon dont il s'insère dans le système de représentations dans lequel nous devons "fouiller" pour le sélectionner. Il n'y a donc aucune perception pure car, placés devant un objet, nous prenons conscience des opérations qui permettent de constituer sa représentation ou qui la mettent en relation avec les constituants d'un système. Quelques expériences simples peuvent nous en convaincre. Revenons à la figure 6, obtenue en décalant légèrement deux négatifs photographiques identiques. Nous avons l'illusion de voir des ensembles de points disposés sur des cercles concentriques entourant le centre instantané de rotation, alors qu'il n'existe évidemment que des couples de points. Nous avons pris conscience d'un opérateur et nous avons imaginé une figure au lieu de suivre la démarche inverse que l'on pourrait supposer être celle de la perception. Des roches non litées, écrasées de telle manière que chacun de leurs constituants se divise en un multiplet de petits grains disposés parallèlement au plan de déformation maximale, sont décrites comme des roches "litées", à cause de ce genre d'illusion, que les psychologues rattachent à l'effet stroboscopique.

D'autre part, nous cherchons à conserver le plus possible d'invariants dans notre représentation des phénomènes, fut-ce au prix de la distorsion de notre système de repérage du réel. Cette tendance découle du principe du plaisir, cette relativité embryonnaire, qui est à l'origine de nombreuses erreurs d'observation. Conditionnés à compenser certaines variations apparentes liées à un changement de notre attitude par rapport à l'objet que nous observons, nous réalisons souvent cette compensation hors de propos, alors qu'il n'existe que l'illusion des conditions



Figure 22 - L'illusion de Müller-Lyer.

dans lesquelles elle doit s'effectuer. Raisonnons sur un exemple qui s'applique bien aux conditions des mesures physiques, l'illusion de Müller-Lyer. La figure 22 montre que le segment a, de même longueur que le segment b, semble plus court que lui. L'illusion proviendrait d'une fausse impression de perspective causée par les chevrons qui encadrent le segment de droite, impression qui nous inciterait à mettre en oeuvre nos procédés habituels de compensation de la taille apparente des objets en fonction de leur éloignement. Quel que soit le mécanisme (discuté) de l'illusion de Müller-Lyer, elle introduit une erreur systématique chaque fois que l'aiguille d'un appareil de mesure est oblique sur ses graduations, et d'une façon très générale, chaque fois que l'on utilise une courbe de calibrage qui est obligatoirement oblique par rapport aux traits du papier millimétré.

b) Mesures par interpolation

C'est après avoir constaté certaines erreurs systématiques liées au pointé des films servant au calcul des vitesses par tranche par la méthode Carter-Layat, en sismique réflexion, que nous avons entrepris l'étude suivante :

- Erreurs de pointé dans le cas de graduations périodiques nombreuses.

Le pointé des pics de diffraction des rayons X se fait par interpolation entre des traits de repérage angulaire distants de 0,1 degré. La précision demandée à l'opérateur est de 0,01 degré.

Le centième de degré étant pris pour unité, nous avons établi l'histogramme des lectures effectuées par un opérateur.

Centièmes de degré	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Nombre de cas	30	4	10	11	9	16	7	8	14	4	113
Fréquence	26,6	3,5	8,8	9,7	8	14,2	6,2	7,1	12,4	3,5	100 %

Dans des conditions analogues, on constate très généralement que le 0 est l'unité la plus favorisée, suivi de peu par le 5. Les valeurs intermédiaires sont choisies bien moins fréquemment. La courbe moyenne des fréquences des unités relevées par un certain nombre d'individus, est représentée sur la figure 23. Il existe une certaine variabilité individuelle par rapport à cette courbe moyenne ; elle dépend en particulier des préférences de l'opérateur pour tel ou tel chiffre. La fatigue et la mauvaise qualité des documents interprétés laissent plus de latitude à l'opérateur pour exprimer ses préférences et renforcent encore la distorsion de la fréquence des différents résultats comme on le constatera dans l'exemple suivant, qui correspond à un très mauvais enregistrement.

Centièmes de degré	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Nombre de cas	71	0	17	1	0	85	0	3	8	0	185
Fréquence	38,4	0	9,2	0,5	0	46	0	1,6	4,3	0	100

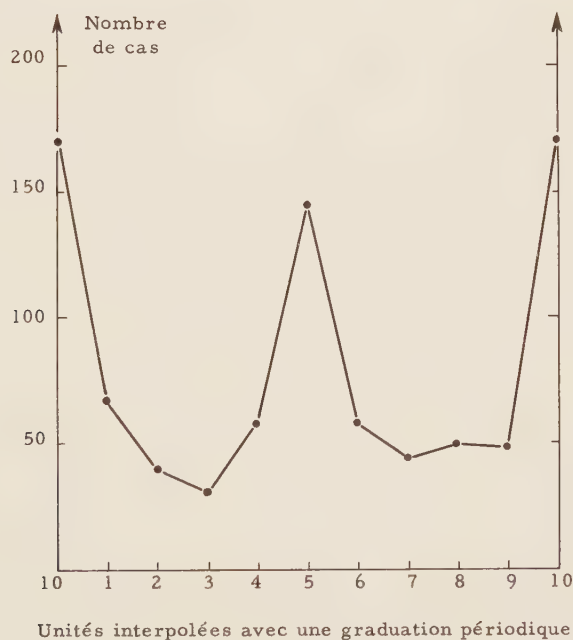


Figure 23 - Distorsion des fréquences observées avec une graduation périodique.

- Graduation non périodique (de zéro à dix).

Dans le cas où il s'agissait seulement de réaliser une interpolation entre 0 et 10, quatre opérateurs différents ont obtenu les résultats suivants :

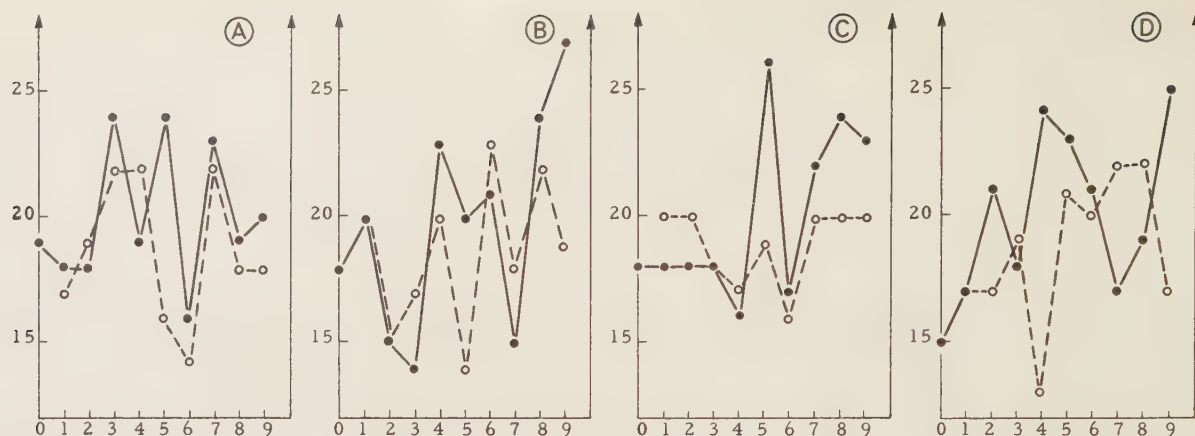


Figure 24 - Distorsion des fréquences observées avec une graduation non périodique.

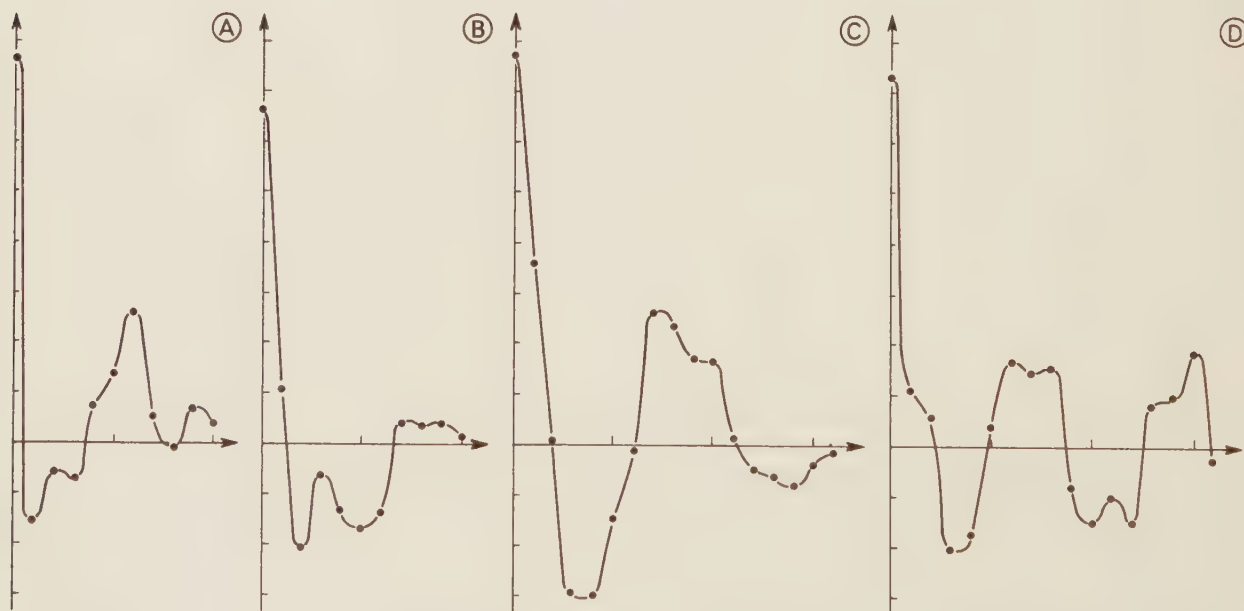
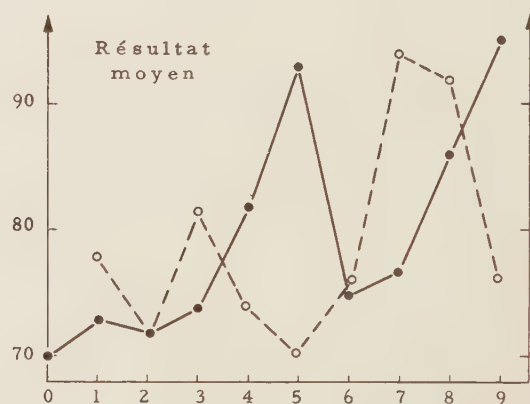


Figure 25 - Autocorrélation d'une série de nombres choisis "au hasard".

Opérateurs	I	II	III	IV	Total	Fréquences
0	19	18	15	18	70	8,76
1	18	18	17	20	73	9,14
2	18	18	21	15	72	9,02
3	24	18	18	14	74	9,26
4	19	16	24	23	82	10,26
5	24	26	23	20	93	11,62
6	16	17	21	21	75	9,39
7	23	22	17	15	77	9,64
8	19	24	19	24	86	10,76
9	20	23	25	27	95	11,9
	200	200	200	197	797	99,75

Les résultats sont reportés sur la figure 24, où l'on peut les comparer avec la fréquence des chiffres choisis librement par les mêmes opérateurs au cours d'une épreuve où on leur demandait d'énoncer au hasard un nombre compris entre 1 et 9 toutes les secondes environ. La différence avec le cas d'une graduation périodique réside évidemment dans le fait que le zéro est devenu une valeur extrême que l'on hésite à avancer et se voit remplacé dans sa fonction dominante par le 8 et le 9. Curieusement, le 1 et le 2 se refusent à jouer un rôle dominant : nous nous rapprochons ainsi des résultats de la docimologie. La contrainte principale, qui détermine l'allure de la courbe des fréquences, est liée au procédé mental d'interpolation que l'on utilise. Elle aboutit à un résultat à peu près constant d'un individu à l'autre, en l'occurrence un excès de 9 et de 8, et une tendance à favoriser les fortes valeurs qui provient peut-être d'une dissymétrie du champ visuel commune à tous les individus (œil directeur). Les écarts personnels à la courbe moyenne traduisent les préférences de l'opérateur pour certains nombres, le 3, le 8, et surtout le 7, traditionnellement bénéfique, étant le plus constamment favorisés. On constate que le premier sujet n'aime pas le 6, que le second évite les nombres impairs, et surtout le 5 qu'il a bien de la peine à laisser devenir dominant, et que le troisième opérateur doit avoir des griefs particuliers contre le 4 et le 6. Quant au dernier sujet, il favorise le 4 lors des pointés qu'il effectue, ce qui est en opposition flagrante avec ses goûts personnels et avec la contrainte liée au procédé d'interpolation. Mais à la suite d'une chute de motocyclette, sa vision a été fortement perturbée, ce qui détermine une contrainte dominante dans les conditions de l'expérience. Tout cela prouve l'importance des impondérables dans le domaine de la plus exacte des sciences.

Accessoirement, nous avons étudié l'autocorrélation des chiffres énoncés librement par les différents sujets soumis à l'épreuve précédente. Les résultats sont reportés sur la figure 25. Pour interpréter ces autocorrélations, on peut admettre que chaque sujet se propose plus ou moins consciemment d'aboutir à une moyenne égale à 5, sur l'ensemble de l'épreuve. Tout se passe comme si le mental était un régulateur se proposant de maintenir une valeur de consigne égale à 5 ; ce régulateur est alimenté par une source, à savoir l'inconscient du sujet soumis au test, qui lui fournit préférentiellement des valeurs égales à 7, 8 ou 3. A un 7 ou un 8 doit succéder une valeur compensatrice inférieure à 5. La position du minimum de l'autocorrélation indique le retard avec lequel se produit la compensation, c'est-à-dire l'inertie du régulateur (qui ne se confond pas tout à fait avec le retentissement caractérologique). On constate chez le premier sujet une compensation immédiate, c'est-à-dire une tendance à la surcompensation, chez le troisième et le quatrième une compensation différée traduisant un degré moyen d'"inertie intellectuelle". Selon le mode de compensation, on obtient soit des séquences plus ou moins longues de chiffres consécutifs, soit des nombres oscillant sans cesse autour de la valeur de consigne. Ces observations ne sont pas sans incidences métrologiques mais elles ont surtout l'intérêt de faire apparaître, à côté du retentissement des représentations qui caractérise un individu, des oscillations rythmiques ressortant plutôt de la psychométrie que de la statistique.

En répétant les épreuves que nous venons de présenter, on constate que l'équation personnelle d'un observateur varie d'un instant à l'autre, en fonction des conditions dans lesquelles il opère, et

surtout de son état de fatigue. Les erreurs personnelles sont loin d'être aléatoires et malheureusement il est bien difficile de les erratiser, car on contrôle mal leurs variations en fonction du temps et en fonction des conditions d'expérience. Pour obtenir une réponse homogène, on aura donc souvent intérêt à substituer un convertisseur analogique-numérique à la lecture des appareils. Des calculateurs portatifs de faible encombrement, qu'il serait facile de construire en partant d'une conception modulaire, et dont il serait souhaitable que les sorties puissent attaquer directement un central de traitement de l'information, constituent certainement la solution de l'avenir en ce qui concerne les observations quantitatives de terrain auxquelles on envisage de faire subir un traitement statistique délicat.

c) Quelques conséquences

Ce qui précède explique pourquoi la seule chose que des études statistiques longues et minutieuses aient permis de déterminer avec certitude, ait parfois été la position du bouton de sensibilité de l'appareil de mesure, l'échelle de la courbe de calibrage, l'identité de l'analyste ou le jour de la semaine pendant lequel les observations ont été effectuées, le lundi matin et le vendredi soir se signalant par des statistiques tout à fait remarquables.

Puisqu'on ne peut faire confiance aux résultats d'une interpolation, ni les corriger, les seuls effectifs que l'on connaisse de façon certaine sont ceux des classes bornées par les graduations de l'appareil de mesure ou du papier sur lequel est reportée la courbe de calibrage. Il en résulte une limitation, en général ignorée, du nombre de degrés de liberté des statistiques que l'on établit. Il ne sert à rien de multiplier les observations si l'on ne dilate pas simultanément l'échelle de lecture et celle de la courbe de calibrage.

3.2. — PREDICTION DE LA CONCENTRATION. STRUCTURATION DE LA CARTE GEOCHIMIQUE. APPLICATION A LA PREVISION METALLOGENIQUE

RESUME DU CHAPITRE 3.2.

Il arrive qu'une certaine structuration se manifeste sur une carte très incomplète, par l'apparition d'invariants géométriques ou statistiques. Un invariant permet, dans le domaine qu'il caractérise, de faire des prévisions à partir des données déjà reportées sur la carte^(*) : ces prévisions découlent de considérations purement structurales, de déductions. Pourtant, tout invariant structural s'explique, en dernier ressort, par l'histoire géologique du domaine qu'il caractérise, par un mécanisme génétique. Si l'on se réfère au modèle génétique qui explique les invariants décelés, on peut également prévoir, de façon plus inductive, ce qui se passe là où l'on ne dispose d'aucune observation.

Nous avons donc analysé la structure de la carte géochimique de façon à distinguer ses composantes élémentaires, caractérisées chacune par un invariant assez simple pour se laisser interpréter de façon relativement évidente par un mécanisme élémentaire. Il nous a paru utile de dégager les composantes suivantes :

Composantes géométriques

Chacune d'elle est traduite par une carte dont l'échelle s'insère dans une hiérarchie, qui est celle des niveaux de structuration des variations de la concentration géochimique. Une application nous amènera à dessiner :

- une carte de tendance dont chaque anomalie a une forme ramassée, et une extension de l'ordre du kilomètre,
- une carte d'anomalie résiduelle, où l'on relève des structures linéaires, distantes d'une centaine de mètres,
- une carte d'anomalies locales s'étendant chacune sur quelques mètres.

^(*) Lorsqu'on note une variation linéaire de la concentration géochimique étudiée, le gradient de variation (invariant) permet de faire des prévisions à partir des résultats que l'on possède.

Une représentation globale résultant de la surimpression des trois cartes considérées serait moins lisible que les trois cartes séparées. En effet, chacune d'elle traduit un mécanisme génétique particulier : on lit sur la carte de tendance la contribution d'un mécanisme se plaçant à l'échelle du kilomètre ; on lit sur la carte d'anomalie résiduelle l'influence des contrôles structuraux ; on lit sur la carte d'anomalies locales l'influence des facteurs pédologiques. Ce sont généralement des préoccupations distinctes qui amènent à s'intéresser à ces trois types d'information : pourquoi les laisser interférer lors de la lecture d'un document ?

D'un autre côté, étant donné les différences marquées qui existent entre les caractères géométriques des diverses cartes que l'on vient d'envisager, on doit souvent les établir l'une après l'autre, en employant sur le terrain des méthodes d'échantillonnage différentes et au centre de calcul des méthodes de représentation mathématiques et graphiques fort différentes. En effet, les méthodes employées doivent être adaptées à la structure particulière du document que l'on cherche à établir, si l'on désire procéder de la façon la plus économique.

Composantes statistiques

La différence entre une concentration observée et la somme des valeurs relevées sur les cartes précédentes au même point, constitue une perturbation que l'on aimerait, pour pouvoir employer la théorie de l'information, avoir le droit de considérer comme un bruit. Mais la distinction entre le signal constitué par la superposition des trois cartes précédentes et la perturbation n'est pas absolue, comme s'il s'agissait d'un signal et d'un bruit provoqués par des causes différentes : selon que le degré de détail de l'étude géochimique permet ou non la représentation géométrique des anomalies locales, celles-ci s'intègrent au signal ou, au contraire, à la perturbation.

On recense les variables aléatoires qui composent la perturbation ; on montre que leur caractères statistiques ont toutes les chances d'aboutir à une perturbation gaussienne. On cherche à distinguer, dans ces variables aléatoires :

- celles qui proviennent de mécanismes géochimiques intéressants. On essaiera de les isoler, car elles peuvent constituer des indices statistiques en métallogénie.

- celles qui proviennent de mécanismes n'ayant aucun intérêt. On se bornera à les réduire ou à leur donner des caractères statistiques permettant de compenser leur influence, car elles ne font que dissimuler les informations significatives que l'on cherche à saisir.

Enfin, l'addition approximative des variances fait qu'il est inutile de dépenser beaucoup pour réduire celles des variables aléatoires sur lesquelles on peut influencer au-dessous d'un niveau fixé par les variances irréductibles.

L'exemple des levés radiométriques

On expose les raisons pratiques qui ont amené à présenter un exemple radiométrique plutôt qu'une étude géochimique. On montre que la détermination progressive de la structure de la carte permet de définir des mailles de travail économique, parce qu'adaptées à cette structure. On montre les économies que l'on réalise en dissociant le problème de la maille d'observation, qui doit être adaptée à la variabilité locale de la concentration, de celui de la maille de représentation, qui doit être adaptée à la forme des figures apparaissant sur la carte.

On présente ensuite une démarche progressive permettant de s'assurer par des essais rapides, et de l'existence, et des grands traits des structures que l'on se propose de cartographier, avant d'employer l'un ou l'autre des procédés mathématiques usuels. Cette démarche permet d'opter pour le procédé le mieux adapté à la structure particulière de la carte que l'on se propose d'établir, d'éliminer les données aberrantes, et de ne pas représenter de structure factice due uniquement au procédé de calcul utilisé.

Après avoir établi les cartes qu'il était possible de réaliser, on regroupe dans une perturbation les écarts dont la représentation géométrique n'a pu rendre compte ; on montre que la perturbation suit une loi de Gauss. On montre comment on peut modifier ses caractères pour la rendre moins gênante en se servant des considérations sur l'attitude et sur la réaction du dispositif de mesure qui ont été développées précédemment (les caractères de la perturbation interviennent lorsqu'on choisit la maille d'observation et lorsqu'on choisit le mode de codification des données).

La disposition des anomalies se situant à un niveau de structuration donné

On donne d'abord des indications sur les méthodes cristallographiques utilisées pour analyser la disposition des anomalies. On présente d'abord la disposition régulière la plus simple que l'on ait rencontrée, car il semble que les cas complexes se laissent réduire à une combinaison de composantes analogues.

On montre sur des exemples concrets que l'on peut parfois déceler un ordre dans la disposition des anomalies géochimiques, qui semblent se répartir le long de directions structurales particulières. On peut donc définir de grands ensembles d'anomalies, constituant chacun une classe de position rattachée à une direction structurale particulière. Le calcul logique permet de définir, à partir de ces grands ensembles, des classes de position beaucoup plus sélectives, regroupant des anomalies que leur position

particulière par rapport aux unités tectoniques valorise ou dévalorise considérablement lorsqu'on s'interroge sur l'opportunité de leur reconnaissance détaillée.

On montre comment les méthodes de prospection peuvent exploiter les invariants géométriques (disposition ordonnée) ou statistiques (effet de trou) qui caractérisent la disposition des indices métallogéniques :

- les prévisions ainsi réalisées peuvent très bien concerner des concentrations minérales qui n'affleurent point.

- nous avons cherché à valoriser les indices en fonction de leur position, pour rendre plus sélectif le choix des anomalies sur lesquelles on concentrera les moyens de reconnaissance détaillée. La concentration tactique des moyens conditionne en effet les chances de découverte.

- une disposition ordonnée des anomalies demande l'adoption d'une maille d'observation très particulière, ou une compensation très élaborée de la variation du pourcentage de détection des anomalies en fonction de la classe de position à laquelle elles appartiennent, si l'on veut faire un bilan correct des résultats obtenus.

3.2.1. - *ROLE DE L'ANALYSE DES STRUCTURES*

3.2.1.1. - PREVISION STRUCTURALE, PREVISION GENETIQUE

a) Supposons qu'une représentation appropriée nous permette de constater une certaine structuration dans un ensemble de données géochimiques. Constater une structuration signifie déceler un certain nombre d'invariants dans la représentation des données : invariants géométriques (par exemple la concentration croît régulièrement d'ouest en est), ou invariants statistiques (par exemple la fréquence des résultats anormaux reste la même dans une partie du domaine étudié).

Une première forme de prévision, purement déductive, structurale, se fonde sur la mise en évidence des invariants et sur la délimitation du domaine qu'ils caractérisent : elle consiste, à l'intérieur de ce domaine, à compléter les données que l'on possède par des données que l'on imagine en respectant la structuration que l'on a constatée. Nous passerons sur la mise en évidence des invariants sur lesquels se fondent les prévisions. Elle n'est souvent possible que moyennant une transformation de la représentation dont on dispose initialement. En géologie, il arrive que l'on pratique des transformations de coordonnées faisant passer du repérage géographique à un système de repérage curviligne ; lorsqu'on dit : "à partir d'une anomalie de la concentration du métal A, on rencontre une anomalie de la concentration du métal B en suivant la normale à la foliation de la formation F, et à peu près à mi-distance entre ses épontes", on se réfère au système de repérage curviligne qui permet d'exprimer le plus simplement possible l'invariant utilisé pour faire des prévisions.

b) La structuration précédente s'explique parfois par l'intervention de mécanismes géologiques connus. Ces mécanismes ne se bornent pas à rendre compte des données dont on dispose : ils permettent aussi d'imaginer ce qui se passe là où l'on ne dispose d'aucune observation. Voilà une autre forme de prévision, inductive et basée sur des considérations historiques, diachroniques. Structure et histoire sont liées : les unités structurales homogènes que l'on a caractérisées par tel ou tel invariant géométrique ou statistique, sont homogènes précisément parce que leurs constituants ont subi la marque d'un mécanisme particulier. Et les caractères de ce mécanisme expliquent les invariants que l'on découvrirait précédemment. Par exemple, la succession ordonnée des anomalies de différents éléments chimiques dans une formation (invariant structural) s'expliquera par un phénomène de migration et de fixation sélective affectant cette formation de façon assez uniforme (mécanisme génétique).

Ce qui précède revient à s'aligner sur les positions de Vistelius, qui distingue deux phases successives dans toute étude de "géologie mathématique". La première, purement descriptive, consiste seulement à trouver une bonne représentation des données dont on dispose. Cette étape est destinée à être dépassée par une phase explicative, consistant à construire des modèles génétiques qui rendent compte des résultats de l'étude descriptive, et s'avèrent plus féconds qu'elle dans le domaine de la prévision. L'étude descriptive prépare d'autant plus efficacement l'étude explicative qu'elle s'attache à décomposer l'objet étudié en composantes structurales découlant vraisemblablement chacune d'un mécanisme génétique distinct. L'étude explicative peut ainsi partir à la recherche d'un modèle génétique simple pour expliquer chaque composante structurale. Au contraire, une représentation synthétique, rendant compte simultanément de toutes les composantes structurales, obligerait l'étude explicative à partir d'emblée à la recherche de mécanismes complexes, superposant plusieurs mécanismes élémentaires. A ce titre, les représentations mathématiques les plus puissantes, comme les fonctions aléatoires, ne sont pas obligatoirement les

plus pratiques pour les géologues. Nous allons donc adopter, pour faire des prévisions sur la carte géochimique, une attitude analytique proche de celle des spécialistes de la prévision économique, qui distinguent la tendance à long terme de l'évolution à moyen et à court terme. Cette attitude nous permettra d'ailleurs peut-être de transposer certaines méthodes de prévision économique dans le domaine de la prévision métallogénique.

Une carte géochimique superpose les composantes suivantes, qui s'expliquent par l'intervention de mécanismes différents :

- La tendance kilométrique est une variation régulière que l'on peut sans doute expliquer, pour reprendre la définition de la tendance... économique, par une "cause agissant en profondeur de façon progressive" (A. Sauvy). A partir des données dont on dispose, on la cartographie en réalisant un lissage, par exemple en employant un polynôme d'approximation.

- En substituant aux données initiales la différence entre les données initiales et le résultat de la régularisation précédente, on obtient une carte de résidus, à partir desquels on peut parfois cartographier une anomalie résiduelle en employant un lissage moins énergique que celui qui a permis de déterminer la tendance. Comme la tendance, mais à une autre échelle, l'anomalie résiduelle est susceptible d'une interprétation géologique.

- En dernier lieu, l'écart existant entre les mesures initiales et la somme de la tendance et de la résiduelle au même point, s'explique en faisant intervenir au moins trois composantes : les variations de concentration à l'échelle du mètre, la variabilité du résultat des analyses avec la disposition de l'échantillon par rapport aux structures centimétriques (effet de grain) et par rapport aux structures métriques ; enfin les erreurs analytiques. D'un point de mesure à l'autre, ces composantes entraînent des variations imprévisibles de la concentration mesurée, et l'on peut les agglomérer dans une perturbation que l'on définit par ses caractères statistiques.

Lorsque ce schéma est valable, on ne voit guère l'intérêt pratique qu'il y aurait à mélanger tendance, résiduelle, et perturbation, dans une formulation synthétique : chaque carte, carte de tendance, ou carte de la résiduelle, a pour le géologue une signification particulière, est associée à une échelle où il sait qu'il doit tenir compte de tel ou tel mécanisme géologique. Quant à la perturbation, une description correcte de ses caractères statistiques permettra, en se basant sur la théorie de l'information, de trouver les méthodes qui aboutiront au tracé le plus économique et le plus fidèle possible des cartes précédentes. Pourquoi mélanger dans la même représentation toutes ces composantes, qui demandent à être traitées séparément ?

3.2.1.2. - COMPOSANTES D'UNE REPRESENTATION

a) Composantes géométriques

On peut considérer les variations régulières d'une concentration géochimique sur le terrain comme la superposition d'un certain nombre de composantes géométriques de niveaux différents. Une surface représentative, c'est-à-dire une carte, décrit la composante qui se rattache à chacun des niveaux considérés. La surface représentant la tendance kilométrique est très régulière : elle représente des variations monotones entre des extrêmes distants de plusieurs centaines de mètres. La surface représentant l'anomalie résiduelle qui se superpose à la tendance kilométrique a des maximums distants de quelques dizaines de mètres seulement ; on peut y distinguer un plus grand nombre d'unités structurales, un plus grand nombre d'anomalies que sur la surface précédente ; de plus, nous verrons au moins un exemple dans lequel le type de structuration des deux surfaces n'est pas le même, les anomalies résiduelles étant des structures cylindriques qui se superposent à des anomalies kilométriques ayant une forme beaucoup plus ramassée. Enfin, il faut tenir compte des variations de concentration à l'échelle du mètre qui se superposent aux deux précédentes, du fait de facteurs géochimiques locaux ; la surface représentant les anomalies métriques est très irrégulière à côté des précédentes.

Chacune des composantes géométriques, chaque carte que nous nous proposons d'établir, est censée représenter la contribution d'un mécanisme différent aux variations de la concentration étudiée. La hiérarchisation des niveaux de structuration correspondant à chacune de ces composantes s'explique par le fait que chacun des mécanismes considérés exerce son influence dans des domaines dont les dimensions se trouvent hiérarchisées, peut-être à cause de la forme d'énergie mise en jeu : un "mécanisme régional" déterminera par exemple les variations décrites par la carte de tendance, des contrôles tectoniques locaux expliquant les variations représentées par l'anomalie résiduelle, des différenciations pédologiques déterminant les variations constatées à l'échelle du mètre.

Il s'agit donc de décomposer les variations régulières de la concentration étudiée en un certain nombre de composantes de niveau différent(*) ; la surface représentant la composante qui se situe à un niveau donné se laisse décomposer en un certain nombre d'unités structurales, que nous appellerons des anomalies, ayant des dimensions du même ordre de grandeur, caractéristique du niveau considéré. Nous essaierons d'aborder l'analyse de la structuration des variations régulières de concentration de façon progressive, sans faire intervenir d'emblée des outils mathématiques risquant de ne pas convenir au type de structuration qui se présente. Nous allons donc essayer :

- de faire intervenir toutes les ressources de la sémiologie graphique pour établir des représentations plaçant l'oeil dans des conditions lui permettant de saisir la structuration des variations de concentration étudiées. Nous aboutirons souvent de cette manière à une définition intuitive des niveaux de structuration, et, pour chaque niveau, à une partition de la surface représentative en anomalies, qui n'auront pas la prétention d'être autre chose que des "bosses" ou des "creux" traduisant une variation monotone de concentration depuis un extrémum, linéaire ou ponctuel.
- de confirmer la décomposition intuitive qui précède par des outils mathématiques permettant d'aborder l'analyse de surfaces représentatives pouvant avoir des structurations fort différentes selon le niveau de structuration où l'on se place. De ce point de vue, la méthode consistant à lisser les résultats étudiés par un filtre linéaire, à calculer les résidus du lissage, à les relisser par un filtre différent, à calculer de nouveaux résidus, etc..., est en général satisfaisante si l'on sait adapter la réponse des filtres utilisés aux caractères géométriques des structures étudiées ; elle nous permettra de définir les caractères propres (extension, forme, orientation) des anomalies rencontrées aux différents niveaux, et de décrire leur mode de répétition.

C'est seulement par la suite que des procédés d'analyse mathématique nous permettront, si le besoin s'en fait sentir, de confirmer objectivement et d'automatiser la définition des niveaux de structuration que nous avons perçus, et la décomposition en unités structurales réalisée à chaque niveau. Ainsi, si l'on s'est assuré que la structure de la surface représentative justifiait son emploi, l'analyse harmonique dégagera des niveaux de structuration correspondant à des domaines de "fréquence spatiale", et permettra un découpage des anomalies à l'intérieur de chaque niveau ; ce cas correspond d'ailleurs aux meilleures conditions d'utilisation de la théorie des filtres linéaires, car on n'a plus qu'à adapter le gain énergétique des filtres aux fréquences trouvées. Si l'on a opté pour un polynôme d'approximation, le degré de ses termes jouera un rôle analogue au rang des harmoniques de la série de Fourier. La réalité des composantes que nous avons perçues se trouvera ainsi confirmée par l'analyse mathématique. Cette confirmation a pourtant moins de valeur à nos yeux qu'une interprétation géologique permettant indiscutablement de les faire découler, chacune, d'un mécanisme connu.

b) Une composante statistique, la perturbation

Les données que l'on a recueillies permettent d'établir une représentation plus ou moins exacte des variations régulières de concentration que l'on voudrait mettre en évidence, par exemple des variations s'expliquant par la tendance kilométrique. Pour chaque point d'observation, on dispose d'une part d'une valeur observée, (ou d'un ensemble de valeurs observées si le résultat des observations présente une certaine variabilité), et d'autre part d'une indication de la concentration qui s'explique par le jeu de la tendance kilométrique, relevée sur la représentation que l'on a établie. Nous appellerons perturbation l'écart (ou l'ensemble d'écarts), existant entre le (ou les) résultats de l'observation et la valeur qui figure sur la représentation.

La perturbation s'explique par les composantes suivantes :

- par l'inexactitude de la représentation de la tendance kilométrique ; cette inexactitude vient de l'insuffisance des données servant à l'établir, et de l'imperfection du modèle utilisé pour la représenter.
- par le fait qu'au point considéré se superpose à la tendance kilométrique une valeur de l'anomalie résiduelle que l'on ne peut pas prévoir exactement, la maille à laquelle on travaille étant trop lâche (dans le cas où elle est adaptée à la représentation de la tendance kilométrique, et pas à celle de la résiduelle). L'autocorrélation de l'anomalie résiduelle peut nous permettre de préciser cette valeur, connaissant les perturbations que l'on a relevées en des points voisins, mais elle restera quand même plus ou moins indéterminée.

 (*) On pourrait se proposer de définir des composantes indépendantes. Mais d'un niveau de structuration à l'autre, les phénomènes géologiques sont bien souvent corrélés entre eux.

- par la valeur de l'anomalie métrique que l'on rencontre au point considéré. On peut supposer cette valeur tirée au hasard selon un mécanisme statistique que l'on décrira en se basant sur les caractères des anomalies métriques, car d'un point de mesure à l'autre les anomalies métriques que l'on rencontre ne sont plus corrélées entre elles.

- par les facteurs dispersifs affectant les mesures, qui sont, rappelons le, des facteurs structuraux (effet de grain et effet lié à la disposition de la prise par rapport aux variations métriques), et des facteurs instrumentaux et humains.

La perturbation se présente ainsi comme la somme d'un assez grand nombre de variables aléatoires que l'on peut rendre indépendantes si elles ne le sont déjà, par les procédés d'erratisation appropriés. Les mécanismes qui leur donnent naissance font qu'elles possèdent toutes une densité de probabilité continue, et une variance comparable, comme nous le montrera un exemple pratique. Pour les trois premières composantes que nous avons envisagées, l'égalité approximative des variances s'explique sans doute par des variations de potentiel chimique conformes à l'équilibre qui s'est instauré entre les différents niveaux de structuration. Que, d'un autre côté, la variance des facteurs dispersifs soit du même ordre de grandeur ne saurait nous surprendre : on ne cherche pas à déterminer avec exactitude un paramètre présentant des variations aléatoires ; on se borne à faire des erreurs compatibles avec la dispersion qu'il présente naturellement. La perturbation se présente donc comme une variable aléatoire qui, du fait du théorème de la limite centrale, a toutes les chances d'être une variable gaussienne, ce que nous allons vérifier dans un exemple concret.

c) Relativité de la séparation des deux composantes

On aboutit ainsi à la combinaison de la représentation géométrique des variations de concentration régulières, prévisibles, qui constituent des anomalies géochimiques, avec la représentation statistique des variations imprévisibles que sont les perturbations. La limite entre les variations de concentration composant les anomalies et celles qui contribuent à causer les perturbations n'est pas intangible : elle se déplace selon la finesse de la maille d'observation et selon le degré de détail, (c'est-à-dire selon le nombre des niveaux de structuration)(*), de la représentation des anomalies. De petites anomalies, dont des observations très rapprochées et une représentation détaillée permettent une représentation géométrique exacte, se présenteront au contraire, si l'on utilise une représentation moins détaillée et une maille plus lâche, comme des variations imprévisibles dont on fera une composante de la perturbation. La variance de la perturbation, que l'on peut souvent considérer comme l'énergie d'un bruit, décroît ainsi avec le nombre de niveaux de structuration que l'on donne à la représentation des anomalies, puisqu'on retranche des composantes à la perturbation en accroissant le degré de détail de la représentation ; la décroissance est à peu près linéaire quand la contribution de chaque niveau de structuration non représenté à la variance de la perturbation est à peu près la même, ce qui correspond aux conditions d'application du théorème de la limite centrale.

3.2.1.3. - QUELQUES RAISONS DE S'INTERESSER A LA PERTURBATION

Le support habituel du raisonnement géologique est constitué par des représentations géométriques ; c'est dire que l'on ne s'intéresse guère qu'aux anomalies, la perturbation constituant un laissé pour compte que l'on cherche à réduire le plus possible avant de le négliger définitivement. Avant de sacrifier à la coutume, nous allons montrer que son étude présente quand même un certain intérêt.

a) Possibilité de définir des indices statistiques en métallogénie

L'analyse des composantes de la perturbation montre que les caractères de certaines d'entre elles risquent d'être influencés de façon sensible par les phénomènes géochimiques auxquels s'intéresse le métallogéniste, pour acquérir ainsi valeur d'indice. Dans le modèle précédent, les composantes de la perturbation influencées par les structures géochimiques sont :

(*) Puisqu'il s'agit d'une représentation, il semble plus logique de parler de niveaux d'articulation que de niveaux de structuration. Mais, d'une part, la notion de niveau de structuration est maintenant familière aux métallogénistes et d'autre part, les anomalies les plus vastes font plus qu'agréger des anomalies plus étroites : elles résultent de leur régularisation.

- le biais résultant d'une mauvaise élimination des variations régulières que l'étude cherchait à saisir au premier chef. Ce biais se présente par exemple lorsqu'on est en présence de variations régulières de concentration passant inaperçues parce que leur amplitude est trop faible, que l'on néglige par conséquent de compenser dans les statistiques que l'on établit.
- la contribution d'une anomalie résiduelle échantillonnée à maille trop lâche pour être représentée avec exactitude.
- la contribution des anomalies métriques, sous la forme du tirage au hasard d'un écart lié à des variations de concentration à l'échelle du mètre.
- la contribution des facteurs dispersifs structuraux, c'est-à-dire la contribution des concentrations microscopiques dans l'effet de grain, et celle des différences d'orientation de la prise par rapport aux structures métriques.

Lorsqu'on part à la recherche d'indices statistiques, le problème consiste en premier lieu à déceler le niveau de structuration le plus affecté par le phénomène dont on veut détecter l'influence : concentrations microscopiques, anomalies métriques, ou anomalies résiduelles ? En second lieu, il faut se demander comment cette influence transparait dans les caractères statistiques de la perturbation : modifie-t-elle sa fonction de répartition, sa variance, sa dissymétrie ou son aplatissement ? Doit-on s'attacher à l'étude de son autocorrélation, si l'on envisage que les caractères de la résiduelle peuvent être les plus significatifs, ou analyser l'homogénéité statistique des perturbations, les ventiler dans des strates constituant des unités structurales continues ou discontinues concordant plus ou moins avec celles qui se dégagent de la représentation géométrique ?

C'est la réponse aux questions précédentes qui permet de définir les caractères statistiques des perturbations pouvant avoir valeur d'indice, qu'il s'agit de dégager de l'influence de composantes sans intérêt, risquant de les dissimuler. C'est dans cette optique que nous avons travaillé, en essayant de dégager de sa gangue l'information encore utilisable contenue dans la statistique des perturbations. Il semble que chaque fois que l'on peut dessiner correctement des variations régulières de concentration, il faille en premier lieu éliminer le biais qu'elles introduisent : pourquoi laisser un facteur que l'on peut traiter séparément dissimuler les caractères statistiques que l'on veut faire apparaître ? D'autre part, il faut pouvoir éliminer tous les facteurs dispersifs n'apportant aucune information utile, ce qui est toujours le cas des dispersions instrumentales. Quand on se borne à étudier des densités de probabilité, on se proposera par exemple de rendre l'influence des facteurs gênants indépendante des écarts que l'on veut étudier, de définir sa densité de probabilité par des essais de reproductibilité, et de l'éliminer par déconvolution.

b) Limitation de la qualité des observations

La qualité des observations n'a pas besoin d'être meilleure que ne le demandent les perturbations. De toutes les composantes de la perturbation, une seule est absolument irréductible sans changer de maille d'observation : c'est l'influence des petites structures échantillonnées à maille trop lâche. Un "nested sampling" consistant à resserrer la maille d'échantillonnage dans de petits domaines judicieusement choisis, permet de donner une représentation correcte de ces petites anomalies et de se rendre compte de leur influence statistique, en particulier de leur contribution à la variance de la perturbation. A partir du moment où elle a atteint l'ordre de grandeur de cette contribution irréductible, il est en général inutile de s'épuiser à abaisser la variance des autres composantes de la perturbation : cela ne changerait guère sa variance totale, le théorème d'addition des variances étant valable en première approximation. Si des méthodes rapides et bon marché permettent d'obtenir des variances ayant l'ordre de grandeur voulu, sans introduire d'erreur systématique, on les adoptera sans hésiter au lieu de "figurer" les observations.

c) Analyse de la perturbation et emploi de la théorie de l'information

Il serait tentant de considérer les cartes précédentes comme la représentation d'un signal que l'on cherche à capter, et la perturbation comme un bruit parasitant ce signal (Allègre). Si l'analyse qui précède montre que l'on peut agir sur les variables aléatoires qui composent la perturbation, de manière à donner à celle-ci les caractères d'un bruit gaussien, l'emploi de la théorie de l'information sera considérablement facilité ; on pourra en effet utiliser les méthodes de filtrage classiques lorsqu'il s'agit de séparer un signal d'un bruit gaussien. Le problème est donc d'établir que la perturbation possède des caractères gaussiens, c'est-à-dire :

- d'établir l'indépendance statistique des valeurs de la perturbation d'un point de mesure à l'autre. Cela demande que la maille, qui doit être assez serrée pour autoriser une bonne représentation des variations que l'on veut saisir, soit quand même assez lâche pour que, d'un point de mesure à l'autre, les variations liées au niveau de structuration inférieur soient indépendantes. Il doit donc exister un hiatus entre les dimensions des anomalies que l'on rencontre aux niveaux considérés, et la maille doit s'insérer dans ce hiatus. Sur le plan pratique, cette remarque conditionne parfois le choix de la maille, particulièrement lorsque les structures que l'on rencontre sont anisotropes. Dans le domaine de l'épistémologie géométrique, elle explique peut-être pourquoi, lorsqu'un choix était possible entre différents niveaux de représentation, nous avons opté pour ceux entre lesquels existait la discontinuité la plus notable.

- d'obtenir une densité de probabilité suivant la loi de Gauss ; nous avons vu que le théorème de la limite centrale explique que, de ce point de vue, on se trouve dans des conditions favorables.

- de vérifier que les moments successifs de la perturbation restent constants dans des domaines différents ; l'analyse de la régionalisation de ces moments montre que la condition est souvent moins bien réalisée que les précédentes, surtout si l'on prend en considération les ensembles discontinus de domaines homologues définis par la géologie structurale.

d) Y a-t-il un mythe de la loi lognormale en géochimie ?

En ne faisant jamais de statistiques sur des valeurs brutes de la concentration, mais seulement sur des perturbations ventilées à l'intérieur de différentes strates, nous n'avons jamais rencontré que des lois normales. Il est vrai que nous n'avons jamais étudié de secteur contenant de concentration géochimique anormale, du moins à notre connaissance. Par contre, nous avons pu ramener plusieurs lois lognormales figurant dans la littérature, et des plus belles, puisqu'elles étaient déterminées à partir d'un nombre de mesures suffisant pour permettre un lissage, à la somme d'une anomalie régionale et d'une perturbation gaussienne. On se demande d'ailleurs ce que signifient la plupart des lois lognormales qui encombrant les publications géochimiques quand on compare la variance des facteurs dispersifs instrumentaux et celle des teneurs in situ (dont on pourrait d'ailleurs atteindre la densité de probabilité par déconvolution si l'on opérait convenablement). On a vu que dans certains cas extrêmes il se pouvait que l'on soit en présence de teneurs in situ pratiquement uniformes, les caractères statistiques des variations de teneur étant déterminés par les erreurs de mesure seules. Personnellement, nous sommes prêts de considérer qu'il n'existe, en géochimie, aucune loi lognormale capable de subir victorieusement l'épreuve de la soustraction des variations systématiques, de la ventilation des résultats à l'intérieur de strates statistiquement homogènes, etc...

3.2.2. - ANALYSE DES COMPOSANTES DES REPRESENTATIONS GEOCHIMIQUES. L'EXEMPLE DES LEVES RADIOMETRIQUES

Les cartes radiométriques traduisent les variations de concentration des éléments radioactifs. On peut donc s'attendre à ce que leur structure soit comparable à celle des cartes géochimiques. Mais le levé radiométrique présente, par rapport à la géochimie classique, quelques avantages qui le rendent particulièrement adapté à une étude méthodologique. D'abord, il fait intervenir des mesures rapides ne demandant aucun prélèvement, ce qui est très intéressant si l'on se propose de faire varier la direction des profils et la densité des observations. Ensuite, il permet d'obtenir sur le terrain même des résultats ayant subi la régularisation que l'on juge nécessaire ; il suffit pour cela d'élever plus ou moins le détecteur au-dessus du sol. Ce sont ces raisons qui nous ont décidé à analyser un levé radiométrique, et pas une carte géochimique classique.

3.2.2.1. - COMMENT DETERMINER LES CONDITIONS DE TRAVAIL

a) Maille d'observation et maille de représentation

Nous postulons d'entrée que les variations de radioactivité à représenter sont des variations régulières s'étendant sur de grandes distances, auxquelles se superposent d'autres varia-

tions régulières d'extension réduite*) dont la maille de représentation ne permet pas de saisir la régularité, et des dispersions imprévisibles. Dans ces conditions, on peut raisonner comme s'il s'agissait de détecter un signal (les variations régulières dont il est question), en présence de bruit ; pour dégrossir le problème de la détection et de la représentation du signal, il est logique de s'intéresser aux propriétés de l'autocorrélation des résultats que l'on obtient en pratiquant un échantillonnage assez lâche, juste suffisant pour représenter les variations régulières que l'on cherche à saisir. L'allure du maximum principal de cette autocorrélation donne une idée de l'extension moyenne des structures qu'il s'agit de représenter, ce qui précise l'orientation et l'espacement que l'on doit donner aux profils d'observation pour obtenir une représentation correcte. D'autre part, la racine carrée de l'amplitude de ce maximum nous donne une idée de l'ordre de grandeur de l'amplitude du signal que l'on veut représenter ; comme on se rend compte à première vue de la variance des perturbations en examinant les résultats, on peut évaluer le nombre de mesures qui seront nécessaires pour aboutir, après lissage, à un résultat assez régulier pour représenter correctement le signal, compte tenu de l'amplitude de ses variations. Il ne s'agit là que d'une indication permettant de savoir rapidement si l'on ne s'attaque pas à un problème insoluble du fait du nombre d'observations qui serait nécessaire. Si l'on veut déterminer correctement les caractères géométriques de la maille d'observation, on doit réaliser un nested sampling, resserrer l'échantillonnage dans des domaines judicieusement choisis, de façon à déterminer le type de corrélation des petites structures contribuant à créer les perturbations, ce qui permet de disposer les points d'observation de façon à obtenir le plus économiquement possible des données ayant la qualité désirée. La différence entre le problème de la maille d'observation et celui de la maille de représentation apparaît clairement quand on envisage de vastes anomalies de très faible amplitude, parasitées par des irrégularités étroites de forte amplitude. On peut alors se tirer d'affaire sans multiplier exagérément les mesures : puisque les courbes isanomales sont régulières, on n'a pas besoin de les déterminer partout, on va les tracer "en pointillé". Pour cela on choisit des petits domaines dans le secteur prospecté, à l'intérieur desquels on fait le nombre de mesures nécessaires pour obtenir un lissage correct, d'où un fragment d'isanomale. On complète la carte d'isanomales par interpolation entre les segments que l'on en connaît. Ce procédé permet d'espacer les observations là où les isanomales sont très régulières (et où chaque mesure ne procure en fait que peu d'information), pour les resserrer aux endroits où leur courbure est forte ; de plus, il a l'avantage de concentrer les observations dans de petits domaines que l'on peut choisir en fonction des conditions de viabilité ou de repérage, ce qui abaisse le prix de revient des observations.

Le fait de bien dissocier le problème de la maille de représentation de celui de la maille d'observation est de nature à abaisser considérablement le prix de revient de la collecte de l'information géochimique ou géophysique. On laisse encore trop souvent des contraintes qui ne devraient intervenir qu'au moment de la représentation des résultats peser sur la façon dont les observations sont disposées sur le terrain, et grever le budget de la collecte d'information. Et en contrepartie, on ne tient pas assez compte de ce que la façon la plus économique de disposer les observations sur le terrain s'obtient en satisfaisant des contraintes qui n'ont rien à voir avec le mécanisme de la représentation que l'on se propose d'établir.

Dans l'exemple radiométrique que nous avons étudié, la maille nous était imposée, du fait qu'il s'agissait d'une prospection tout à fait classique à maille de 25 m. On verra par la suite que cette maille s'avère satisfaisante, en permettant de tracer les variations de la tendance kilométrique qui affecte la radioactivité tout aussi bien que les linéaments des structures résiduelles que la prospection demande de dessiner ; c'est une maille de représentation judicieuse ; on s'est arrangé, en choisissant la hauteur du compteur au-dessus du sol, pour que ce soit également une bonne maille d'observation, compte-tenu des perturbations qui affectent la tendance et la résiduelle.

b) Une approche progressive de la représentation la plus satisfaisante

Certaines méthodes d'analyse mathématique, par exemple l'utilisation d'un polynôme d'approximation de degré assez bas, aboutissent au tracé d'isanomales régulières même dans le cas où

*) Nous allons vérifier la validité de ce postulat. Mais il arrive qu'une différenciation totale fasse que l'on ne se trouve plus en présence de variations régulières d'extension différente s'additionnant les unes aux autres, mais devant des structures résiduelles étroites apparaissant sur un fond régional uniforme avec une densité variable. L'autocorrélation reste très utile pour étudier de telles distributions "d'objets solitaires". Enfin, si l'on veut représenter une zonalité, c'est-à-dire la façon dont se coordonnent les concentrations de deux éléments, et non plus la façon dont s'ordonnent celles d'un élément, on aura recours à des produits de corrélation pour dégrossir le problème des mailles.

les résultats dont on part sont distribués au hasard. Il nous faut donc vérifier que les variations régulières de la radioactivité, que nous prétendons représenter, existent bien réellement, à partir de la représentation la plus honnête possible des résultats.

En partant du levé radiométrique reporté sur la figure 26, nous avons reporté en chaque point de mesure un cercle de surface proportionnelle à la valeur de la radioactivité que l'on y observe. On s'est arrangé pour qu'aux plus fortes valeurs correspondent des cercles tangents, et aux plus faibles valeurs de simples points. Le résultat est significatif parce que la maille est régulière (figure 27) ; lorsque ce n'est pas le cas, on doit faire subir une anamorphose à la carte, c'est-à-dire une distorsion destinée à placer chaque mesure au centre d'un domaine, vide de toute autre mesure, ayant une surface constante, ces domaines couvrant complètement la surface de la carte. On voit sur la représentation ainsi obtenue que la tendance kilométrique régulière que nous prétendons cartographier n'est pas une vue de l'esprit. Allons un peu plus loin, en substituant un lissage par un opérateur linéaire au simple examen visuel de la figure ; l'analogie optique décrite en annexe permet de réaliser ce lissage sans difficulté ; on photographie la représentation à lisser, de façon à obtenir sur un fond opaque des cercles transparents laissant passer une intensité lumineuse proportionnelle à la radioactivité qu'ils représentent ; le créneau de lissage est un diaphragme, ou un système de fentes, que l'on fait varier en même temps que l'on examine le résultat du lissage sur un dépoli, de façon à trouver un créneau assez large pour réaliser une bonne régularisation, et assez étroit pour ne pas introduire une trop forte distorsion. La figure 28 représente le résultat du lissage optique ; on trouvera sur la figure 29 le résultat de la moyenne mobile correspondante, obtenue par un programme de calcul automatique.

Le quadrillage que l'on observe sur le lissage optique vient de ce que celui-ci ne fait pas la moyenne des mesures contenues dans le créneau, mais leur somme. Le quadrillage correspond aux domaines où l'on peut placer le centre de créneaux englobant p , $p + 1$, $p + 2$ mesures, etc... Malgré ce quadrillage, les variations régulières que l'on voulait voir apparaissent un peu comme sur un cliché tramé. On doit observer que les résultats d'un calcul numérique à maille très serrée seraient affectés par le même quadrillage, mais avec des irrégularités moins marquées, puisqu'elles ne correspondent plus qu'à la discontinuité des moyennes, et non des totaux. Il ne faut pas interpréter ces irrégularités, qui ne sont pas significatives, puisqu'elles traduisent seulement le mode d'implantation des points de mesure. On les escamote en rectifiant les courbes isanomales.

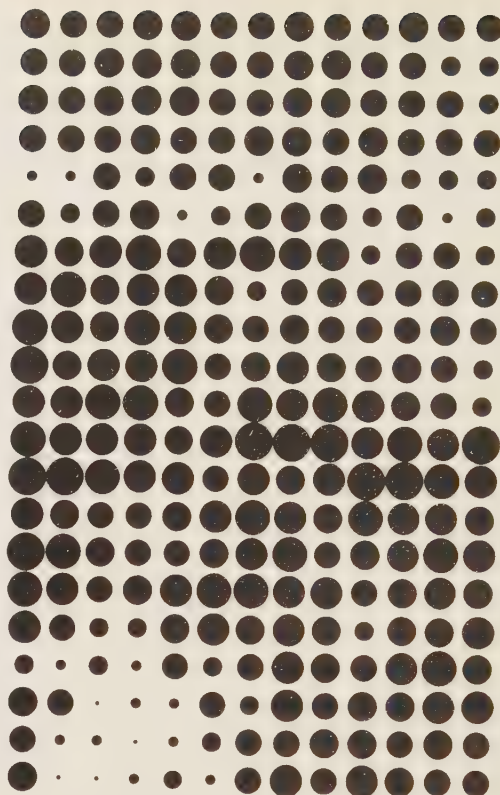
L'examen visuel de la représentation que nous avons établie et la confirmation de ses résultats par un lissage optique nous ont apporté les indications suivantes :

- Il existe bien des variations régulières de radioactivité, et nous sommes en droit de chercher un procédé nous permettant de les cartographier.
- La visualisation grossière de ces variations nous oriente vers la représentation mathématique qui les exprimera le mieux, polynôme d'approximation de degré donné, ou série de Fourier si une certaine symétrie de répétition semble les caractériser. Si nous nous bornons à cartographier les résultats d'un lissage par un opérateur linéaire, le fait d'avoir visualisé grossièrement le résultat que l'on doit obtenir permet de choisir l'opérateur dont la taille et l'orientation par rapport aux structures qui apparaissent sur la carte conduiront à la meilleure régularisation, avec le minimum de distorsion. La validité de ce choix sera confirmée par la comparaison de la "variance résiduelle" à laquelle il conduit avec celle des autres procédés possibles.
- Toute mesure aberrante se traduit, sur le résultat du lissage optique, par une plage trop claire ou trop foncée ayant la forme du créneau de lissage. On peut ainsi éliminer les mesures anormales avant d'entreprendre des calculs. Des solutions de continuité dans la structure de la carte peuvent également se manifester et amener à opter pour une représentation mathématique différente selon le domaine que l'on se propose d'étudier ; dans les deux cas, la visualisation permet de ventiler les données à l'intérieur de différents sous-ensembles : sous-ensemble des données normales et sous-ensemble des données anormales, sous-ensemble caractérisé par la structure A et sous-ensemble caractérisé par la structure B.

3.2.2.2. - REPRESENTATION GEOMETRIQUE DES ANOMALIES ET CALCUL DES PERTURBATIONS

En partant du levé radiométrique dont nous venons de présenter et de visualiser les résultats, nous avons cartographié les anomalies de radioactivité en employant la méthode la plus simple, c'est-à-dire un lissage par moyenne mobile.

27	26	26	27	27	26	26	27	26	26	27	26	26
26	26	27	27	27	26	26	27	26	26	25	25	
27	26	27	27	27	26	26	27	26	25	25	25	
26	26	26	27	26	26	27	26	27	26	26	26	
24	24	26	25	26	26	24	27	25	27	25	25	
26	25	26	27	24	25	26	27	26	25	26	24	25
26	27	28	29	27	28	29	28	28	25	26	26	25
28	29	27	28	28	27	25	26	27	25	26	26	26
29	28	27	29	28	27	26	27	26	25	25	27	26
30	27	28	28	29	26	27	28	27	26	27	26	25
28	28	29	29	27	26	29	28	29	28	27	26	25
29	28	28	28	27	28	30	30	30	28	29	28	30
31	30	29	28	28	26	28	27	28	30	30	29	28
28	27	26	26	27	28	29	28	27	29	28	28	27
30	29	27	26	26	27	28	29	28	27	28	29	28
29	28	26	27	28	29	29	28	28	26	27	28	27
28	26	25	25	27	28	27	28	27	25	27	27	28
25	24	25	24	26	25	26	28	27	26	28	29	27
27	26	23	24	24	26	25	28	26	27	27	28	28
26	24	24	23	24	25	26	26	27	27	26	27	26
27	23	23	24	25	24	26	28	26	28	27	26	26



Figures 26 - 27 - Le levé radiométrique étudié (à gauche) et sa visualisation (à droite).

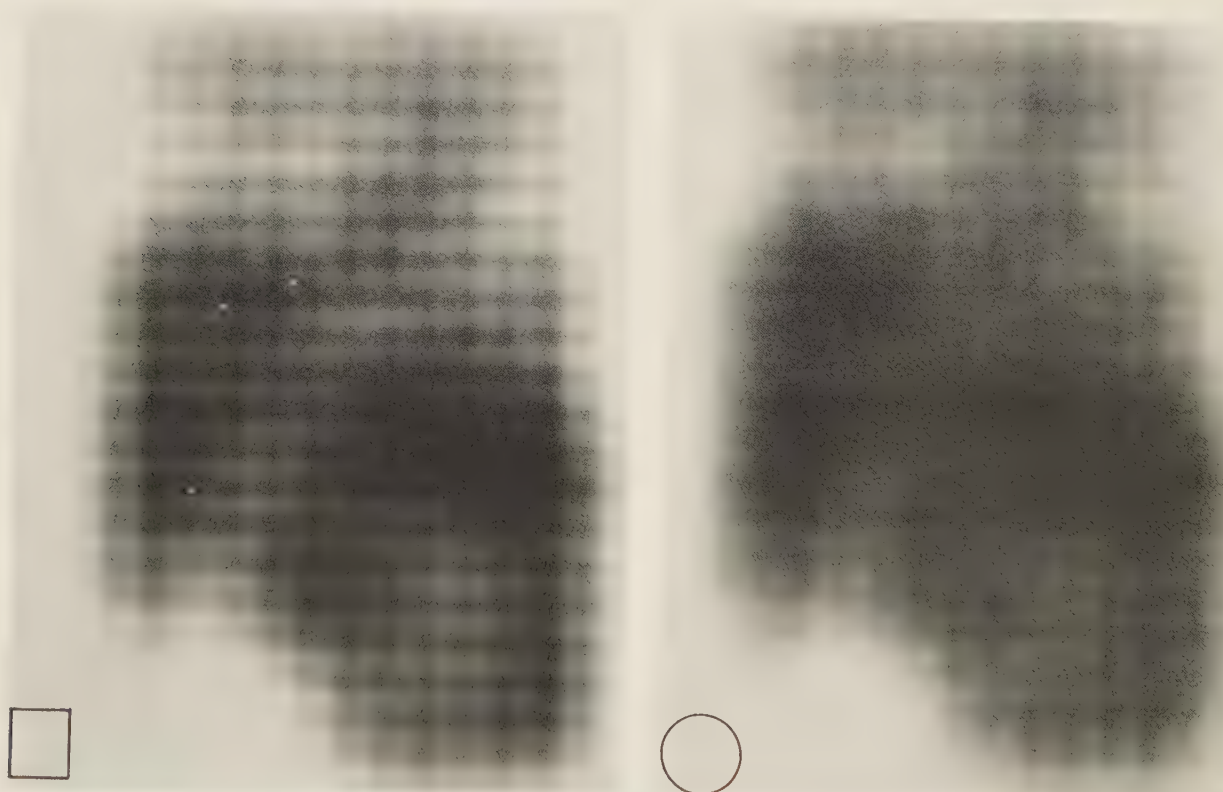


Figure 28 - Lissage optique de la visualisation précédente.

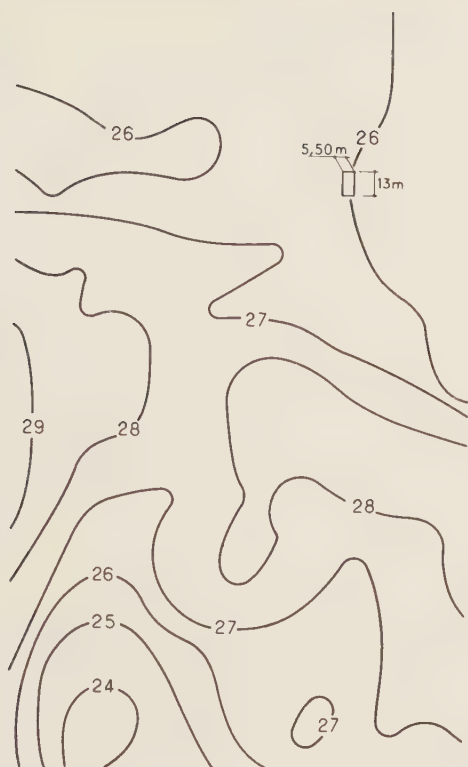


Figure 29 - Moyenne mobile de la radio-activité mesurée.



Figure 30 - Anomalie radiométrique résiduelle.

a) Démarche suivie

Pour établir les cartes d'anomalies se rattachant aux différents niveaux de structuration de la variation de radioactivité, on opère de la façon suivante :

- On fait subir une régularisation par moyenne mobile aux mesures de radioactivité. Cette opération fournit un résultat présentant des variations assez régulières pour pouvoir être représentées par une carte d'is anomalies moyennes (isorades moyennes dans le cas de la radioactivité). Cette carte fournit une représentation de la tendance radiométrique.
- La différence entre la radioactivité observée et le résultat de la moyenne mobile au même point constitue un résidu de lissage. Une représentation adéquate des résidus permet de constater qu'ils présentent des variations régulières (et non corrélées à la tendance), qu'il convient de cartographier.
- On procède alors exactement comme pour la tendance : un opérateur de lissage adapté à la dimension et à l'allongement des structures résiduelles permet de tracer la carte d'anomalie résiduelle comme on avait tracé la carte de la tendance radiométrique.
- La différence entre la radioactivité observée et la somme de la tendance et de la résiduelle au même point fournit les perturbations dont on entreprend l'étude statistique.

Dans l'exemple étudié, la maille ne permet pas de cartographier la résiduelle de façon assez précise pour opérer comme on vient de l'envisager. On s'est donc borné à représenter les zones de résiduelle positive, et on ne s'est pas servi de cette représentation pour calculer les perturbations ; celles-ci représentent seulement la différence entre la radioactivité mesurée et la tendance notée au même point. Les perturbations que nous allons envisager contiennent donc encore l'influence de l'anomalie résiduelle.

b) Résultats

- La tendance radiométrique.

On calcule la moyenne des valeurs observées à l'intérieur d'un carré dont, pour des raisons de commodité, les côtés sont parallèles aux profils de mesures. On emploie de préférence les carrés qui contiennent 3 rangées de 3 mesures, 5 rangées de 5 mesures, 7 rangées de 7 mesures ; de cette façon, le centre du créneau, où l'on reporte la moyenne que l'on a calculée, coïncide avec un point de mesure ; ce procédé simplifie le calcul des résidus de lissage en évitant les interpolations inutiles.

La moyenne mobile doit présenter la continuité justifiant le tracé d'un ensemble d'isorades. Cette continuité apparaît sur la moyenne calculée par un créneau de 9 mesures, se renforce si l'on utilise 25 mesures, mais au prix d'une distorsion plus importante. On s'en tient donc à un carré contenant 9 mesures ; de cette façon on atténue le bruit en divisant approximativement son écart-type par 3, ce qui suffit pour qu'il ne masque plus la continuité des variations du signal.

La moyenne mobile a été calculée par un programme de calcul automatique. Les "isorades moyennes" ont été construites sur la figure 29. On constate leur continuité. La carte d'isorades moyennes décrit la tendance radiométrique à l'échelle du kilomètre.

- L'anomalie résiduelle.

On retranche de la valeur observée en chaque point de mesure la moyenne mobile que l'on a reportée en ce point. On obtient ainsi un ensemble de résidus de lissage. Sur la figure 30, on a tracé le contour des domaines où le résidu est positif. On a construit de cette manière une carte d'anomalie résiduelle traduisant :

- L'influence d'un ensemble de filons et d'accidents tectoniques qui manifestent leur présence par une élévation locale de la radioactivité. Il s'agit de filons de "minette" au sens des prospecteurs, en fait d'une syénite assez banale et peu surmicacée.
- L'influence de la topographie, qui se manifeste par des zones plus ou moins lessivées ainsi que par certaines variations locales de recouvrement. Comme le relief est peu accusé, on ne peut incriminer ni l'effet d'environnement, ni les variations d'intensité du rayonnement cosmique.
- L'influence d'un artefact que nous allons analyser pour l'éliminer.

c) Critique des résultats

On notera que les anomalies résiduelles ne sont nullement le reflet de la structuration de la tendance ; on pouvait pourtant craindre le contraire. En effet, en même temps qu'elle réalise la compensation statistique des perturbations qui l'affectent, la moyenne mobile fait subir une intégration à la tendance : elle ne permet pas de calculer la vraie valeur de la tendance, mais seulement sa valeur moyenne dans le créneau. En conséquence, elle fournit de la tendance une valeur approchée par défaut à l'aplomb de ses maximums, par excès à l'aplomb de ses minimums. Comme les maximums sont généralement plus aigus que les minimums, du fait du mécanisme de la différenciation qui leur donne naissance, cette erreur systématique est plus importante sous les maximums. Il ne serait donc pas étonnant que l'on obtienne des résidus positifs à l'aplomb des maximums de la tendance, négatifs, mais plus faibles, au-dessus des minimums. Nous avons évité cet effet en choisissant, grâce à nos essais préliminaires, un créneau dans lequel la tendance reste sensiblement linéaire. Cela revient à dire que le créneau utilisé est étroit en regard de la dimension des structures que l'on voit apparaître sur la carte de tendance. Mais il doit pourtant contenir un assez grand nombre de structures résiduelles pour que leur régularisation aboutisse à une estimation correcte de la tendance (si cela n'avait pas été le cas, les résultats obtenus auraient varié selon que le créneau était centré sur un maximum ou sur un minimum de la résiduelle, et la tendance n'aurait été que le reflet de celle-ci). Pour que la régularisation soit possible, il fallait de plus que l'amplitude des structures résiduelles ne soit pas trop forte devant celle des variations de la tendance, disons du même ordre de grandeur.

Nous avons donc exploité des conditions favorables à l'emploi de la moyenne mobile, dont les applications sont, malgré sa simplicité et sa souplesse, assez limitées. Récapitulons ces conditions :

- L'extension des structures que l'on voit sur la carte de tendance est considérablement supérieure à celle des structures que l'on rencontre au niveau de structuration inférieur, sur la carte d'anomalie résiduelle.
- L'amplitude des structures résiduelles reste à peu près égale, sinon inférieure à celle des variations de la tendance.

D'autre part, on retrouve ces relations entre les anomalies de deux niveaux de structuration différents quand on passe du niveau résiduel au niveau métrique ; d'un secteur à l'autre le phénomène semble assez général. Il s'expliquerait si l'on admettait que la transformée de Fourier des variations de radioactivité a les caractères d'un "spectre de bandes", avec, d'une bande à l'autre, une variation régulière de "l'énergie". Il serait intéressant de confirmer cette hypothèse structurale, et de lui trouver une explication génétique. Etant donné nos objectifs, nous ne nous y sommes pas attachés, mais nous l'avons adoptée comme hypothèse de travail pour analyser la distribution des anomalies géochimiques ; c'est ce qui explique que nous ayons cherché à mettre en évidence une certaine symétrie de répétition.

En ce qui concerne les artefacts que l'on peut craindre, rappelons que nous avons constaté que le résultat d'une moyenne mobile présentait des discontinuités s'ajustant au quadrillage de la maille d'observation : il convient donc de débarrasser les isorades moyennes des conséquences de ce phénomène. D'un autre côté, toute mesure anormale se traduit par une assez forte anomalie de la moyenne mobile pour tous les créniaux qui la contiennent, c'est-à-dire dans un domaine dont les limites sont parallèles aux limites du créniaux. Il ne s'agit donc pas de prendre les discontinuités qui apparaissent aux limites de ce domaine pour des structures géochimiques(*). L'essai que nous avons pratiqué pour déceler, éventuellement, des mesures anormales, constitue donc une sage précaution.

3.2.2.3. - ÉTUDE DES PERTURBATIONS

a) Structure de la perturbation

Nous avons calculé la différence entre chaque mesure de radioactivité et la valeur que l'on peut noter, au même point, sur la carte de tendance radiométrique. Les composantes d'une perturbation définie de cette manière sont :

- La contribution de l'anomalie résiduelle. On n'a pas pu la soustraire parce que la maille à laquelle on travaillait ne permettait pas de représenter l'anomalie résiduelle de façon suffisamment exacte pour que la valeur à retrancher soit bien définie. La contribution de la résiduelle se présentait donc comme une variable aléatoire dont nous avons préféré faire une composante de la perturbation ; mais nous savons que cette composante prend des valeurs qui restent nettement corrélées d'un point de mesure à l'autre : il suffit d'examiner la carte de résidus positifs que nous avons établie pour s'en convaincre.
- La contribution d'anomalies de radioactivité dont les dimensions sont de l'ordre de quelques mètres. Pour fixer les idées sur cette contribution, on a réalisé un levé radiométrique à la maille de 0,5 m dans le domaine encadré sur la carte de tendance radiométrique. Les figures 31 et 32 représentent respectivement les valeurs observées et le résultat de leur régularisation. On voit qu'il existe des anomalies dont l'extension est voisine de quelques mètres et l'amplitude de l'ordre de $1\mu\text{Rh}$. A maille de 25 m, leur contribution est beaucoup plus imprévisible que celle

(*) On peut réduire cet effet fâcheux en raisonnant sur la transformée de Fourier des structures étudiées et sur le gain énergétique du créniaux. Une simple moyenne mobile apparaît alors comme un filtre détestable, que l'on a tout intérêt à remplacer par une moyenne savamment pondérée en fonction de la structuration de la carte.

de la résiduelle, mais elle reste du même ordre de grandeur. Elles s'expliquent par des variations locales de la concentration dans le sol, et aussi par des variations de recouvrement^(*).

25	27	26	25	25	26	24	26	26	26	26	25
26	27	25	25	26	25	24	25	26	26	25	26
26	26	25	26	26	26	24	25	26	26	27	25
26	26	25	26	25	25	25	25	26	26	25	26
26	26	25	26	25	25	26	25	26	25	26	26
25	25	25	26	25	25	25	24	26	25	26	25
25	25	25	26	25	26	25	24	26	25	26	25
25	26	26	26	25	26	25	24	25	25	26	25
25	26	25	26	25	25	25	25	25	25	25	25
25	26	25	27	26	25	25	25	25	25	25	25
25	26	25	26	27	26	26	25	26	24	25	26
26	26	26	25	26	25	25	25	26	26	25	25
26	26	26	24	25	26	25	25	25	26	25	25
26	26	27	25	26	27	25	25	26	25	26	26
25	25	27	26	26	26	25	25	26	26	26	25
26	26	25	26	26	26	25	26	25	26	25	26
25	26	25	26	26	26	25	25	25	26	25	25
24	25	25	25	26	25	26	26	25	24	26	26
25	26	25	25	25	25	26	26	26	25	25	26
26	26	24	25	25	25	25	26	26	25	26	26
24	26	25	25	26	25	27	25	25	25	27	25
26	26	25	24	26	25	26	26	26	25	27	27
26	26	26	25	26	25	25	25	25	26	26	27
25	26	24	26	25	25	26	26	25	27	26	26
26	26	25	25	26	26	26	25	25	27	26	27
26	26	25	25	25	26	26	25	26	26	26	26
25	27	26	25	26	26	25	25	26	26	25	27



Figure 31(à gauche)- Un exemple de levé des anomalies métriques.

Figure 32 (à droite) - Représentation géométrique des anomalies métriques.

- A côté de la contribution d'anomalies que l'on pourrait cartographier si la maille s'y prêtait, il faut tenir compte de la dispersion des résultats que l'on peut obtenir au même point de mesure. Nous avons distingué d'une part, une dispersion structurale, liée aux variations possibles de la disposition des instruments de mesure par rapport aux structures que l'on peut définir dans l'objet étudié, en distinguant deux effets, l'effet de grain, qui dépend des structures d'extension inférieure à celle du support effectif de la mesure, et l'effet de la disposition de l'appareil par rap-

^(*) L'amplitude de ces anomalies étant très faible, il a fallu faire des mesures minutieuses, avec une méthode de compensation des dérives assez élaborée, et en tirant au hasard l'ordre des mesures. On comprend qu'il n'était pas question de cartographier ainsi des structures parfaitement inintéressantes du point de vue pratique, dans de vastes domaines. Nous ne pouvions donc pas vérifier l'hypothèse faite sur leur transformée de Fourier. La tendance n'a peut-être pas beaucoup plus d'intérêt pratique, et l'on peut se poser des questions sur l'uniformité de la distribution de ses maximums. Cela explique que ce soit au niveau de structuration correspondant à l'anomalie résiduelle que nous nous soyons, par la suite, particulièrement intéressé.

port aux figures plus vastes que le suppôt effectif, d'autre part une dispersion instrumentale et personnelle. Cette analyse s'applique bien dans le cas qui nous intéresse : certains facteurs, ne serait-ce que la forme du détecteur, font que la réponse impulsionnelle de l'appareil est en général loin d'être isotrope. Les mesures varient selon la façon dont on oriente le détecteur par rapport aux petites anomalies de radioactivité qui influent sur le résultat (effet de grain), et selon la façon dont un suppôt effectif allongé ou capricieux s'insère entre des isorades moyennes plus ou moins courbées. On peut espérer tirer quelques informations utiles des caractères statistiques des dispersions structurales. Par contre, la contribution des facteurs instrumentaux et humains n'apporte aucune information géochimique ; il faut donc, dans la mesure du possible, lui donner les caractères nécessaires pour qu'on puisse la compenser. Les méthodes de routine utilisées pour établir les levés que nous étudions ici ne permettraient malheureusement pas de donner aux dispersions instrumentales les caractères voulus pour qu'on puisse les compenser par déconvolution, ni de déterminer les densités de probabilité qui les décrivent. Nous ne pratiquerons donc pas la déconvolution qui aurait pu nous permettre de dégager la seule densité de probabilité-terrain susceptible de contenir de l'information géochimique.

Mais lorsqu'on n'est pas obligé, comme c'était le cas ici, de rechercher le maximum de rendement possible dans l'exécution des mesures, des essais de reproductibilité appropriés permettent d'évaluer globalement la densité de probabilité qui caractérise la combinaison de tous les facteurs dispersifs. Il suffit d'implanter au centre du secteur étudié un profil ayant la même direction que les profils réels, le même ensoleillement moyen, etc... où l'on repère soigneusement des points de mesure, et que l'on parcourt dans les deux sens un certain nombre de fois dans la journée. A la fin de la campagne, l'étude des écarts par rapport aux valeurs moyennes observées sur ces profils permet d'évaluer d'un seul coup la densité de probabilité recherchée, sans distinguer le rôle respectif des différents facteurs dispersifs (pour diverses raisons pratiques, il vaut mieux, ici, se référer à un profil qu'à un point unique pris comme base, comme on le fait en gravimétrie). Les documents étudiés ont été réalisés sans que l'on recoure à un profil de référence, ce qui interdit l'élimination des facteurs dispersifs. De plus, le relevé des radioactivités a été fortement influencé par des facteurs psychologiques qu'il serait préférable d'éliminer : le prospecteur reporte sur la carte une sorte de moyenne des valeurs qu'il a observées entre deux points de mesure. L'intégration ainsi réalisée est subjective, ce qui revient à dire qu'elle échappe à tout contrôle. Pour l'éviter, il vaudrait mieux réaliser les plans compteurs en reportant sur la carte un nombre de chocs totalisé automatiquement pendant un intervalle de temps bien défini. L'emploi d'un convertisseur analogique-numérique à la place d'une estimation visuelle de la mesure se justifierait d'ailleurs dans le cadre d'études statistiques demandant que l'on élimine toutes les causes d'erreurs non homogènes et impossibles à erratiser, comme c'est malheureusement le cas des erreurs humaines.

b) Caractères statistiques des perturbations

- Densité de probabilité.

Le tableau regroupe les données statistiques que nous avons recueillies. Les perturbations s'ajustent fort bien à une loi normale comme le prouve le test de la droite de Henry (figure 33 B). L'écart-type est de 0,84 μ Rh. Mais il faut remarquer que, quelle que soit la distribution réelle des composantes de la perturbation, on risque d'obtenir une loi normale si la dispersion instrumentale est gaussienne et caractérisée par une variance élevée. En effet, si, en comparaison, la densité de probabilité des autres composantes est étroite, le produit de convolution des densités de probabilité aboutira à un résultat sensiblement gaussien. Dans l'exemple traité ce n'est pas le cas : la carte d'anomalie résiduelle et le plan à maille de 50 centimètres montrent que les composantes non instrumentales sont loin d'être négligeables devant la variance totale des perturbations. La distribution réelle de la composante "géométrique" de la perturbation est donc voisine d'une distribution normale (elle peut tout aussi bien être lognormale mais peu dissymétrique). C'est tout ce que nous pouvons en dire puisque, n'ayant pas fait les essais de reproductibilité nécessaires, nous ne pouvons réaliser la déconvolution qui permettrait d'en donner une expression non distordue.

On constatera que la fréquence des valeurs obtenues par lissage (qui donnent naissance à l'anomalie régionale) s'ajuste parfaitement à une loi normale par le test de la droite de Henry (figure 33 A). Par curiosité, nous avons pratiqué le test du χ^2 , qui est satisfaisant. Comme la carte montre que les variations de la grandeur considérée n'ont rien d'aléatoire, on constate les dangers de "l'ajustomanie". On pourrait croire que notre loi normale a été obtenue par un découpage laborieux du domaine contenant les données étudiées ; il n'en est rien, le phénomène s'est produit naturellement et se reproduit généralement. Il tient sans doute à la forme exponentielle des équations régissant la dispersion des éléments chimiques dans le sous-sol.

- Autocorrélation.

On a calculé la valeur moyenne de $p(x_i - u, y_i - v)$. $p(x_i, y_i)$ pour les valeurs de u, v correspondant aux translations qui caractérisent la maille d'observation. Le calcul se complique si l'implantation des mesures n'est pas régulière. Il suffit alors en général de la régulariser en rattachant chaque résultat au noeud le plus proche d'un réseau régulier doué des équidistances convenables. Comme les maximums de la résiduelle sont positifs et ses minimums négatifs, l'autocorrélation présente des maximums pour les vecteurs u, v reliant en moyenne deux maximums ou deux minimums, et des minimums pour les vecteurs u, v qui relient des extremums de signe opposé. On met ainsi en évidence la taille moyenne des anomalies résiduelles, ce qui peut s'avérer intéressant si elles n'apparaissent pas nettement sur la carte.

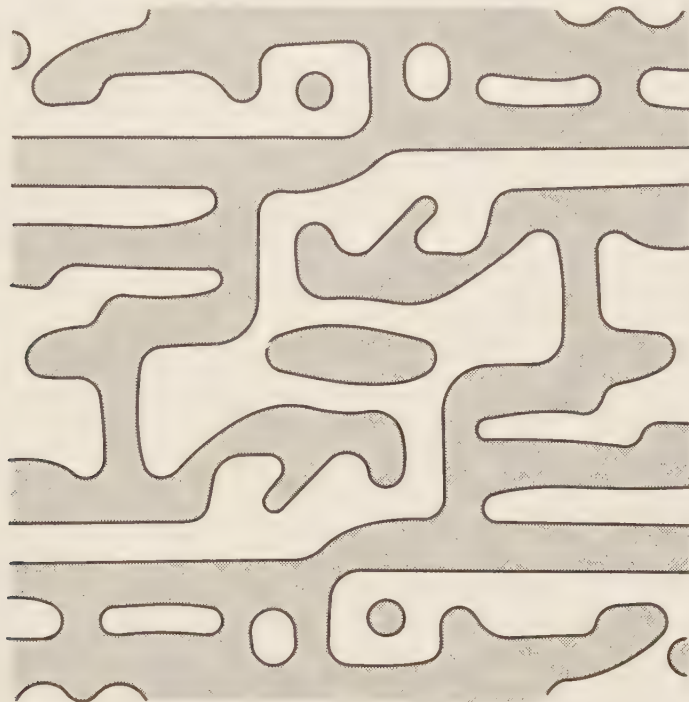


Figure 34 - Autocorrélation des perturbations.

La figure 34 représente les domaines où l'autocorrélation est positive. Les valeurs de l'autocorrélation sont très faibles, les perturbations étant faibles et assez peu corrélées entre elles, mais on ne peut pourtant pas considérer leur autocorrélation comme stationnaire, car on observe nettement des domaines dans lesquels elle est tantôt positive, tantôt négative. L'orientation E-W de ces domaines est évidemment en rapport avec la structure de la carte d'anomalie résiduelle. Elle peut partiellement s'expliquer par des considérations géologiques. Mais d'autres facteurs interviennent : comme elle coïncide avec le sens de parcours des profils par le prospecteur, il est fort possible que la corrélation qui se manifeste provienne dans une certaine mesure de l'erreur systématique liée à la dérive instrumentale ; en effet, le calibrage de l'appareil est effectué avec une périodicité approximative, et entre deux calibrages la dérive se produit toujours dans le même sens. A cet effet peut se superposer l'influence, variable selon le sens de parcours du profil, de la composante H du champ magnétique terrestre sur la focalisation des électrons dans le photomultiplicateur. D'autre part, on doit tenir compte de la direction des limites du créneau de lissage, qui a abouti à un filtrage sélectif des composantes E-W et N-S de la résiduelle. Nous constatons à nouveau ce que la carte d'anomalie résiduelle nous avait déjà appris, à savoir que le bruit constitué par notre perturbation n'est pas, en toute rigueur, un bruit gaussien, sa corrélation n'étant pas tout à fait microscopique. Nous ne pouvons donc pas conduire l'élaboration de la carte de tendance comme s'il s'agissait de détecter un signal en présence d'un bruit gaussien.

L'étude au voisinage de l'origine, de l'autocorrélation d'un résidu de régularisation, nous a apporté des renseignements sur les petites structures des variations de radioactivité. Par

contre, on peut montrer que les variations au voisinage de l'origine de l'autocorrélation des résultats bruts peuvent être grandement affectées par une variation brutale de la tendance aux limites du domaine contenant les valeurs étudiées. Etant donné les phénomènes de bordure existant en géochimie et le "cadrage" habituel des levés que l'on pratique, on doit se méfier des covariogrammes réalisés indépendamment de toute régularisation.

3.2.2.4. - CONCLUSIONS

Nous avons démontré l'efficacité des concepts que nous avons dégagés, en faisant apparaître deux niveaux de structuration géométrique des variations de radioactivité et en réalisant la carte qui les caractérise : carte de tendance et carte d'anomalie résiduelle ; en faisant apparaître une perturbation aléatoire, dont nous avons analysé les composantes, de façon à pouvoir agir sur ses caractères statistiques pour les adapter au but particulier que l'on poursuit ; en montrant que la notion de suppôt effectif correspond bien à une nécessité lorsqu'il s'agit d'analyser la dispersion liée à la variabilité de l'attitude du dispositif d'observation.

En ce qui concerne la carte de tendance radiométrique, on notera qu'elle est reproductible, indépendamment de l'implantation du réseau de mesures, avec un facteur de précision de $0,3\mu\text{Rh}$. Si l'on s'était attaché à cartographier l'anomalie résiduelle, on aurait encore abaissé le facteur de précision. Dans la surface étudiée (prise à l'intérieur d'un secteur stérile) on peut donc prévoir avec une grande précision la valeur moyenne de la radioactivité dans un domaine donné.

L'uranium est un élément soluble, se prêtant à une homogénéisation par lessivage qui fait de ses teneurs moyennes des paramètres présentant volontiers des variations régulières. D'autre part, une mesure de radioactivité intègre l'influence de toutes les concentrations uranifères contenues dans un domaine très étendu en regard du volume habituel des échantillons géochimiques. Il est donc normal que les variations de la radioactivité soient plus régulières que celles de la concentration d'autres éléments que l'uranium. Une généralisation hâtive des résultats obtenus en prospection radiométrique risquerait donc d'être abusive. Il nous semble pourtant que l'on adopte trop souvent une représentation purement statistique des variations d'une concentration géochimique sans avoir suffisamment analysé la structure de ces variations. On croit se trouver en présence de variations aléatoires parce qu'on ne travaille pas à la bonne maille, ou parce qu'on étudie des moyennes définies à l'intérieur de domaines dont les dimensions ne sont pas appropriées. Une bonne analyse des composantes structurales des variations de la grandeur étudiée, s'appuyant sur un nested sampling, permettrait d'aboutir à des représentations géométriques plus satisfaisantes pour l'esprit du géologue moyen que les statistiques dont regorge la littérature géochimique.

3.2.3. - DISPOSITION DES ANOMALIES GEOCHIMIQUES ET DES GITES MINERAUX

3.2.3.1. - UTILISATION DE L'AUTOCORRELATION

a) Principe

Quels que soient les objets dont nous voulions étudier la disposition (gisements, anomalies radiométriques, indices métallogéniques, etc...) nous les avons réduits à leur barycentre représenté, sur la carte, par un cercle noir de diamètre invariable. La disposition des barycentres a été analysée grâce à son autocorrélation, que l'on a calculée en se servant du procédé de calcul par analogie optique décrit en annexe. Sur le résultat du calcul analogique, le fait de rencontrer en un point une tache, ou un groupement de taches noires, traduit une forte autocorrélation, et correspond à une probabilité anormalement élevée de rencontrer un objet, lorsqu'on se place, par rapport à l'un quelconque des objets figurant sur la carte, dans la position relative qui est celle du point considéré par rapport à l'origine de l'autocorrélation. Une rangée noire passant par l'origine de l'autocorrélation traduit donc un groupement des objets en rangées parallèles, et en indique la direction, qui est en général une direction tectonique. Lorsqu'elle s'intègre dans un système de rangées parallèles et équidistantes, on est en présence de rangées parallèles d'objets, assez régulièrement espacées. Mais l'apparition de rangées sur l'autocorrélation ne traduit pas obligatoirement un groupement des objets en rangées ; elle signifie seulement que les objets se situent sur des droites parallèles assez régulièrement es-

pacées, où l'on peut ne rencontrer qu'un objet au plus. Dans ce cas, qui semble assez fréquent en métallogénie, peut-être à cause d'un effet d'exclusion entre les anomalies pouvant saturer un même "piège", il n'existe pas de rangée passant par l'origine de l'autocorrélation.

b) Lisibilité des documents

Pour déceler les rangées, on examine l'autocorrélation sous un angle rasant. On peut aussi la lisser à l'appareil de Robertson, en employant comme opérateur de lissage une fente de direction variable. Lorsque la direction de la fente coïncide avec celle d'un des systèmes de rangées, on obtient le résultat que l'on peut observer sur la figure 35. On n'éprouve alors aucune difficulté pour déterminer avec précision la direction et l'écartement moyen des rangées du système considéré. Lorsqu'il n'y a pas coïncidence de direction, on obtient un résultat nettement différent (fig. 36). Mais généralement, l'examen visuel s'avère suffisant. La lisibilité des documents que l'on obtient dépend de plusieurs facteurs. D'abord du réglage de l'appareil (exactitude des rapports entre grandissements et parallélisme des droites homologues sur les deux négatifs utilisés) ; de la qualité des négatifs dont on se sert, en particulier de l'opacité de leur fond noir. Ensuite, du choix de la taille des cercles représentant les objets ; des figurés trop larges introduisent un lissage indésirable du résultat de l'autocorrélation (l'opérateur de lissage est le carré de corrélation du cercle représentant un objet) ; par contre des figurés trop fins augmentent le temps de pose, et surtout, ils risquent d'entraîner un phénomène de diffusion qui se traduirait également par un lissage du résultat de l'autocorrélation. On détermine les meilleures conditions instrumentales en tenant compte de ces considérations, de l'écartement moyen des objets à l'intérieur des groupements, et de l'écartement moyen des groupements. Généralement, le résultat que l'on obtient ainsi n'est pas lisible à la distance normale de lecture ; on doit le photographier et, à partir du négatif que l'on obtient, chercher les grandissements les plus satisfaisants sous l'agrandisseur. Un grandissement se traduisant par une trop faible densité des taches ne permettrait pas de saisir les rangées à la distance normale de lecture ; il faudrait s'éloigner à plusieurs mètres du cliché, pour éviter que l'oeil extrapole à tort la direction des petits segments parallèles sur lesquels s'alignent des couples ou des multiplets de taches voisines. Au cours de la lecture de l'autocorrélation, on ne doit tenir compte que des groupements bien marqués au voisinage de l'origine (sans cependant écarter la possibilité d'un "effet de trou", que nous envisagerons par la suite). Il ne faut pas se laisser influencer par des pseudo alignements n'apparaissant que sur les bords du cliché, dans un domaine où les résultats ne sont plus significatifs, ce qui explique que nous ayons éliminé les bords de l'autocorrélation. D'autre part, on remplacera avantageusement par un figuré unique les petits groupements que l'on rencontre sur la carte. Ils risqueraient en effet de donner naissance, sur l'autocorrélation, à des figures plus sombres que l'oeil percevrait sélectivement, et qui pourraient masquer les groupements significatifs.

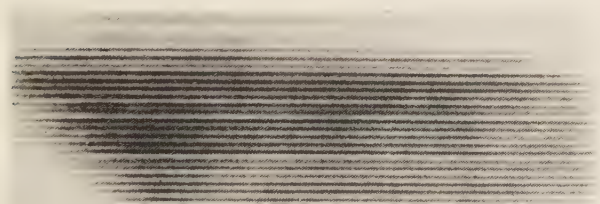


Figure 35 (ci-dessus) - Lissage optique des rangées de l'autocorrélation.

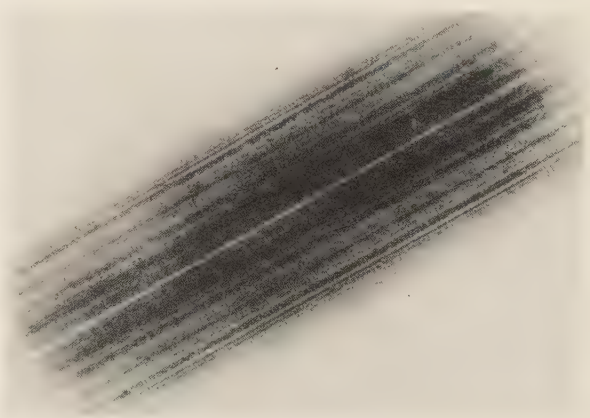


Figure 36 (à droite) - Contre-épreuve réalisée avec la même fente, mal orientée.

Il nous a fallu plusieurs centaines d'expériences portant sur différents types de distributions naturelles d'objets (textures, gisements, anomalies géochimiques, inclusions, défauts cristallins, etc...), sur des modèles aléatoires, partiellement ordonnés et ordonnés, en utilisant des figurés de taille et de densité variables, pour avoir une idée de la valeur et des limites de l'étude de l'autocorrélation dans les différents problèmes que nous abordions grâce à elle.

c) Présentation des résultats

On trouvera l'une au-dessous de l'autre la carte représentant la distribution des objets étudiés, et les résultats du calcul de son carré de corrélation dans différents domaines, qui ont été encadrés.

Sur le document traduisant les résultats fournis par le calcul analogique, chaque résultat a été placé, avec l'orientation convenable, dans le domaine qu'il caractérise. Des limitations pratiques de format font que l'on ne possède que la partie centrale de l'autocorrélation dont la périphérie ne présente pratiquement jamais d'intérêt.

Le résultat d'un calcul d'autocorrélation s'étend, si on le présente à la même échelle que la carte, dans un domaine dont les dimensions linéaires sont le double de celles du domaine qu'il caractérise sur la carte. Les résultats reportés à l'intérieur des domaines encadrés sont donc bien à l'échelle de la carte, malgré les apparences^(*).

La direction et l'espacement moyen des groupements linéaires qui se manifestent sur les autocorrélations sont donc transposables, sans aucune modification, sur la carte de la distribution des objets. Sur les clichés obtenus par analogie optique, la tache noire centrale entoure l'origine des coordonnées ; le noircissement observé en un point est, en principe, proportionnel à la valeur qu'y présente l'autocorrélation.

d) Critique des résultats

Artefacts possibles :

On prouve facilement, en les reportant sur la carte, que les groupements linéaires existent bel et bien sur la carte. Mais certaines erreurs graphiques peuvent avoir créé, sur la carte, un ordre qui n'existait pas sur le terrain. L'utilisation d'un réseau de repérage pour évaluer la position d'un point ou pour le situer sur un document, fait apparaître des groupements parallèles aux directions de ses rangées. Nous avons pu le constater sur des exemples pratiques où l'autocorrélation faisait apparaître le quadrillage géographique.

Ces groupements se répètent avec une périodicité sous-multiple de celle du réseau utilisé, mais il faut noter les points suivants :

- Quand l'artefact se manifeste, il est omniprésent. Or, dans les cas étudiés, à côté de domaines où l'on voit apparaître de beaux alignements, il en existe où l'on constate un désordre à peu près complet.

- On peut estimer l'orientation des groupements au degré près : on verra que dans nos exemples elle ne correspond presque jamais à la direction des coordonnées géographiques, ni à celles des coordonnées Lambert, ce qui devrait être le cas si l'on était en présence de l'artefact considéré.

- On vérifiera que l'écart entre groupements ne s'exprime par un nombre simple, ni en centimètres sur la carte, ni en kilomètres sur le terrain, contrairement à ce qui devrait se produire en cas d'artefact.

On peut aussi imaginer qu'en disposant les figurés sur la carte de façon à ce qu'ils n'empiètent pas l'un sur l'autre, on crée un ordre périodique analogue à celui qui se manifeste lorsqu'on empile des objets de taille comparable. Mais on a cherché à éviter cet effet en centrant correctement chaque figuré. De plus, si l'on se réfère à des modèles d'empilement, par exemple à ceux qui représentent la disposition des molécules dans un liquide (Guinier, 1956, p. 444-451), on sait que l'on devrait observer un certain nombre d'auréoles concentriques au voisinage de l'origine du carré de corrélation et ce n'est pas le cas. La "compacité de l'empilement" des figurés est d'ailleurs tout à fait insuffisante, sur le document original, pour que le phénomène puisse se produire.

Enfin, on a opté pour le procédé analogique qui vient d'être présenté parce qu'il ne fait pas intervenir de transformation de Fourier. Il ne risque donc pas d'introduire de rangées parasites, dues au phénomène de Gibbs, comme on peut le craindre si l'on emploie la transformation de Fourier pour analyser la disposition des anomalies.

Il ne suffit pas d'écarter l'hypothèse d'un artefact et de montrer que les groupements linéaires que l'on a décrits existent bel et bien sur le terrain. On doit aussi se demander s'ils sont significatifs. Cela ne veut pas dire que, dans le cas où le nombre des gisements étudiés est faible, et où la probabilité pour que les groupements que l'on observe soient dus à un simple hasard n'est pas négligeable, on doive obligatoirement refuser d'examiner des groupements qui peuvent être significatifs sous prétexte qu'ils coexistent avec d'autres, qui ne le sont sans doute pas : des groupements dont la signification statistique est discutable ne traduisent pas tous l'influence de facteurs structuraux, mais certains d'entre eux le font quand même.

^(*) Si la carte est au 1/500.000e, le plan d'assemblage est au 1/250.000e entre les domaines encadrés, mais l'échelle reste le 1/500.000e à l'intérieur de ces domaines. Avec l'appareil qui a été utilisé, l'autocorrélation est à l'échelle du négatif situé contre le diffuseur. (Si l'on emploie un appareil à lentilles, l'autocorrélation est à l'échelle des négatifs identiques dont on se sert). En comparant la distance entre deux points facilement repérables, sur le négatif en question d_n , et sur la carte d_c , on obtient le grandissement du négatif par rapport à la carte : dn/dc . Pour ramener le résultat de l'autocorrélation à l'échelle de la carte, il suffit donc d'y repérer deux points, de noter leur distance D_n et d'en réaliser un tirage où les points en question seront séparés par une distance D' telle que $\frac{D'}{D_n} = \frac{dc}{dn}$.

Pour avoir une idée de la signification statistique des groupements, on peut employer le test consistant à répartir les objets dont on étudie la distribution en deux sous-ensembles que l'on étudie séparément. On ne retient que les groupements se manifestant dans les deux cas avec les mêmes caractères ; comme il peut exister une corrélation entre l'appartenance d'un gîte à un système de rangées et tel ou tel de ses caractères propres, on ne doit pas choisir les gisements que l'on incorpore à l'un ou à l'autre des sous-ensembles précédents en fonction de leurs caractères : le test risquerait d'être négatif dans le cas le plus intéressant, celui où un type de minéralisation donné s'aligne sélectivement sur une direction tectonique bien définie.

En dehors des arguments statistiques, les données géologiques permettant de sélectionner les alignements qui sont significatifs ne nous ont point manquées : concordance avec une direction structurale, concordance de la direction des filons avec celle de leurs alignements, compatibilité du groupe de symétrie des alignements avec celui qui se dégage des levés structuraux, données géophysiques, etc...

En dernier lieu, il ne faut pas oublier que la carte sur laquelle on travaille ne représente pas l'ensemble des concentrations minérales, mais seulement celles qui ont pu être découvertes. La découverte est un échantillonnage sélectif qui favorise incontestablement les gîtes occupant une situation géographique particulière, le long des cours d'eau ou le long des voies de communication. Même si la distribution des concentrations minérales était tout à fait désordonnée, il serait normal que, sur la carte métallogénique, l'on observe des groupements de gîtes traduisant un ordre géographique lié au mécanisme de la découverte. Pour cette raison, la discussion de la signification statistique des groupements est quelque peu académique, pour ne pas dire oiseuse. Nous avons calculé l'autocorrélation du réseau hydrographique dans le district étudié. Elle fait apparaître seulement l'influence dominante des faisceaux NE-SW et NW-SE décrits par Chaillou. Il semble bien, par conséquent, que les groupements que nous avons observés ne traduisent pas seulement l'influence de la géographie locale.

D'ailleurs, le rôle particulier que semblent jouer les intersections d'alignements, l'apparente sélectivité des minéralisations selon le système considéré et la relation qui semble exister entre l'importance d'un gîte et son appartenance à un alignement, constituent des arguments permettant de penser que les groupements que l'on peut mettre en évidence ont bien une signification géologique.

3.2.3.2. - ETUDE DE CAS

La figure 37, relative à une distribution d'anomalies radiométriques, donne un bon exemple de la disposition d'anomalies géochimiques la plus simple, et la plus facile à mettre en évidence en se servant de l'autocorrélation (on pourra également se reporter à la figure 40 D).

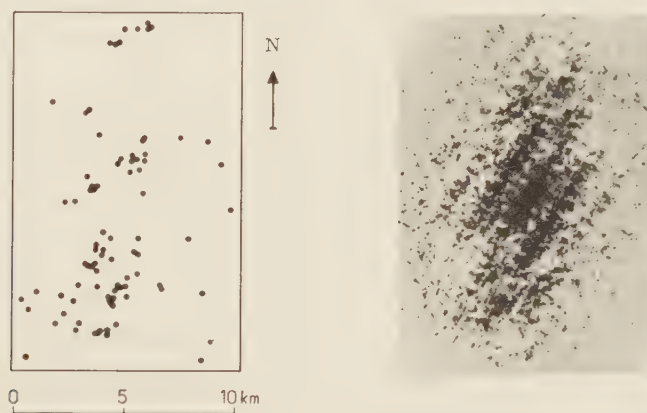


Figure 37 - Carte d'anomalies radiométriques et son autocorrélation.

Ce type de disposition caractérise sans doute un phénomène métallogénique élémentaire, et un secteur dont les directions structurales restent invariantes. Nous allons, dans ce qui suit, envisager des exemples moins simples, où les directions structurales varient, où plusieurs phénomènes interfèrent, ce qui a pour conséquence de voiler la structuration qui apparaît ici nettement sur l'autocorrélation. L'analyse des exemples qui vont suivre se ramènera à distinguer plusieurs composants analogues à celle que nous allons étudier maintenant :

Pour la figure 37, on observe des groupements N 25°E de grande extension et d'écartement relativement important (1,5 km environ), à l'intérieur desquels les indices ne sont pas à proprement parler alignés. En effet, à peu près perpendiculairement à l'axe de ces groupements, on trouve de courts chapelets d'anomalies assez rigoureusement alignées ; ces chapelets constituent le système N 120°E, qui apparaît sur l'autocorrélation avec un espacement moyen plus faible (environ 0,7 km). Ce type de disposition est assez constant, ainsi que l'ordre de grandeur des espacements moyens. Lorsqu'on observe des rangées serrées sur l'autocorrélation, il est toujours bon de s'assurer en tournant le cliché qu'il n'existe pas, à 90°, un ordre à grande distance (et vice versa).

Ces deux systèmes de rangées conjuguées correspondent vraisemblablement à des directions tectoniques conjuguées ayant joué chacune un rôle particulier lors de la migration et lors de la fixation de l'élément que l'on étudie : "chenaux" conjugués avec des "pièges", ou directions conjuguées ayant joué un rôle dans la réouverture de caisses filoniennes.

Les anomalies situées sur le premier système de groupement possèdent un caractère de position particulier ; elles font partie d'une classe de position que nous appellerons α_1 . Nous dirons de la même manière que celles qui appartiennent au deuxième système d'alignement sont des anomalies $\alpha_2^{(*)}$. Chacune des composantes structurales simples que nous allons essayer d'isoler lors de l'étude de cas complexes regroupe des anomalies disposées comme dans le système α : ce sont des anomalies α_1 ou α_2 , en d'autre terme des anomalies appartenant à la réunion des classes α_1 et α_2 . Cette réunion constitue la classe de position $\alpha_1 \cup \alpha_2$. Soit maintenant une deuxième composante structurale, $\beta_1 \cup \beta_2$. Si, comme le suppose Mayo, les intersections du système tectonique α et du système β ont joué un rôle actif dans les phénomènes métallogéniques, nous verrons apparaître des gisements $(\alpha_1 \cup \alpha_2) \cap (\beta_1 \cup \beta_2)$. Dans ces conditions, l'autocorrélation restera assez lisible, mais ce n'est plus le cas si l'on se trouve en présence d'indices $(\alpha_1 \cup \alpha_2) \cup (\beta_1 \cup \beta_2)$ pouvant, par exemple, caractériser des anomalies de fuite.

Il semble, comme on va le voir, que le nombre de systèmes tectoniques ayant joué un rôle dans la localisation des gisements est moins grand que celui des systèmes dont on peut déceler l'influence en analysant une carte d'indices métallogéniques tenant compte des indices les plus minimes. Cela peut s'expliquer, si l'on admet qu'un certain nombre de directions structurales n'étaient pas propices à la mise en place d'un gisement mais peuvent avoir joué un rôle dans le phénomène métallogénique, avant, pendant, ou après sa phase majeure. Paradoxalement, la position d'un gisement est peut-être plus facile à prévoir que celle d'une petite concentration. Mais lorsqu'on examine les lacunes isolées des réseaux structuraux on s'aperçoit, hélas, que la carte des gisements a été beaucoup mieux remplie par les prospecteurs que celle des petites concentrations.

Les domaines à l'intérieur desquels la disposition des anomalies est assez uniforme pour que l'autocorrélation suffise à la mettre en évidence ont quelques centaines de kilomètres carrés, au mieux, dans les exemples que nous avons étudiés. On remarquera que nous n'avons pas fait intervenir la troisième dimension de l'espace, mais on peut se demander s'il n'existe pas une surface porteuse de minéralisation, ici trop enfouie pour être décelée, trop érodée ailleurs. En fait, le problème se pose différemment selon le niveau de structuration que l'on envisage : la disposition des petites anomalies est uniforme, comme si les phénomènes qui leur ont donné naissance collaient à la surface topographique. La disposition des indices importants semble, au contraire, très lacunaire, par plages. Cette différence entre le type de disposition des anomalies aux

 (*) Bien entendu, il faudrait évaluer de façon plus souple que par 1 ou 0 la valeur de vérité de la proposition : "se rattacher à telle classe de position". Pour ce faire, nous travaillons actuellement à définir des poids entiers variant de 0 à 10 ; ils permettront de chiffrer les caractères de position des différentes anomalies. Ces poids seront combinés avec la valeur des caractères propres des anomalies dans une analyse factorielle, et ensuite, dans l'argument d'une fonction permettant d'évaluer l'intérêt des anomalies, pour sélectionner celles qui donneront lieu à une prospection détaillée.

différents niveaux de structuration apparaît également si l'on s'attache à mettre en évidence l'effet de trou (Serra, 1967). L'effet de trou traduit une baisse de la probabilité de trouver un nouvel indice au voisinage d'un indice connu. Il se manifeste, sur nos autocorrélations, par un cerne clair entourant la tache à l'origine. Or, s'il se manifeste en général entre des indices importants, il disparaît lorsqu'on étudie des cartes où figurent toutes les anomalies, mêmes les plus petites. Nous mettons actuellement au point un programme de calcul automatique destiné à déterminer le seuil à partir duquel se manifeste l'effet de trou, en éliminant progressivement les indices les moins importants.

a) Disposition des anomalies radiométriques relevées lors d'une prospection

Une publication ultérieure présentera les résultats relatifs à la disposition des anomalies radiométriques dans le batholite de Mortagne. Les résultats sont tout à fait comparables à ceux que nous allons maintenant présenter, tant en ce qui concerne le mode de disposition des anomalies, qu'en ce qui concerne leur écartement ; mais ils sont sans doute plus significatifs, car l'ordre qui caractérise la disposition des anomalies radiométriques est parfois assez strict. On savait d'ailleurs déjà, et F.V. Tchoukhrov nous l'a rappelé, que des contrôles structuraux analogues à ceux que nous allons décrire peuvent être mis en évidence, pour l'uranium, mais à une autre échelle (Khidakov, 1962).

b) Distribution des gisements du district de Brioude-Massiac

Dans une publication précédente (Leymarie, 1968) nous avons montré que les gisements du district de Brioude-Massiac se groupent autour de rangées N 06° E, séparées par un intervalle moyen de 3,9 km et autour de rangées N 161° E dont l'écartement variable reste voisin de 3,6 km (figure 38). Comme on peut dessiner sur la carte les groupements linéaires dont il est question (figure 39), on voit qu'ils existent bel et bien sur la carte. Ils ne doivent rien à un artefact lié à l'appareil de Robertson ; on rencontre 52 gisements sur 62 dans les zones hachurées qui entourent les rangées N 161° E, et 46 gisements sur 62 à moins de 0,9 km des rangées N 06° E, alors que l'on devrait seulement y rencontrer la moitié de l'effectif total, soit 31 gîtes, s'il n'y avait pas de groupement. Pourtant, cela ne veut pas dire que les groupements observés sur la carte soient significatifs, ni même qu'ils existent bien sur le terrain.

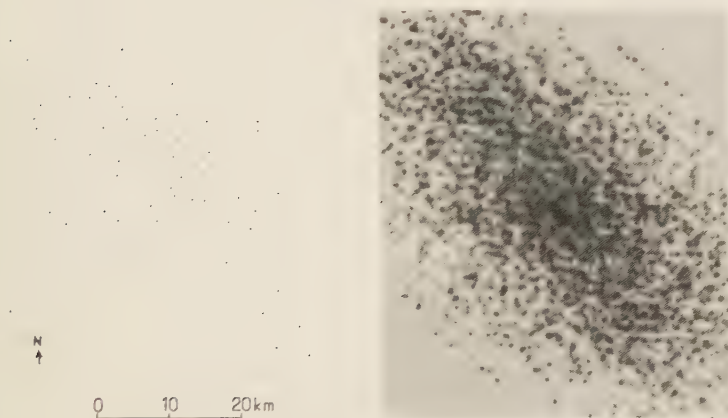


Figure 38 - Carte des gisements du district de Brioude-Massiac et son autocorrélation.

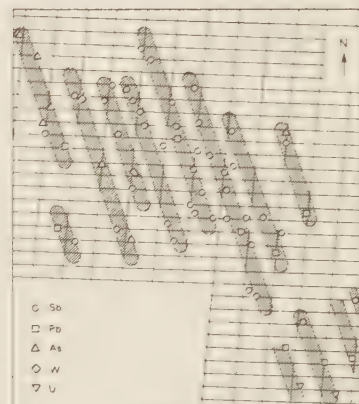


Figure 39 - Report des rangées sur la carte des gisements.

Les gisements ne sont pas rigoureusement alignés : selon le système de rangées que l'on considère, ils s'écartent plus ou moins des droites autour desquelles ils se groupent. On peut expliquer les écarts par les erreurs de report, par l'indétermination liée à l'adoption d'un figuré ponctuel pour représenter un gisement d'une certaine étendue, et surtout par le fait que la minéralisation peut s'être déplacée dans des structures "croiseuses" recoupant l'accident tectonique ou

l'axe structural qui est probablement à l'origine de la rangée, pour se fixer à une certaine distance de lui. D'autre part, l'écartement des rangées est plus ou moins régulier selon le système d'alignements que l'on considère. Le plus souvent, la disposition des alignements de gisements ne présente qu'un ordre à courte distance, la régularité de l'espacement des rangées étant affectée par des perturbations qui s'additionnent de proche en proche. Mais si nous examinons les rangées N 92° E qui ont été tracées sur la carte, nous constatons que leur disposition témoigne d'un véritable ordre à grande distance ; la régularité de l'espacement des rangées (1,6 km environ) est affectée par des imperfections qui ne s'accumulent pas de proche en proche et que l'on peut se représenter comme un léger déplacement affectant la position d'une rangée théorique appartenant à un réseau de droite équidistante. Dans ces conditions, on peut craindre un artefact dû aux arrondis involontaires que l'on opère lorsqu'on utilise un réseau de report pour pointer les gisements sur la carte. (Cet effet est analogue à l'effet d'interpolation que nous avons analysé dans la deuxième partie de l'étude).

En dehors des rangées que nous venons de décrire, on observe également dans le secteur de Massiac des rangées N 101° E dont l'espacement, assez irrégulier, reste voisin de 2 kilomètres. Toutes les directions relevées peuvent s'interpréter par l'influence de la tectonique locale (Sabate, 1960 ; Chaillou, 1967). On peut aussi rechercher les directions homologues dans les secteurs voisins. A titre indicatif, on observe des alignements N 160° E assez régulièrement espacés dans le secteur de Pontgibaud ; leur écartement est de l'ordre de 8 km. On peut également y observer des alignements N 18° E dont l'écartement moyen est voisin de 11 km. Dans le district des Brugeauds, on retrouve des alignements N 18° E ainsi que des alignements N 100° E, l'espacement étant suffisant dans les deux cas pour que l'on ne craigne pas l'influence des erreurs graphiques. Enfin, dans le district des Brugeauds, on rencontre aussi des groupements N 78° E dont l'espacement très régulier, du moins à courte distance, reste voisin de 1,5 km.

On risque de multiplier considérablement le nombre des systèmes de rangées si l'on définit comme nouvel alignement tout trajet en zigzag empruntant des fragments de rangées qui appartiennent à deux systèmes différents. Nous avons toujours simplifié au maximum la description des groupements linéaires en essayant de les ramener au plus petit nombre possible de systèmes fondamentaux.

c) Indices métallogéniques du district de Brioude-Massiac

La figure 40 traduit les résultats relatifs à une carte d'indices obligeamment mise à notre disposition par J.J. Perichaud. Les groupements inventoriés dans le tableau suivant ont été reportés sur la carte (figure 41). Dans une publication ultérieure, J.J. Perichaud abordera l'interprétation métallogénique des alignements observés, en particulier de ceux qui coïncident avec la direction des filons.

- Groupements à grande distance, en rangées subpériodiques.

Il faut se placer assez loin du cliché de façon à ce que l'oeil fasse abstraction du grain constitué par les taches pour ne voir que des plages plus ou moins foncées. On pourra s'exercer en observant les rangées N 60° E qui apparaissent sur le résultat relatif au domaine D. (Elles sont nettes car elles traduisent une structuration assez évidente sur la carte). S'étant familiarisé avec l'échelle d'observation, on examinera alors les rangées N 90 qui apparaissent sur l'autocorrélation relative au domaine B.

Direction Domaine	N 06	N 40	N 60	N 92	N 120	N 160
A		d = 1650 m 4 rangées		(d = 2100 m ? 3 rangées)	d = 1800 m 3 rangées	
B				(d = 1600 m ? 4 rangées)		
C	d = 2400 m 4 rangées	d = 1650 m 5 rangées		d = 3100 m 3 rangées		(d = 2700 m 2 rangées?)
D			d = 3000 m 3 rangées			



Figure 40 - Carte des indices du district de Brioude-Massiac et son autocorrélation.



Figure 41 - Report des rangées sur la carte d'indices.

- Alignements apériodiques à grande distance.

Dans le domaine C : alignement N 100° E d'écartement voisin de 2 000 m.

- Alignements à courte distance (parfois subpériodiques).

Un examen plus détaillé, tenant parfois compte de la structure du grain, amènera la découverte des alignements suivants, dont l'écartement moyen est de l'ordre de quelques centaines de mètres :

Direction Domaine	N 06	N 25	N 65	N 78	N 110	N 160
A		N 28		N 78		
B	N 06	N 23	N 62		N 108	
C			N 65			
D					N 105	N 155

On peut essayer d'organiser les résultats obtenus en systèmes congrués (N 06 - N 92 et N 25 - N 110 par exemple). Mais on constate que la même direction apparaît souvent comme une direction de groupements à grande distance et comme une direction d'alignements à courte distance : on peut se demander si l'on ne se trouve pas en présence de structures assez rapprochées dont l'enrichissement est "modulé" avec une périodicité multiple de leur espacement moyen.

3.2.3.3. - APPLICATION A LA PROSPECTION

a) Evaluation de l'intérêt des anomalies. Concentration tactique des moyens de reconnaissance géologique

Si on a la chance de voir se préciser une structuration analogue à celle que nous avons rencontrée(*) à mesure que l'on découvre de nouvelles anomalies, on peut songer à l'exploiter en deux temps :

- La sélection des domaines favorables à la découverte de nouvelles anomalies, en fonction de l'ordre qui caractérise leur disposition, peut permettre, si on le désire, la concentration des moyens de reconnaissance rapide dans les domaines favorables.

- On concentrera mieux les moyens de reconnaissance détaillée sur les anomalies les plus riches de promesses, en faisant intervenir des caractères de position valorisant une anomalie (être située sur un système particulier, être exactement sur une rangée) ou qui la dévalorisent (en cas d'effet de trou, être au voisinage d'un gros indice ; ou encore être éloignée d'une rangée intéressante).

Nous n'insisterons pas sur l'intérêt qu'il y a à concentrer les moyens de reconnaissance là où les chances de succès sont les plus grandes : on sait que, placé en présence d'une concentration minérale, on a d'autant plus de chances de la découvrir que les investissements que l'on consent sont grands, ce qui demande que l'on concentre les moyens de reconnaissance là où il le faut. Nous essayons donc de nous acheminer vers la situation du joueur qui, en présence d'un adversaire inintelligent(**), peut proportionner sa mise à son espérance mathématique de gain. Pour avoir une idée de la concentration des moyens que l'on peut atteindre, revenons au district de Brioude-Massiac :

En le délimitant par le contour qui lui donne la plus faible surface possible, on définit une aire de 1 090 km². Dans cette aire, on rencontre 28 intersections de rangées N 06° E avec une rangée N 161° E. Les parallélogrammes de 1/2 écartement N 06° E sur 1/2 écartement N 161° E qui entourent ces intersections représentent une surface totale de 224 km², soit 21 % de la surface du district. Sur 28 parallélogrammes, 26 sont occupés par au moins un gisement. Au total ils contiennent 43 gîtes sur 62, c'est-à-dire que la densité des gisements y est plus de 8 fois plus forte que dans les 79 % restants de la surface du secteur, qui ne contiennent que 19 gisements.

(*) Nous n'avons pas abordé l'étude de la zonalité, par "cross-correlation", mais elle permettrait sans doute de préciser considérablement les prévisions que l'on va envisager de faire.

(**) Il ne s'agit pas d'un jeu de stratégie dans lequel la nature "essaierait de nous faire perdre".

Il semble donc qu'il existe des domaines nettement favorables, que l'on pourrait peut-être préciser en tenant compte d'autres alignements. D'autre part, à l'intérieur des 224 km² précédents, l'effet de trou permet de considérer comme domaines défavorables des parallélogrammes de 7,5 km² entourant les gîtes connus. Cette observation restreint considérablement les zones favorables. (Les parallélogrammes d'exclusion s'étendant à l'extérieur des domaines favorables, on ne s'étonnera pas que la surface à exclure à cause de l'effet de trou soit supérieure à 224 km²). Une application nous a permis de tester la validité de ce genre de prévisions : les indices intéressants dont on ne nous avait pas indiqué la position, lorsqu'on nous avait donné à étudier la disposition d'un ensemble d'anomalies radiométriques, se groupent bien, en grande majorité, dans les domaines restreints qui entourent les rangées que nous avons tracées. Cette observation est rassurante, car nous avons vu qu'il pourrait exister deux types de dispositions différentes, l'un pour les anomalies sans intérêt, l'autre pour les anomalies intéressantes.

b) Retour sur le problème de la maille. Pourcentage de détection des diverses classes d'anomalies

On notera d'abord que l'on a en général le tort d'adapter la maille des observations aux seuls caractères propres des anomalies sans se soucier des caractères de leur disposition (ceci tout simplement parce qu'on les ignore). Nous allons constater les dangers que présente cette façon de procéder en étudiant la manière dont on peut déduire les caractères de l'ensemble des anomalies présentes dans le domaine étudié, des caractères de l'ensemble de celles que l'on a détectées. En effet, les anomalies détectées lors d'une prospection à maille régulière ne constituent pas une image fidèle de l'ensemble des anomalies existant en réalité dans le secteur prospecté. Plaçons-nous dans le cas simple où les anomalies sont distribuées au hasard et ne présentent pas d'orientation préférentielle et supposons de plus que la maille soit grande devant leurs dimensions, de façon à ce que chacune d'elles soit détectée par une seule observation. Ayant défini par les méthodes classiques le seuil d'anomalie de la variable que l'on observe, classons les anomalies selon leur surface. La classe de rang i contient des anomalies dont la surface est comprise entre s_i et $s_i + \Delta s_i$; soit n_i son effectif et s_m la surface de la maille. On détectera en moyenne $\frac{n_i \cdot s_i}{s_m}$ anomalies appartenant à cette classe, ce qui correspond à un "pourcentage de récupération" de $\frac{s_i}{s_m} \cdot 100$. Ce raisonnement montre que le pourcentage de récupération des anomalies d'une classe donnée est fonction de leur surface. Pour corriger l'effectif des classes d'anomalies que l'on établit, il suffirait de le multiplier par $\frac{s_m}{100 \cdot s_i}$.

Envisageons maintenant des anomalies distribuées au hasard, mais de taille, de forme et d'orientation bien définies. Soient par exemple des anomalies elliptiques ayant même surface et même aplatissement et dont le grand axe reste parallèle à une direction donnée. Pour une maille de forme donnée, un rectangle de côtés a et c par exemple, trois paramètres déterminent le pourcentage de récupération des anomalies considérées : l'angle θ que font les profils avec la direction d'allongement des anomalies, le rapport c/a et la valeur de a . A densité de mesure donnée, le meilleur dispositif de mesure est caractérisé par l'angle θ et le rapport c/a qui optimisent comme on le désire le pourcentage d'anomalies détectées.

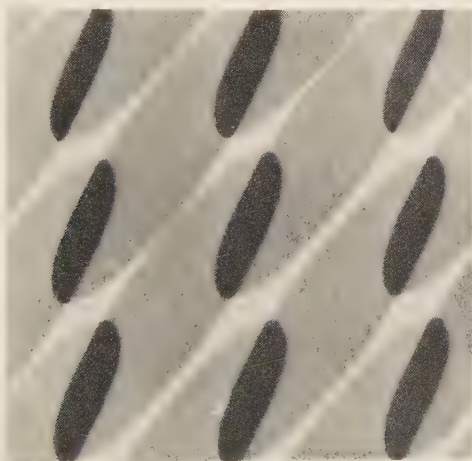


Figure 42 - Etude de l'adaptation de la maille à la forme des objets, par analogie optique.

Seront reconnues en un point seulement les anomalies dont le centre tombe dans une ellipse identique à celle qui décrit leur forme et centrée sur un point du réseau de mesure, par deux points celles dont le centre tombe dans deux ellipses à la fois, ce qui demande que les ellipses centrées sur deux points différents du réseau se recouvrent, par p points les anomalies dont le centre tombe dans un domaine caractérisé par le recouvrement de p ellipses. Cette remarque permet de résoudre le problème par analogie optique : on répète périodiquement l'ellipse à l'appareil de Robertson, en utilisant en deuxième objet un réseau de points représentant l'implantation des points de mesure, et on observe les recouvrements qui se produisent (figure 42). Sur le document que l'on obtient, la surface relative des zones à triple recouvrement chiffre la probabilité de détecter une anomalie par trois points avec le réseau de mesure que l'on utilise, celle des zones à double recouvrement la probabilité de les détecter par deux points, etc... En fait, comme le résultat est périodique, il suffit de mesurer la surface relative des différents recouvrements à l'intérieur d'une maille élémentaire. En général, on cherche à réduire le plus possible

le nombre d'anomalies que l'on ne détecte pas du tout, c'est-à-dire à éliminer la surface claire qui subsiste, en faisant varier θ et c/a . Mais on peut aussi chercher à obtenir un résultat qui soit peu sensible à une variation de l'orientation ou de l'allongement des indices, ou qui constitue un compromis acceptable pour plusieurs ensembles d'anomalies correspondant à différentes directions structurales.

En opérant de cette manière, on constate que si les profils perpendiculaires aux structures assurent un bon pourcentage de récupération lorsque la largeur et la longueur de la maille sont proches de celles des anomalies, il n'en est plus de même quand l'aplatissement de la maille diffère beaucoup de celui des anomalies. Dans ces conditions, il vaut mieux incliner les profils par rapport aux directions d'allongement des anomalies, en suivant les indications fournies par l'analogie optique. (Ces indications sont de nature à perturber quelque peu le confort intellectuel des prospecteurs). Mais les problèmes concrets sont extrêmement compliqués, du fait qu'ils mettent en cause plusieurs classes d'anomalies se distinguant par leurs caractères propres et surtout, nous venons de le montrer, par des caractères de position découlant d'une distribution ordonnée, à courte et à grande distance. On doit alors tenir compte de ce que les événements correspondant à l'apparition d'une anomalie en un point de mesure, et en ses voisins, ne constituent plus un système d'événements indépendants ; si l'on choisit certaines directions de profils, on ne manque pas les anomalies isolément, mais par rangées entières. Les raisonnements simplistes que nous venons de développer ne suffisent plus, et l'on doit constituer une représentation perfectionnée pour décrire la distribution des anomalies. On peut alors déterminer la maille optimale d'une prospection détaillée et corriger la distorsion que l'échantillonnage à maille fait subir à la fréquence des anomalies présentes dans le secteur étudié.

Nous restons parfaitement sceptiques devant les bilans géochimiques qui totalisent les quantités concentrées dans un ensemble d'anomalies, sans tenir compte de la distorsion que l'échantillonnage fait subir à la fréquence des diverses classes d'anomalies dont on totalise le contenu. Cette distorsion doit être contrôlée et corrigée, ce qui demande une étude structurale portant sur la forme, l'orientation, le caractère plus ou moins ordonné de la distribution des concentrations étudiées. Aucune étude sérieuse ne peut être réalisée si l'on ne s'appuie pas sur une étude structurale préalable. Des secteurs absolument équivalents du point de vue du bilan géochimique se présenteront éventuellement de façon différente si l'on se base sur les résultats d'un échantillonnage. Cela peut provenir de quelques différences de structure ou d'une implantation différente des profils d'observation par rapport aux directions tectoniques. On peut essayer de tourner la difficulté en utilisant certaines formes d'échantillonnage stratifié au hasard, mais elles s'adaptent souvent mal aux nécessités pratiques des études géochimiques.

CONCLUSION

La principale caractéristique du raisonnement géologique est de s'intéresser aussi bien à la structure des objets qu'il examine qu'à l'histoire qui les a constitués. Les formes qui se dégagent de l'analyse structurale ont, pour les géologues, d'autant plus de valeur qu'elles permettent de déceler l'influence d'un mécanisme génétique déterminé, et que la connaissance de ce mécanisme peut s'avérer riche de conséquence.

Il est bien difficile de séparer les problèmes de l'analyse structurale de ceux de la représentation graphique : l'analyse des structures géologiques se fait "sur la carte", et non sur le terrain ; elle délimite et caractérise les termes d'une représentation, et non les objets géologiques auxquels celle-ci se rapporte ; l'analyse structurale conduite sur la carte renseigne sur la construction de la carte, et seulement à travers cette construction, sur celle des objets représentés. On peut tirer deux conséquences de cette remarque. La première est qu'il faut maîtriser la construction des représentations graphiques si l'on veut établir, grâce à elles, des documents utiles aux géologues, c'est-à-dire des documents à travers lesquels transparaisse la genèse des objets qu'ils étudient. La deuxième conséquence est que, comme l'avait déjà remarqué Saint-Augustin, la représentation la plus satisfaisante est généralement celle dont la construction récapitule la genèse de l'objet représenté ; dans cette optique, comment tracer la limite entre les problèmes de simulation et les problèmes de représentation ?

Ces considérations montrent la modestie des objectifs que nous avons cherché à atteindre : mettre un peu d'ordre dans l'analyse des structures géologiques, en nous appuyant sur une meilleure formalisation des problèmes graphiques, et orienter cette analyse non pas dans le sens de la plus grande élégance mathématique, mais de façon à ce que ses résultats dévoilent le mieux possible la genèse des objets étudiés. Les résultats pratiques que nous avons obtenus ne sont pourtant pas à dédaigner : méthodes de prévision métallogénique applicables aux gîtes non affleurants, séparation des données statistiques pouvant réellement apporter des informations métallogéniques, formalisation des paramètres qui définissent la tactique d'observation et qui permettent de l'adapter à la structure de l'objet étudié, etc... Il est permis de penser qu'une étude envisageant les phénomènes d'un point de vue historique, en plus du point de vue structural auquel nous sommes limité ici, serait beaucoup plus riche d'applications pratiques.

ANNEXES

A.1. – RAPPELS DE MATHEMATIQUES

A.1.1. – LA TRANSFORMATION DE FOURIER

a) Définition

Soit une fonction $f(x)$ possédant dans l'intervalle $(-\infty, +\infty)$ un nombre fini de maximums, un nombre fini de discontinuités, et pas de discontinuité infinie. Supposons de plus que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| \cdot dx \quad \text{soit convergente.}$$

Une telle fonction possède une transformée de Fourier, que l'on notera $F(X)$, ou TF $[f(x)]$. La transformée de Fourier de $f(x)$ est une fonction de la variable "réciproque" X ; elle est définie par la relation suivante :

$$F(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{-2\pi i \cdot x \cdot X} \cdot dx. \quad (1)$$

Une "formule d'inversion", permet d'obtenir $f(x)$ quand on connaît $F(X)$:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(X) \cdot e^{2\pi i \cdot x \cdot X} \cdot dX. \quad (2)$$

On sait que $e^{2\pi i \cdot x \cdot X} = \cos(2\pi \cdot x \cdot X) + i \cdot \sin(2\pi \cdot x \cdot X)$. En se reportant à la formule (1), on constate que la transformée de Fourier d'une fonction $f(x)$ réelle est constituée par la somme de deux termes, l'un purement réel :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \cos(2\pi \cdot x \cdot X) \cdot dx,$$

l'autre imaginaire :

$$i \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \sin(2\pi \cdot x \cdot X) \cdot dx.$$

Si l'une des fonctions $f(x)$ ou $F(X)$ est réelle, la transformation est réciproque, et on peut parler du "couple de transformées de Fourier" constitué par $f(x)$ et $F(X)$: TF (TF($f(x)$)) = $f(x)$.

b) Séries de Fourier

Moyennant un certain nombre de réserves, essentiellement relatives à la régularité de la fonction considérée, une fonction périodique $f(x)$, de période a , peut se mettre sous la forme :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n \cdot e^{2\pi \cdot i \cdot n \cdot x/a} \quad (3)$$

On exprime ainsi $f(x)$ par une somme de termes sinusoidaux ; la fréquence correspondant à chaque terme est un multiple de la fréquence fondamentale $1/a$ par un nombre entier n , son amplitude et sa phase se déduisant du module et de l'argument du terme C_n . Les termes C_n sont des nombres complexes qui peuvent être calculés, pour chaque valeur de n , par l'intégrale suivante, qui porte sur une période de $f(x)$:

$$C_n = \frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_0+a} f(x) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot n \cdot x/a} \cdot dx \quad (4)$$

Le calcul des termes C_n constitue l'analyse harmonique de $f(x)$. Au contraire, l'expression de $f(x)$ par la formule (3) (à partir des résultats de l'analyse harmonique), réalise une synthèse de Fourier.

- Fonctions de plusieurs variables.

Soit par exemple une fonction de trois variables x_a, x_b, x_c qui sont les coordonnées suivant trois axes a, b, c d'un vecteur r ; la fonction $f(x_a, x_b, x_c)$ peut s'écrire $f(r)$. Sous certaines réserves essentiellement relatives à sa régularité, s'il s'agit d'une fonction triplement périodique dans un réseau construit sur les vecteurs a, b, c , elle peut s'exprimer par la triple somme suivante :

$$f(r) = f(x_a, x_b, x_c) = \sum_h \sum_k \sum_l C_{hkl} \cdot e^{2\pi \cdot i \cdot (h \cdot x_a/a + k \cdot x_b/b + l \cdot x_c/c)} \quad (5)$$

Les nombres, h, k, l , sont des entiers variant de $-\infty$ à $+\infty$. Les coefficients C_{hkl} se calculent comme pour les fonctions d'une seule variable ; si V_c représente le volume de la maille construite sur a, b, c :

$$C_{hkl} = \frac{1}{V_c} \int \int \int V_c f(r) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot (h \cdot x_a/a + k \cdot x_b/b + l \cdot x_c/c)} \cdot dv \quad (6)$$

- Phénomène de Gibbs.

La synthèse de Fourier réalisée à partir de termes C_{hkl} calculés comme on vient de le voir ne fournit qu'une expression approximative de la fonction que l'on étudie, lorsque celle-ci présente des discontinuités. Au voisinage d'une discontinuité, les valeurs calculées par synthèse de Fourier s'écartent de celles que prend, en réalité, la fonction considérée. Si l'on accroît le nombre de termes C_{hkl} que l'on utilise, les valeurs extrêmes de l'erreur que l'on commet ne varient pas, mais le domaine dans lequel elle est appréciable se resserre indéfiniment. Pour une suite périodique de créneaux, la figure 43 donne la représentation graphique du résultat de deux synthèses de Fourier, l'une réalisée à partir d'un petit nombre de termes, l'autre à partir d'un nombre de termes très élevé.

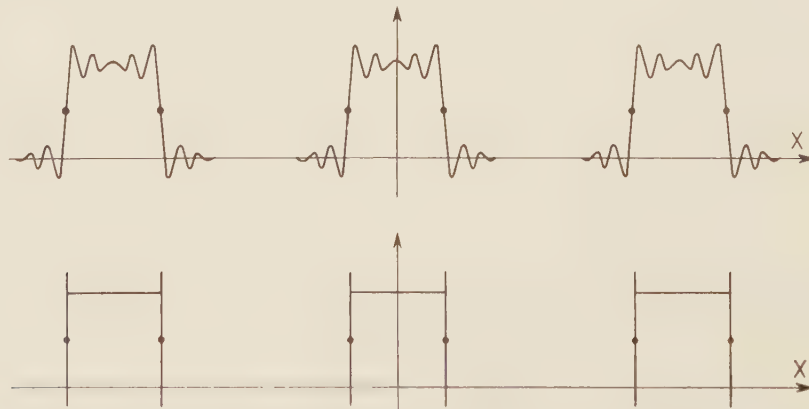


Figure 43 - Importance du phénomène de Gibbs selon le nombre d'harmoniques.

c) Analyse harmonique

L'analyse harmonique des variations d'une grandeur périodique consiste à calculer les termes de son développement en série de Fourier. Si l'on emploie le calcul automatique, on substitue une somme discrète à l'intégrale figurant dans la formule (4) ou dans la formule (6). Pour une fonction de trois variables x_a, x_b, x_c , on part de valeurs de la fonction étudiée échantillonnées en des points de coordonnées x_a^i, x_b^j, x_c^k . Ces points sont régulièrement espacés et constituent un réseau périodique caractérisé par une maille de volume ΔV_c . La position des points d'échantillonnage est déterminée par le découpage de la maille élémentaire de la fonction étudiée (de volume V_c) en éléments ΔV_c d'autant plus petits que l'on présume qu'il faudra tenir compte d'harmoniques de rang élevé. On estime chaque terme C_{hkl} par la triple somme :

$$C_{hkl} = \frac{1}{V_c} \sum_i \sum_j \sum_k f(x_a^i, x_b^j, x_c^k) \cdot e^{-2\pi i (h \cdot x_a^i/a + k \cdot x_b^j/b + l \cdot x_c^k/c)} \cdot \Delta V_c \quad (7)$$

que l'on calcule à l'intérieur d'une maille élémentaire.

En pratique, on vérifie la validité du résultat de l'analyse harmonique en réalisant une synthèse de Fourier à partir des termes C_{hkl} qui ont été calculés, et en s'assurant que l'on reconstitue bien ainsi les variations expérimentales dont on est parti. Lorsque celles-ci sont régulières, la série de Fourier se réduit en général à la somme d'un nombre limité de termes. On dispose ainsi d'un ensemble de paramètres numériques se prêtant au stockage de l'information, et contenant toutes celles que fournissent les données analysées, puisqu'on peut les reconstituer par synthèse de Fourier. La décomposition en séries de Fourier a une signification physique quand elle traduit la superposition, dans les données analysées, d'un nombre fini de composantes ayant une périodicité, spatiale ou temporelle, bien définie. Les électroniciens, qui sont à l'origine de la théorie de l'information, se trouvent dans cette situation. Il n'en est pas de même en géologie, où il serait imprudent d'opérer exactement comme le font les spécialistes des télécommunications. L'étude de la symétrie de répétition des phénomènes géologiques permet pourtant de montrer qu'il existe des cas dans lesquels l'analyse harmonique peut être d'un certain secours.

Dans le cas d'une grandeur non périodique observée dans un domaine limité, on peut opérer comme précédemment à condition d'imaginer une fonction périodique prenant des valeurs identiques à celles de la grandeur que l'on étudie dans le domaine où elle est définie. On peut imaginer plusieurs fonctions périodiques différentes, et par conséquent, plusieurs développements en séries de Fourier différents. La signification d'un développement en séries de Fourier réalisé de cette manière dépend donc de la façon dont on a opéré, des choix que l'on a effectués. Ces choix portent sur les points suivants :

- D'abord, on doit définir le domaine à l'intérieur duquel s'étendra le motif de la fonction périodique que l'on développera en série de Fourier. A priori, il suffit que ce domaine contienne le domaine de variation de la grandeur étudiée, et que sa forme soit telle que l'on puisse remplir l'espace en le répétant périodiquement. Les limites du motif peuvent être choisies à volonté, par exemple parallélépipédiques ou cubiques ; on peut faire varier sa taille. Mais si l'on a mis en évidence des unités structurales se répétant avec une certaine périodicité, on a tout intérêt à choisir un motif dont les dimensions sont des multiples des périodicités décelées.

- Les limites du motif étant fixées, on doit remplir le vide qui existe entre elles et le domaine de définition de la grandeur étudiée. On extrapole en essayant d'éviter, aux limites de ce domaine de définition et aux limites du motif, des discontinuités gênantes à cause du phénomène de Gibbs. Pour éviter de s'encombrer de termes imaginaires dans la série de Fourier, on choisit un motif centrosymétrique et l'on prend le centre de symétrie comme origine des coordonnées.

A.1.2. — *DEFAUT INSTRUMENTAL. REPONSE D'UN FILTRE LINEAIRE*

a) Produit de convolution. Produit de corrélation

Soient deux fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$ (x représente éventuellement un vecteur à 2, 3... n dimensions). Leur produit de convolution est une fonction de u que l'on note $\hat{f}(u)$ ou $f_1 * f_2$:

$$f_1 * f_2 \equiv \pi^+(u) \equiv \int f_1(x) \cdot f_2(u-x) \cdot dx. \quad (8)$$

Si l'on pose $x' = u - x$, on voit que les fonctions f_1 et f_2 jouent un rôle symétrique dans le produit de convolution $\pi^+(u)$:

$$\pi^+(u) \equiv \int f_1(u-x') \cdot f_2(x') \cdot dx'.$$

On peut également définir le produit de corrélation de f_1 et de f_2 , $\tilde{\pi}(u)$:

$$\tilde{\pi}(u) \equiv \int f_1(x) \cdot f_2(x-u) \cdot dx. \quad (9)$$

Si l'on pose $x' = x - u$, il vient : $\tilde{\pi}(u) \equiv \int f_1(x'+u) \cdot f_2(x') \cdot dx'$.

Quant aux deux expressions équivalentes $\int f_1(x) \cdot f_2(x+u) \cdot dx$

et $\int f_1(x-u) \cdot f_2(x) \cdot dx$,

on les obtient en changeant $+u$ en $-u$ dans l'expression de $\tilde{\pi}(u)$. Elles traduisent donc une fonction symétrique de $\tilde{\pi}(u)$ par rapport à l'origine :

$$\tilde{\pi}(-u) \equiv \int f_1(x-u) \cdot f_2(x) \cdot dx.$$

- Théorème de Parseval. La transformée de Fourier du produit de convolution est égale au produit des transformées de Fourier de f_1 et de f_2 :

$$TF(\pi^+(u)) = F_1(X) \cdot F_2(X) \quad (10)$$

- En changeant $+x$ en $-x$ dans l'expression (9) on étend le théorème au produit de corrélation :

$$TF(\tilde{\pi}(u)) = F_1(X) \cdot F_2(-X) = F_1(-X) \cdot F_2(X) \quad (11)$$

- Une suite de produits de convolution effectués successivement sur des fonctions $f_1, f_2, f_3, \dots, f_p$, présente les propriétés d'associativité et de commutativité qui s'attachent au produit des transformées de Fourier.

Si l'on ne considère que des produits de convolution :

$$TF(f_1 * f_2 * f_3 \dots \dots * f_p) = F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \dots F_p \quad (12)$$

et l'on voit que l'on peut associer et permuter les fonctions f_i comme on le désire.

- Le carré de corrélation. Soit $g(u)$ le carré de corrélation de la fonction $f(x)$:

$$g(u) \equiv \int f(x) \cdot f(x-u) \cdot dx. \quad (13)$$

Le carré de corrélation est aussi appelé "autocorrélation" de la fonction considérée.

- Lorsque $f(x)$ ne peut prendre que les valeurs 1 ou 0, le carré de corrélation exprime la probabilité de rencontrer des valeurs différentes de 0 aux deux extrémités d'un vecteur u dont l'extrémité coïncide avec celle du vecteur x . Cette probabilité s'entend pour tout l'espace de vecteurs x , mais l'usage de "fonctions limitantes" permet d'utiliser le carré de corrélation pour exprimer la probabilité relative à un domaine limité.

- $g(0)$ est égale à $\int f^2(x) \cdot dx$

- Le carré de corrélation est toujours symétrique par rapport à l'origine : on constatera en posant $x' = x - u$ que $g(u) = g(-u)$.

b) Propriétés des filtres linéaires

Toute opération permettant de passer d'une fonction $f(x)$ à une réponse $R(u)$ par un produit de convolution est équivalente à un filtre linéaire, de réponse impulsionnelle $a(x)$:

$$R(u) = \int a(u - x) \cdot f(x) \cdot dx.$$

Lorsque $f(x)$ décrit l'amplitude d'un phénomène vibratoire, $f(x)$ et $R(u)$ sont périodiques, et on peut les développer en séries de Fourier. L'énergie de chacune de leurs composantes sinusoïdales est égale au carré du module du terme correspondant à la fréquence considérée dans leur développement en séries de Fourier (dans leur "spectre de fréquences"). Si $g(X)$ représente le carré du module des valeurs de la transformée de Fourier de a , on passe du spectre de fréquences de f à celui de R en multipliant l'énergie de chaque fréquence de f par le terme $g(X)$ correspondant ; $g(X)$ représente le "gain énergétique" du filtre considéré pour la fréquence X . La notion de gain énergétique s'étend sans difficulté à l'étude des filtres bidimensionnels que l'on applique au traitement des données graphiques. Les fréquences à considérer sont alors des fréquences spatiales, et non plus temporelles. Un raisonnement basé sur le gain énergétique du filtre permet d'adapter la réponse impulsionnelle de la méthode employée aux caractères des structures que l'on veut mettre en évidence : le gain doit assurer une bonne amplification des fréquences intéressantes et une atténuation convenable des fréquences perturbatrices.

- Distorsion introduite par un filtre.

$R(u)$ n'est identique à la fonction $f(x)$ dont on est parti que si $TF(a) = 1$ quel que soit X . Cela revient à dire que a s'exprime par une fonction de Dirac. La réponse percutationnelle d'un filtre restituant une réponse égale au produit de $f(x)$ par une constante est aussi une fonction de Dirac. Tout filtre dont la réponse percutationnelle diffère d'une fonction de Dirac fournit une réponse qui diffère de $f(x)$, ou du produit de $f(x)$ par une constante. Le filtrage introduit alors une distorsion.

- Réponse impulsionnelle ou ("percutationnelle") d'une association de filtres.

Les règles qui suivent se déduisent des propriétés du produit de convolution :

- Filtrages successifs. Soit une réponse R_1 obtenue en appliquant un filtre de réponse percutationnelle a_1 à une fonction f ; faisons subir à R_1 un second filtrage a_2 , puis faisons subir au résultat un nouveau filtrage a_3 , etc... Les propriétés de commutativité et d'associativité du produit de convolution permettent d'établir que p filtrages successifs par des filtres de réponse percutationnelle $a_1, a_2, \dots, a_p$ se réduisent à l'action d'un filtre unique, de réponse percutationnelle $b \equiv a_1 * a_2 * \dots * a_p$:

$$R_p \equiv (a_1 * a_2 * a_3 * \dots * a_p) * f \text{ ou } R_p \equiv b * f \quad (14)$$

- Somme. Un filtre unique peut être obtenu par une association de filtres, de telle manière que sa réponse percutationnelle soit la somme de celles de ses constituants. Le cas se présente lorsqu'on détermine une concentration à partir d'un échantillon composite. Dans ce cas :

$$a(u - x) = \sum_{i=1}^n a_i(u - x) \text{ et } TF(a) = \sum_{i=1}^n TF(a_i)$$

- Produit. La réponse percutationnelle d'une association de filtres peut être aussi le produit de celles de ses constituants. Le cas se présente lorsqu'une dérive instrumentale ou une pondération, que l'on peut exprimer par une fonction $p(u)$, affecte une réponse percutationnelle $b(u - x)$; la réponse percutationnelle résultante, a , s'exprime alors par le produit $p \cdot b$; d'après le théorème de Parseval :

$$TF(a) = TF(p) * TF(b)$$

ce qui permet de calculer le gain énergétique du filtre résultant.

- Largeur de la réponse percutationnelle ; distorsion et résolution. Par analogie avec le cas où a s'exprime par une fonction d'une seule variable dont la courbe représentative est plus ou moins élargie, nous dirons que la distorsion introduite par un filtre varie avec la "largeur" de sa réponse percutationnelle. Dans les associations précédentes, la largeur de la réponse percutationnelle

résultante est en général plus importante que celle de ses constituants. Si la réponse percuti-
nelle est très étroite, $R(u)$ présente les mêmes maximums que $f(x)$, même si ces maximums
sont très rapprochés. Le filtre permet la "résolution" de structures très rapprochées. Au con-
traire, une réponse large caractérise une distorsion importante et s'accompagne d'une mauvaise
résolution ne permettant plus de distinguer des structures rapprochées, qui se fondent dans des
structures plus vastes. Comme cette opération fait disparaître les irrégularités de $f(x)$ elle four-
nit un bon "filtre de lissage".

- Les créneaux.

Soit une moyenne mobile $g(u)$ effectuée sur $f(x)$, dans un domaine δV de volume ΔV :

$$g(u) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\delta V} f(x).dx \text{ (u repère, par exemple, le barycentre de } \delta V)$$

Nous appellerons "créneau" toute fonction constante dans un certain domaine, nulle partout
ailleurs. Soit en particulier le créneau $a(u - x)$ prenant la valeur m pour tout vecteur x associé
à un point contenu dans δV , et une valeur nulle ailleurs ; on voit que :

$$g(u) = \frac{1}{m. \Delta V} \int a(u - x).f(x).dx = \frac{1}{m. \Delta V} . a * f. \quad (15)$$

Si l'on choisit m de façon à ce que $m. \Delta V = 1$, on voit que $g(u)$ est identique au produit de
convolution $a * f$. Une moyenne mobile se ramène donc au filtrage par un créneau. Les proprié-
tés des différents créneaux ainsi que celles de leur transformée de Fourier ont été étudiées par
les cristallographes. En effet, pour déterminer la figure de diffraction à l'infini d'un cristal li-
mité, il faut introduire des "fonctions limitantes", et les fonctions limitantes sont des créneaux.
On se reportera donc aux ouvrages de cristallographie cités dans la bibliographie si l'on désire
connaître les caractères des différents créneaux, en particulier leur gain énergétique.

A titre d'exemple, le calcul de la valeur moyenne d'une fonction d'une seule variable x dans
un intervalle $2.x_1$ se ramène à l'emploi d'un créneau dont la réponse percuti-
nelle $a(u - x)$ est égale à m lorsque $-x_1 < u - x < +x_1$, et s'annule partout ailleurs ; la transformée de Fourier de
 a est alors la fonction d'Airy $A(X)$:

$$A(X) = 2.m.x_1. \frac{\sin(2.\pi.x_1.X)}{2.\pi.x_1.X}. \quad (16)$$

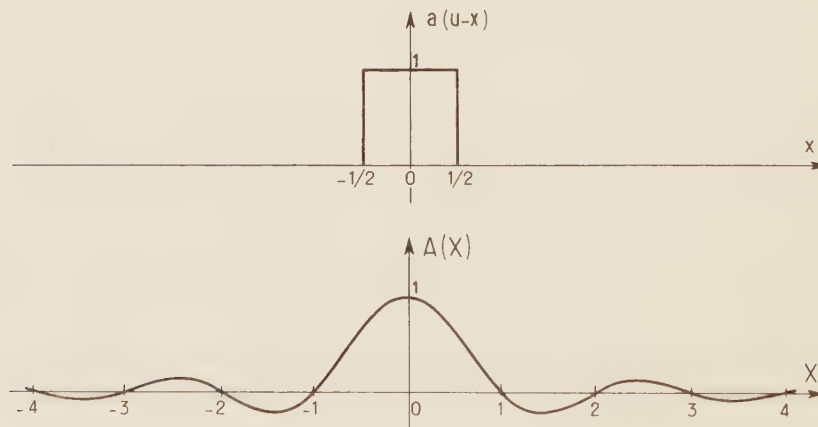


Figure 44 - Gain énergétique d'un créneau.

La fonction d'Airy présente un maximum $2.m.x_1$ pour $X = 0$ et des zéros périodiques pour
 $X = k/(2.x_1)$ (k entier : la périodicité des zéros est l'inverse de la largeur du créneau) (figure 44).

On notera que le gain énergétique du créneau de moyenne mobile présente des maximums à peu près périodiques. On risque donc de croire, à tort, que les fréquences qui leur correspondent étaient privilégiées dans l'objet étudié, alors qu'il s'agit seulement d'un effet d'amplification.

- Créneaux larges. Une réponse percutielle de largeur $2 \cdot x_1$ importante introduit une forte distorsion ; la moyenne mobile correspondante se comporte comme un filtre de lissage, dont la résolution laisse beaucoup à désirer. En effet, le maximum principal du gain énergétique s'étend dans une zone étroite, de largeur $1/(2 \cdot x_1)$, entourant l'origine des coordonnées réciproques. Le gain s'annule assez rapidement quand on s'éloigne de cette origine, après avoir oscillé un certain nombre de fois autour de la valeur zéro. On retrouve là les caractères d'un filtre "passe-bas" qui atténue bien plus les signaux brefs que les signaux de grande période. Si on l'applique à l'étude d'un profil de mesures, la moyenne mobile gomme les anomalies étroites, locales, qui dissimulent les faibles variations régionales en se superposant à elles. En éliminant l'influence des petites anomalies locales, le lissage fait ressortir de faibles anomalies régionales, qui pouvaient passer inaperçues.

- Créneaux étroits. Si $2 \cdot x_1$ devient très faible, le maximum principal du gain énergétique s'étend dans un vaste domaine entourant l'origine des coordonnées réciproques. En fait, on peut considérer que le gain énergétique reste constant si on envisage seulement des fréquences assez faibles ; la moyenne mobile utilisée se comporte donc comme un filtre passe-bande n'introduisant qu'une faible distorsion si on l'applique à des objets dont le spectre de fréquences se limite au domaine entourant l'origine des coordonnées réciproques dans lequel le gain énergétique reste pratiquement le même. Malheureusement, on ne peut utiliser un créneau étroit que dans le cas où la densité des mesures que l'on exploite est suffisante : déterminer une valeur moyenne dans un domaine étroit ne contenant que deux ou trois mesures n'aurait pas grande signification.

- Anisotropie du gain énergétique. Les créneaux polydimensionnels peuvent ne pas avoir les mêmes propriétés selon les diverses directions de l'espace. Par exemple, un rectangle allongé est un filtre passe-bas pour les structures dont l'axe est perpendiculaire à son allongement, passe-bande pour des structures perpendiculaires aux précédentes. Par contre, un créneau circulaire a des propriétés isotropes : il est selon le cas, passe-bas ou passe-bande, pour toutes les directions du plan. Le gain énergétique du filtre constitué par une carotte de sondage s'exprime par une fonction d'Airy selon son axe, modulée par une fonction de Bessel perpendiculairement à celui-ci ; il s'agit de deux modes de filtrage légèrement différents, un rectangle laissant passer à large égalité plus d'harmoniques de rang élevé qu'un créneau circulaire. Une carotte longue et fine n'en constitue pas moins un filtre passe-bas pour les structures qui sont parallèles à son axe.

c) La "fonction" de Dirac

Dans le cas particulier d'une réponse étroite, nous conserverons le terme impropre de "fonction" de Dirac, la continuité physique du phénomène représenté justifiant cette dénomination. Si la largeur du créneau tend vers 0, son aire restant égale à l'unité, sa transformée de Fourier (la fonction d'Airy), tend à devenir constante pour des valeurs de X variant de moins l'infini à plus l'infini. Un créneau de largeur nulle mais d'aire unitaire, se représente par une fonction de Dirac $\delta(x)$. Le lissage par un filtre dont la réponse percutielle est une fonction de Dirac restitue la fonction dont on est parti : $f(x) \equiv f(x) * \delta(x)$; l'égalité des deux membres découle de celle de leurs transformées de Fourier (réciproquement, la transformée de Fourier d'une constante n'est pas une fonction de Dirac : elle ne converge pas. La fonction de Dirac est la transformée de Fourier d'une fonction d'Airy très élargie). Les fonctions de Dirac sont pratiques pour exprimer les propriétés de réponses étroites devant les structures étudiées.

Si l'on veut généraliser la notion de fonction de Dirac à plusieurs dimensions, on doit en distinguer de différents types. Celles qui correspondent à un cercle ou à une sphère dont le rayon tend vers 0 ont des propriétés isotropes. Par contre, celles qui correspondent à un rectangle, à un parallélépipède ou à un cylindre dont les différentes dimensions sont des infiniment petits d'ordre différent, possèdent des propriétés anisotropes : une carotte infiniment longue et infiniment fine correspond à un gain énergétique uniforme pour le plan réciproque qui lui est perpendiculaire, nul ailleurs (la transformée de Fourier d'une droite homogène est un plan réciproque homogène qui lui est perpendiculaire, et réciproquement).

A.2. – UTILISATION DES ANALOGIES OPTIQUES

Le traitement par analogie optique est applicable à des négatifs photographiques. Si on les obtient en photographiant une carte, il va de soi que l'on doit prendre la précaution d'employer des marques intensives dont un cliché en noir et blanc ne trahit pas la valeur.

Le calcul numérique nécessite un échantillonnage des données, et cet échantillonnage peut être gênant. Au contraire, l'analogie optique fait intervenir toute l'information figurant sur le document que l'on traite. Elle est en général rapide, peu onéreuse, et comme on peut examiner ses résultats, qui sont immédiats, sur un dépoli, le traitement que l'on fait subir aux données peut être adapté à leur structuration par une action en retour.

Il existe des analogies fort simples. La courbe de réponse du papier utilisé lors d'un tirage photographique permet de substituer à chaque valeur de gris d'un négatif original une fonction de cette valeur, sur un tirage. En particulier, avec un papier dur et un temps de pose approprié, on substituera à la courbe d'égal grisé que l'on désire une coupure franche séparant un domaine noir et un domaine blanc ; la diffusion de la lumière à la limite des plages opaques, lors d'un tirage surexposé, permettra de réaliser la dilatation ou l'érosion des figurés. La superposition du résultat obtenu et du cliché original (ou la solarisation du négatif) permettra de représenter les limites des figurés par un liseré de largeur constante, et partant de là, de mesurer des longueurs de contour par photométrie. On dispose d'opérateurs d'addition (superpositions), de multiplication (réponse du papier), d'intégration (temps de pose sur différents grisés), etc.,.

Mais c'est surtout pour réaliser des transformations linéaires sur des fonctions de deux variables que l'on utilise l'analogie optique, en particulier pour calculer des transformées de Fourier et les produits de convolution. Les données que l'on veut traiter se présentent alors sous la forme d'un négatif photographique dont la transparence au point de coordonnées (x, y) est une représentation graphique de la fonction de (x, y) à laquelle on s'intéresse.

On obtient la transformée de Fourier d'une fonction $f(x, y)$ à partir du négatif qui la représente, en réalisant la figure de diffraction à l'infini d'un faisceau de lumière cohérente sur ce négatif (Dobrin). En substituant un laser aux sources ponctuelles utilisées jadis en cristallographie, on réduit considérablement les temps de pose nécessaires et l'on peut même observer directement le résultat sur un écran.

Le "filtrage" du négatif considéré par un filtre linéaire $a(\lambda, \rho)$ s'exprime par un produit de convolution, dont le résultat est une fonction $g(x, y)$:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - \lambda, y - \rho) \cdot a(\lambda, \rho) d\lambda \cdot d\rho.$$

Plusieurs analogies optiques (Hoseman et Bagchi) permettent de réaliser des produits de convolution à partir de négatifs dont la transparence représente $f(x, y)$ et $a(\lambda, \rho)$. Le résultat est en général enregistré sur un cliché dont le noircissement représente $g(x, y)$, mais on peut aussi l'observer sur un verre dépoli et modifier en conséquence les caractères du filtre que l'on applique au document traité. Nous allons décrire la plus simple.

Sur un diffuseur émettant en chacun de ses points, et dans toutes les directions, la même intensité lumineuse, plaçons un négatif de grandissement 1 dont la transparence représente l'opérateur $a(\lambda, \rho)$. Parallèlement au diffuseur, et à une distance d , plaçons un négatif représentant les variations de $f(x, y)$, mais avec un grandissement $1/2$, et en l'inversant de façon à ce que l'axe Ox , soit à l'opposé de l'axe $O\lambda$ et de même pour les axes Oy et $O\rho$ (figure 45). Le dépoli ou le film enregistrant le résultat seront situés à la distance $2d$ du diffuseur, parallèlement à celui-ci, et nous adopterons pour eux le même repérage que pour le négatif qui représente $f(x, y)$.

Sur la figure suivante, on a projeté le rayon lumineux ABA' sur le plan du diffuseur. Il provient d'un point A de coordonnées (λ, ρ) pour aboutir à un point A' de coordonnées (x, y) dans le repérage du résultat, c'est-à-dire de coordonnées $(-x, -y)$ dans le repère $(O\lambda, O\rho)$, dont nous allons nous servir. En vertu du théorème de Thalès, il coupe le négatif représentant $f(x, y)$ au point B , de coordonnées :

$$\lambda + \frac{-x - \lambda}{2}, \rho + \frac{-y - \rho}{2}, \text{ soit } \frac{\lambda - x}{2}, \frac{\rho - y}{2}$$

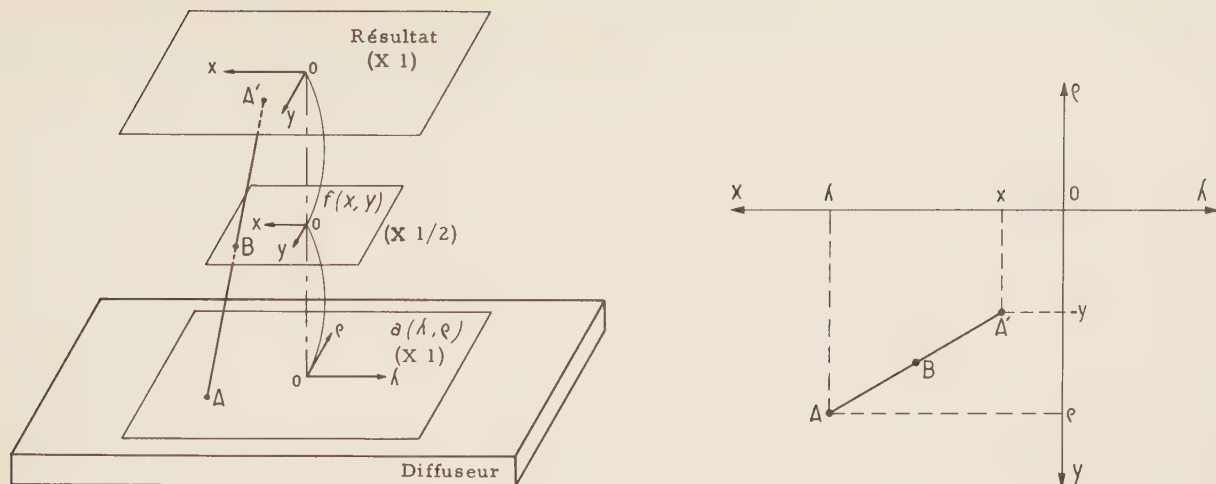


Figure 45 - Réalisation d'un produit de convolution par analogie optique.

puisque le repérage du négatif représentant $f(x, y)$ est inversé, cela correspond au point de coordonnées $\frac{x - \lambda}{2}$, $\frac{y - \rho}{2}$ sur ce négatif. Etant donné le grandissement $1/2$, on rencontre au point B la transparence $f(x - \lambda, y - \rho)$. L'intensité lumineuse dI qui parvient au point A' depuis une petite source $d\lambda \times d\rho$ entourant le point A est proportionnelle à l'aire de cette source et au produit des transparences rencontrées : $dI = k \cdot a(\lambda, \rho) \cdot f(x - \lambda, y - \rho) d\lambda \cdot d\rho$. Pour obtenir l'intensité totale qui parvient en A', il faut intégrer en λ, ρ pour tenir compte de toutes les sources lumineuses. On voit que cette intégration restitue bien les valeurs du produit de convolution :

$$g(x, y) : \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a(\lambda, \rho) \cdot f(x - \lambda, y - \rho) \cdot d\lambda \cdot d\rho, \text{ à la constante } k \text{ près.}$$

Avec des temps de pose pour lesquels on reste dans le domaine linéaire de la réponse du film, on obtient un cliché dont le noircissement représente les valeurs de $g(x, y)$.

L'appareil que nous venons de présenter n'a guère comme avantage que sa simplicité pédagogique. En pratique, il vaut mieux utiliser les appareils à lentilles (Hoseman) qui possèdent une meilleure résolution, qui sont plus lumineux et qui n'obligent pas à faire des clichés de grandissement différent. Dans tous les cas, on prend garde de bien inverser un des négatifs, sinon on obtient le produit de corrélation au lieu du produit de convolution. Si le résultat est enregistré sur papier, il faut faire les retournements nécessaires pour l'interpréter correctement.

Le fait de pouvoir appliquer un filtre linéaire à un document enrichit considérablement les possibilités des représentations graphiques. Certains filtres permettent d'obtenir de façon presque immédiate des résultats que l'on atteint péniblement par le calcul numérique des transformées de Fourier. On réalise facilement, par exemple, des filtres dont la transformée de Fourier reste constante à l'intérieur de certains domaines (qui se répètent d'ailleurs périodiquement) et s'annule partout ailleurs. Comme le produit de convolution correspond au produit des transformées de Fourier, les filtres dont il est question débarrassent un document de toutes les composantes graphiques dont la transformée de Fourier tombe dans le domaine où celle du filtre s'annule. On peut ainsi éliminer des périodicités structurales ou, au contraire, en sélectionner si on le désire. (Si l'on utilise le calcul digital, ce type de filtres se ramène à une moyenne mobile pondérée).

BIBLIOGRAPHIE

A) OUVRAGES CONSACRÉS A LA BIBLIOGRAPHIE DE LA GÉOLOGIE MATHÉMATIQUE ET DE L'INFORMATIQUE GÉOLOGIQUE

La principale source bibliographique est depuis 1968 :

GEOCOM BULLETIN - International Abstracts and current Information on mathematical Geoscience and Computer Technology. London, Lea Associates Ltd, in 4°, mensuel.

On trouvera également une bibliographie importante dans les ouvrages suivants :

Chambre syndicale de la recherche et de la production du pétrole et du gaz naturel. (1969) Méthodes modernes de traitement de l'information géologique sur ordinateur. Technip, Paris, 137 p.

Les ordinateurs en géologie pétrolière et dans les études de production (1968). - Colloques et séminaires de l'Institut Français du Pétrole. Technip, Paris, 254 p.

Symposium on operations Research and computer. (1969) Applications in the Mineral Industry. Quarterly of the Colorado School of Mines, 393 p., 64, n° 3, July.

HARBAUGH J.V. and MERRIAM D.F. (1968) - Computer applications in stratigraphic Analysis. John Wiley and Sons, New York.

JOHNSON M.M. and GOODIN E.V. (1963) - A partial bibliography of material appearing in oil industry and allied professional publications on computer and EDP applications from 1950-1962. Petroleum Information Corp., Denver, Colorado, 41 p.

KRUMBEIN W.C. and GRAYBILL F.A. (1965) - An introduction to statistical models in geology. Mc Graw-Hill, N.Y., 475 p.

MILLER R.L. and KAHN J.S. (1962) - Statistical analysis in the geological Sciences. John Wiley and Sons, New York, 483 p.

PETERS W.C. and SUMNER J.S. (1965) - Bibliography of computer uses in exploration, in short course and symposium on computers and computer applications in mining and exploration. Univ. Arizona, College of Mines, 2, pp. V-1-V-15.

SMITH F.G. (1966) - Geological data processing. Harper and Row, New York, 284 p.

VISTELIUS A.B. (1967) - Studies in Mathematical geology. Consultants Bureau, New York, 294 p.

WATSON G.S. (1968) - Orientation statistics in earth sciences. Actes of the European meeting on statistics, econometrics and management Sciences, Amsterdam.

WEISS A. (1969) - A Decade of Digital computing in the Mineral Industry. Edited by A. WEISS, Amer. Institute of Mining Metallurgical and Petroleum Engineers Inc., Port City Press Inc., Baltimore, Maryland, 952 p.

D'autre part, les organismes suivants éditent des programmes de calcul automatique utilisables pour des applications géologiques :

- University of Arizona. College of Mines.
- Kansas Geological Survey. The university of Kansas.
- Mc Master University. Dept. Geology.
- University of Michigan. Dept. Geography.
- University of Michigan. The Institute of Science and Technology.
- National Oceanography Data Center.
- Northwestern University, Depts. of Geography and Geology.

- Pennsylvania State University. Dept. Mineralogy and Geochemistry.
- Pomona College. Seaver Laboratory. Dept. Geology.
- University of Reading (England). Sedimentology Research Laboratory.
- U.S. Bureau of Mines.
- U.S. Geological Survey.
- U.S. Naval Oceanographic Office.
- University of Washington, Dept. Oceanography.

B) AUTEURS CITÉS DANS LE TEXTE

- ALLEGRE C. (1960) - Application de la théorie de l'information aux Sciences de la Terre. Choix des méthodes. C. R. Acad. Sci., Paris, 251, p. 3016.
- ALLEGRE C. (1961) - Contribution à l'application de la théorie de l'information à la stratigraphie. C. R. Acad. Sci., Paris, 252, p. 1356.
- ALLEGRE C. (1964) - De l'utilisation des paramètres informationnels en pétrographie. Conséquences pétrologiques. Bull. Soc. fr. Minéral. Cristallogr., 87, pp. 53-56.
- BARTHES R. (1964) - Eléments de sémiologie - dans le degré zéro de l'écriture. Editions du Seuil, Paris, pp. 79-176.
- BENZECRI M. (1967) - Leçons sur l'analyse factorielle et la reconnaissance de formes. Cours de 3e cycle à l'Institut de Statistique de l'Université de Paris.
- BERTIN J. (1967) - Sémiologie graphique. Mouton, Gauthier-Villars, Paris, La Haye, 431 p.
- BLANC-LAPIERRE A. et FORTET R. (1953) - Théorie des fonctions aléatoires. Masson, Paris.
- BORN M. and WOLF E. (1959) - Principles of optics. Pergamon Press, London.
- BRACEWELL R. (1965) - The Fourier transform and its applications. Mc Graw-Hill, New York, 381 p.
- BRILLOUIN L. (1959) - La science et la théorie de l'information. Masson, Paris, 302 p.
- CARLIER A. (1964) - Contribution aux méthodes d'estimation des gisements d'uranium. Thèse, Paris, 360 p.
- CHAILLOU D. (1967) - La série cristallophyllienne du socle oriental du Cézallier (Massif Central français). Etude géologique et structurale. Thèse, Université de Clermont, 218 p.
- COLLOQUES INTERNATIONAUX du C.N.R.S. (1963) - Le plan d'expérience. Editions du C.N.R.S., Paris, 288 p.
- COUFFIGNAL L. (1963) - La cybernétique. P.U.F., Paris, 124 p.
- CURIE P. (1884) - Sur les questions d'ordre : répétitions. Bull. Soc. Minéral. Fr., 7, pp. 89-111.
- CURIE P. (1884) - Sur la symétrie. Bull. Soc. Minéral. Fr., 7, pp. 418-457.
- CURIE P. (1894) - Sur la symétrie dans les propriétés physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique. J. Phys., Fr., 3, pp. 393-415.
- DARBY E.K. and DAVIES E.B. (1967) - The analysis and design of two-dimensional filters for two dimensional data. Geophys. prospect., Netherl., 15, n° 2, pp. 383-406.
- DEWEZE A. (1965) - Traitement de l'information linguistique. Dunod, Paris, 214 p.
- DOBRIN M.B. et al. (1965) - Velocity and frequency filtering of seismic data using laser light. Geophysics, U.S.A., 30, pp. 1144-1178.
- EHRSTROM C.E. (1968) - Réflexions sur l'entropie dans la pétrologie. C.R. Acad. Sci., Paris, 266, pp. 1695-1698.
- FONTANEL A., GRAU C., LAURENT J. et MONTADERT L. (1966) - Méthode d'étude et de dépouillement des photographies aériennes par diffraction de la lumière cohérente issue d'un laser. Actes du IIe symposium international de photo-interprétation. Technip, Paris.
- GLANGEAUD L. (1965) - Classification scalaire des Sciences de la matière et leurs méthodes. Rev. gén. Sci. pures appl., Fr., 62, n° 5-6, pp. 146-175.
- GUINIER A. (1956) - Théorie et technique de la radiocristallographie. Dunod, Paris, 736 p.
- HOSEMANN R. and BAGCHI S.N. (1962) - Direct Analysis of diffraction by matter. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 734 p.
- ISNARD P. et La ROCHE (de) H. (avec la participation de GOVINDARAJU K., MARCHAL P., MARCHAL M., VERNET M. pour les travaux analytiques). (1968) - De la composition chimique à la composition minéralogique des granites à deux micas. Traitement par le calcul automatique dans les études en grande série. Application au Massif de la Marche Orientale (Allier). Sci. de la Terre, Fr., 13, n° 1, pp. 79-97.
- ISNARD P. (1969) - Dimension des structures et maille d'échantillonnage dans les massifs granitiques. Un essai sur le Massif du Sidobre (Tarn). Sci. de la Terre, Fr. (à paraître).
- ISNARD P. et LEYMARIE P. (1964) - Observations sur le fil du granite dans les carrières du Sidobre (Tarn). Sci. de la Terre, Fr., 9, n° 4, pp. 421-437.
- JAKOBSON R. (1963) - Essais de linguistique générale. Ed. de Minuit, Paris, 262 p.
- JOLLEY J.L. (1968) - Le traitement des informations. Hachette, Paris, 251 p.
- JUNG W. (1965) - Zum subsalinaren Schollenbau in südöstlichen Harzvorland. Mitteinigen Gedanken zur Aquidistanz von Schwäche zonen. Geologie, 14, pp. 254-271.

- KAUFMANN A. et PRECIGOUT M. (1968) - Cours de mathématiques nouvelles pour le recyclage des ingénieurs et des cadres. Dunod, Paris, 486 p.
- KHOUDIANOV B.P. (1962) - Contrôle structuro-lithologique des minéralisations uranifères dans les filons carbonatés à pechblende. Trudy Instit. geol. rydnh. mestoroid., petro., mineral. et geokhim., 82, pp. 136-142.
- KONG-SOUEN-LONG - Consulter Ignace KOU-PAO-KOM (1953). Deux sophistes chinois, HOUEI CHE et KONG-SOUEN-LONG. P.U.F., Paris.
- KULBICKI G. et SOURISSE C. (1968) - Aspects actuels du traitement sur ordinateur des données géochimiques au C.R.P. Bulletin du C.R.P., S.N.P.A., 2, n° 1, pp. 191-212.
- KUTINA J.J., POKORNY J. and VESELA M. (1967) - Empirical prospecting net based on the regularity distribution of ore veins, with application to the Jihlava Mining district, Czechoslovakia. Econ. Geol., U.S.A. 62, pp. 380-405.
- LAFFITTE P. (1957) - Introduction à l'étude des roches métamorphiques et des gîtes métallifères. Masson, Paris, 343 p.
- LA ROCHE (de) H. et GRANDCLAUDE Ph. (1968) - Comité pour le stockage, la recherche documentaire et le traitement automatique des données géochimiques. Observations et données concernant les échantillons géochimiques. "Carnet opérationnel". C.R.P.G., Nancy, doc. ronéo.
- LEE U.W. (1967) - Statistical Theory of communication. John Wiley and Sons, New York, 509 p.
- LEYMARIE P. (1962) - Analogie existant entre l'étude des effets instrumentaux et l'interprétation des mesures géophysiques et géochimiques. Adaptation des méthodes de mesure et des codes de représentation aux structures étudiées. Exemples pratiques. Séminaire de la Schlucht, 25-29 sept., résumé-plan, 5 p. ronéotypées.
- LEYMARIE P. (1962) - Discussion de l'erreur commise sur l'évaluation de l'intensité d'une raie de diffraction de rayons X. Bull. Gr. fr. Argiles, 13, nouv. sér., n° 8, pp. 29-34.
- LEYMARIE P. (1965) - Mise en évidence du réseau textural d'une roche. C. R. Acad. Sci., Paris, 260, pp. 5833-5836.
- LEYMARIE P. (1968) - Sur la symétrie des textures. Rev. Industr. minér., Fr., Numéro spécial sur la fissuration des roches, pp. 68-73.
- LEYMARIE P. (1968) - Influence des facteurs structuraux sur les lois statistiques de distribution d'un élément. C.R. Symposium de l'A.I.G.C., édité par Pergamon Press, Oxford, extr. de "Origin and distribution of the elements", pp. 1083-1091.
- LEYMARIE P. (1968) - Une méthode permettant de mettre en évidence le caractère ordonné de la distribution de certains gîtes minéraux. Application aux gisements du Massif Central Français. Mineral. Deposita, 3, pp. 334-343.
- LEYMARIE P. et ABERDAM, D. (1964) - Méthode d'étude des désorientations de plans réticulaires dans un monocristal. Sci. de la Terre, Fr., 9, n° 4, pp. 381-390.
- LEYMARIE P., ABERDAM D., KERN R. et PIERROT M. (1964) - Etude cristallographique détaillée d'une orthose cryptoperthitique. C. R. Acad. Sci., Paris, 258, pp. 1268-71.
- LEYMARIE P., AVELINE M., BAUDRAN A., HABIB P. ISNARD P. et MORLIER P. (1964) - Résultats expérimentaux sur les relations entre la microfissuration et la vitesse de propagation des ultra-sons dans les granites du Sidobre (Tarn). Sci. de la Terre, Fr., 9, n° 4, pp. 439-448.
- LEYMARIE P. et GORAU J. (1964) - Application de la phosphorescence provoquée par les rayons X à des études pétrographiques. C.R. Acad. Sci., Paris, 259, pp. 4079-4081.
- LEYMARIE P., LA ROCHE (de) H. et GAUTHIER G. (1965) - Abondance, forme minéralogique et répartition de la silice dans quelques schistes ardoisiers. Extr. des Cahiers des Comités de Prévention du Bâtiment et des Trav. Publi., n° 1, pp. 17-22.
- LEYMARIE P., LHOTÉ F. et HETIER J.M. (1969) - Utilisation du diffractomètre de texture pour la détermination des orientations cristallines des roches microgrenues - Application à la texture de quelques laves du Massif Central. Bull. Soc. fr. Minéral. Cristallogr., 92, pp. 299-307.
- MARTINET A. (1960) - Eléments de linguistique générale. A. Colin, Paris, 224 p.
- MATHERON G. (1962) - Traité de géostatistique appliquée. Editions Technip, Paris, 1, 333 p.
- MATHERON G. (1963) - Traité de géostatistique appliquée. Mémoires du B.R.G.M. n°24, 2e partie, pp. 9-171.
- MATSCHINSKI M. (1968) - Sur une application de la théorie des réseaux polygonaux. Système des lacs du Canada et de la Bresse. C.R. Acad. Sci., Paris, 266, pp. 1353-1355.
- MAYO E.B. (1958) - Lineaments tectonics and some ore districts of the southwest (U.S.A.). Mining. Engin., U.S.A., 10, pp. 1169-1175.
- MOUNIN G. (1963) - Les problèmes théoriques de la traduction. Gallimard, Paris, 293 p.

- PATERSON M.S. and WEISS L.E. (1961) - Symmetry concepts in the structural Analysis of Deformed Rocks. *Geol. Soc. Amer. Bull.*, 72, pp. 841-882. *Cet article contient une importante bibliographie sur les notions de symétrie.*
- PERICHAUD J.J. (1967) - Les gisements métalliques de la Haute vallée de la Sianne. Diplôme d'Etudes Supérieures, Université de Clermont-Ferrand, 83 p.
- PIAGET J. et al. (1967) - Logique et connaissance scientifique. Gallimard, Paris, 1345 p.
- POULAIN P. (1965) - Eléments fondamentaux du traitement de l'information. Dunod, Paris.
- ROBERTSON J.M. (1943) - Interpretation of Patterson Diagrams. *Nature*, 152, pp. 411-412.
- ROUBAULT M. et SADLAN G. (1958) - Application des méthodes électrocomptables à la recherche bibliographique des sciences géologiques. *Sci. de la Terre*, Fr., 5, n° 1, pp. 5-12.
- SABATE P. (1968) - Etude pétrographique et structurale du socle cristallophyllien entre l'Allagnon et l'Allier (Massif Central Français). Thèse de 3e cycle, Université de Clermont-Ferrand.
- SCHWARTZ L. (1965) - Méthodes mathématiques pour les sciences physiques. Herman, Paris, 392 p.
- SERRA J. (1967) - Echantillonnage et estimation locale des phénomènes de transition miniers. Thèse, Faculté des Sciences de Nancy.
- SIMON B. et KERN R. (1962) - Etude comparative des défauts instrumentaux dans trois types de diffractomètres à rayons X (méthode des poudres). *Bull. Soc. fr. Minéral. Cristallogr.*, 85, pp. 394-406.
- SOKAL R.R. and SNEATH P.H.A. (1963) - Principles of numerical taxonomy. W.H. Freeman and Co., San Francisco, 359 p.
- SONDER R.A. (1956) - Mechanik der Erde. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 291 p.
- TURNER F. J. and WEISS L.E. (1963) - Structural analysis of metamorphic tectonites. Mc Graw-Hill, New York, 546 p.
- TRILLAT J.J. (1942) - Une nouvelle méthode d'examen des structures superficielles ; radiographies et micro-radiographies par réflexion. *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 214, pp. 164-166.
- VISTELIUS A.B. (1966) - Structural Diagrams. Pergamon Press, Oxford, 178 p.
- WUSTER E. (1959) - La normalisation du langage technique. Problème et état actuel. *Rev. Documentation* 26, n° 2, pp. 4-3-4-9.
- ZORILESCO D. (1968) - La représentation mathématique des phénomènes géologiques. *Ann. Mines*, Fr., n° 9, pp. 29-34.

TABLE DES FIGURES

	Pages
Figure 1 - L'arbre de l'analyse chimique	23
" 2 - Schéma de la chaîne d'observation	29
" 3 - Stratification des unités d'information d'une carte.....	35
" 4 - Les notions fondamentales de la sémiologie.....	46
" 5 - Méthode des scalogrammes (fichier image).....	55
" 6 - L'effet stroboscopique dans le domaine des textures.....	62
" 7 - La signification cartographique.....	63
" 8 - Quelques types de multivoques cartographiques.....	65
" 9 - Réponses impulsionnelles homogènes et linéaires.....	78
" 10 - Réponse bidimensionnelle d'un système optique.....	79
" 11 - Réponse tridimensionnelle d'une analyse géochimique.....	80
" 12 - Deux exemples d'interprétation géologique par déconvolution.....	85
" 13 - Orientation des sections polies utilisées pour étudier une texture.....	97
" 14 - Influence des gros cristaux sur l'autocorrélation de la texture.....	98
" 15 - Signification du carré de corrélation selon le nombre d'objets et le type de texture.....	100
" 16 - Texture du granite du Sidobre et son autocorrélation.....	102
" 17 - Disposition des feldspaths dans le même granite.....	102
" 18 - Visualisation des variations de concentration minéralogique dans une section plane de grande surface.....	102
" 19 et 20 - Modèles obtenus par déconvolution pour la densité de probabilité de la concentration des éléments majeurs, dans le granite du Sidobre.....	111 - 112
" 21 - Lissage de nuages de points représentatifs des corrélations entre éléments majeurs.....	113
" 22 - L'illusion de Müller-Lyer.....	114
" 23 - Distorsion des fréquences observées avec une graduation périodique.....	115
" 24 - Distorsion des fréquences observées avec une graduation non périodique....	116
" 25 - Autocorrélation d'une série de nombres choisis "au hasard".....	116
" 26 et 27 - Le levé radiométrique étudié et sa visualisation.....	128
" 28 - Lissage optique de la visualisation précédente.....	128
" 29 - Moyenne mobile de la radioactivité mesurée.....	129
" 30 - Anomalie radiométrique résiduelle.....	129
" 31 - Un exemple de levé des anomalies métriques.....	132

	Pages
Figure 32 - Représentation géométrique des anomalies métriques.....	132
" 33 - Ajustements statistiques par le test de la droite de Henry.....	134
" 34 - Autocorrélation des perturbations.....	135
" 35 - Lissage optique des rangées de l'autocorrélation.....	137
" 36 - Contre-épreuve réalisée avec la même fente, mal orientée.....	137
" 37 - Carte d'anomalies radiométriques et son autocorrélation.....	139
" 38 - Carte des gisements du district de Brioude-Massiac et son autocorrélation.	141
" 39 - Report des rangées sur la carte des gisements.....	141
" 40 - Carte des indices du district de Brioude-Massiac et son autocorrélation....	143
" 41 - Report des rangées sur la carte d'indices.....	143
" 42 - Etude de l'adaptation de la maille à la forme des objets, par analogie optique.	145
" 43 - Importance du phénomène de Gibbs selon le nombre d'harmoniques.....	150
" 44 - Gain énergétique d'un créneau.....	154
" 45 - Réalisation d'un produit de convolution par analogie optique.....	157

TABLE DES MATIERES

	Pages
AVANT-PROPOS..... 7	13
RESUMES..... 9	
INTRODUCTION.....	
<u>1 - L'INFORMATION ET SA REPRESENTATION</u>	
1.1. - DEFINITION ET MESURE DE L'INFORMATION	
Résumé du chapitre 1.1.....	17
1.1.1. - Le mécanisme de l'information.....	20
1.1.1.1. - Les phases du mécanisme.....	20
1.1.1.2. - Systèmes d'opérations et systèmes de représentations.....	20
1.1.2. - Les informations.....	22
1.1.2.1. - Information et incertitude.....	22
1.1.2.2. - Les informations et les messages.....	23
1.1.3. - Notions de théorie de l'information.....	25
1.1.3.1. - Une mesure de l'incertitude : l'entropie.....	25
1.1.3.2. - La mesure de l'information.....	26
1.1.4. - Problèmes particuliers à l'observation géologique.....	28
1.1.4.1. - La succession des messages en géochimie. Un exemple de chaîne d'observation.....	28
1.1.4.2. - Structure de la chaîne d'observation.....	30
1.1.4.3. - Deux types d'incertitude relatifs à une unité d'information bien définie.....	32
1.1.4.4. - Définition des probabilités.....	34
1.1.5. - La carte géochimique.....	35
1.1.5.1. - Dispersion des concentrations mesurables en un même point.....	35
1.1.5.2. - Réduction et généralisation de l'information.....	38
1.1.5.3. - Conservation de la quantité d'information.....	40
1.1.5.4. - Structure de la carte géochimique ; stratification de ses unités d'information.....	41

	Pages
1.2. - REPRESENTATION DES INFORMATIONS VISUALISATION DES INFORMATIONS GEOLOGIQUES	
Résumé du chapitre 1.2.....	43
1.2.1. - Eléments de sémiologie.....	45
1.2.1.1. - Vocabulaire de la sémiologie.....	45
1.2.1.2. - Forme et contenu de l'information.....	47
a) La forme de l'information.....	47
b) Le contenu de l'information	48
1.2.1.3. - Structuration du champ d'information.....	51
a) Des objets, des propriétés, des questions.....	51
b) Le découpage des objets et des propriétés.....	52
c) Mise en ordre du champ d'information.....	53
1.2.2. - Le système graphique de représentation.....	56
1.2.2.1. - Les documents topographiques.....	56
a) Limites de la sémiologie graphique.....	56
b) Constitution des documents. Documents représentatifs et cartes de travail.....	56
1.2.2.2. - La signification topographique, en extension et en intensité.....	58
a) Le signifié topographique.....	58
b) Le signifiant graphique.....	59
c) La signification, l'expressivité du document et la perte d'infor- mation.....	59
d) La structure des composantes graphiques.....	60
1.2.2.3. - La lecture des documents graphiques.....	61
a) Notion sémiologique d'image.....	61
b) Mécanisme de la lecture graphique.....	61
c) Valeur de la réponse apportée par la carte.....	63
d) Réduction physique des multivoques.....	66
e) Conventions destinées à réduire les multivoques.....	66
1.2.3. - Vers un software de visualisation utilisable en géologie.....	67
1.2.3.1. - Quelle formalisation adopter.....	67
1.2.3.2. - Simplifications imposées par la représentation de l'information géo- logique.....	67
a) Réduction par adaptation du réseau de repérage (relativité géo- logique).....	68
b) Réductions comportant une part d'approximation.....	69

2 - STRUCTURE ET QUALITE DES DONNEES GEOLOGIQUES

Résumé du chapitre 2.....	73
---------------------------	----

2.1. - INTERPRETATION ET QUALITE DES DONNEES	Pages
2.1.1. - Représentation mathématique de l'interprétation géophysique ou géochimique....	75
2.1.1.1. - Pourquoi et comment donner une formulation mathématique des transformations d'information.....	75
2.1.1.2. - Problème des artefacts.....	76
2.1.2. - Un exemple de transformations que l'on sait compenser : les réponses instrumentales homogènes et linéaires.....	77
2.1.2.1. - Formulation mathématique du défaut instrumental.....	77
a) Messages s'étendant dans un espace unidimensionnel.....	77
b) Messages polydimensionnels.....	79
c) Densités de probabilité.....	81
2.1.2.2. - Compensation du défaut instrumental.....	82
2.1.2.3. - Sémantique du produit de convolution.....	85
2.2. - STRUCTURE DES DONNEES GEOLOGIQUES	
2.2.1. - Suppôt effectif d'une observation.....	86
2.2.2. - Définition et articulation des échelles d'observation et de représentation.....	86
2.3. - COMMENT MODIFIER LA STRUCTURE DES INFORMATIONS ADAPTATION ET CONTROLE DE LEUR QUALITE	
2.3.1. - Paramètres de l'observation.....	88
2.3.1.1. - Attitude du dispositif d'observation.....	88
a) Variabilité des suppôts effectifs correspondant à "une même" observation.....	88
b) Problème de la maille d'observation.....	88
2.3.1.2. - Réaction du dispositif d'observation.....	89
a) Dispersions.....	89
b) Distorsions.....	89
2.3.2. - Problèmes de qualité liés au traitement automatique de l'information.....	90
2.3.2.1. - Passage de la qualité élémentaire à la qualité globale.....	90
2.3.2.2. - Données classiques et données adaptées à l'usage de l'informatique	91
3 - APPLICATION A LA CARTE GEOCHIMIQUE	
3.1. - VARIABILITE DE LA CONCENTRATION GEOCHIMIQUE	
Résumé du chapitre 3.1.....	93
3.1.1. - Structure de l'objet.....	94
3.1.1.1. - Visualisation et représentation mathématique des textures.....	94
3.1.1.2. - Structuration des textures.....	95
a) Analogie avec les problèmes cristallographiques; utilisation du carré de corrélation.....	95

	Pages
b) Interprétation du carré de corrélation et structuration de la texture.....	98
c) Analyse d'un exemple.....	99
d) Critique de la méthode.....	100
3.1.1.3. - Conséquences de la symétrie de position.....	101
3.1.1.4. - Quelques mécanismes génétiques pouvant aboutir à une symétrie de répétition.....	103
3.1.2. - L'opération qui définit la concentration mésoscopique.....	103
3.1.2.1. - Représentation de l'opérande.....	103
3.1.2.2. - L'opérateur.....	104
3.1.2.3. - Résultat de l'opération et sa structure.....	105
3.1.3. - Facteurs dispersifs affectant la concentration.....	106
3.1.3.1. - Facteurs dispersifs d'origine structurale.....	106
3.1.3.2. - Facteurs dispersifs instrumentaux.....	107
a) Application des considérations générales précédentes.....	107
b) Facteurs particuliers aux études géochimiques.....	109
3.1.3.3. - Facteurs dispersifs humains. L'équation personnelle.....	113
a) Généralités.....	113
b) Mesures par interpolation.....	114
c) Quelques conséquences.....	118
3.2. - PREDICTION DE LA CONCENTRATION STRUCTURATION DE LA CARTE GEOCHIMIQUE APPLICATION A LA PREVISION METALLOGENIQUE	
Résumé du chapitre 3.2.....	118
3.2.1. - Rôle de l'analyse des structures.....	120
3.2.1.1. - Prévision structurale, prévision génétique.....	120
3.2.1.2. - Composantes d'une représentation.....	121
a) Composantes géométriques.....	121
b) Une composante statistique, la perturbation.....	122
c) Relativité de la séparation des deux composantes.....	123
3.2.1.3. - Quelques raisons de s'intéresser à la perturbation.....	123
a) Possibilité de définir des indices statistiques en métallogénie... ..	123
b) Limitation de la qualité des observations.....	124
c) Analyse de la perturbation et emploi de la théorie de l'information.....	124
d) Y a-t-il un mythe de la loi lognormale en géochimie?.....	125
3.2.2. - Analyse des composantes des représentations géochimiques. L'exemple des levés radiométriques.....	125
3.2.2.1. - Comment déterminer les conditions de travail.....	125
a) Maille d'observation et maille de représentation.....	125
b) Une approche progressive de la représentation la plus satisfaisante.....	126

	Pages
3.2.2.2. - Représentation géométrique des anomalies et calcul des perturbations	127
a) Démarche suivie.....	129
b) Résultats.....	130
c) Critique des résultats.....	130
3.2.2.3. - Etude des perturbations.....	131
a) Structure de la perturbation.....	131
b) Caractères statistiques des perturbations.....	133
3.2.2.4. - Conclusions.....	136
3.2.3. - Disposition des anomalies géochimiques et des gîtes minéraux.....	136
3.2.3.1. - Utilisation de l'autocorrélation.....	136
a) Principe.....	136
b) Lisibilité des documents.....	137
c) Présentation des résultats.....	137
d) Critique des résultats.....	138
3.2.3.2. - Etude de cas.....	139
a) Disposition des anomalies radiométriques relevées lors d'une prospection.....	141
b) Distribution des gisements du district de Brioude-Massiac.....	141
c) Indices métallogéniques du district de Brioude-Massiac.....	142
3.2.3.3. - Application à la prospection.....	144
a) Evaluation de l'intérêt des anomalies. Concentration tactique des moyens de reconnaissance géologique.....	144
b) Retour sur le problème de la maille. Pourcentage de détection des diverses classes d'anomalies.....	145
CONCLUSION.....	147
ANNEXES.....	149
A. 1. - Rappels de mathématiques.....	149
A. 1.1. - La transformation de Fourier.....	149
A. 1.2. - Défaut instrumental. Réponse d'un filtre linéaire.....	151
A. 2. - Utilisation des analogies optiques.....	156
BIBLIOGRAPHIE.....	159
TABLE DES FIGURES.....	163

Vu, Approuvé et Permis d'imprimer

Nancy, le 8 décembre 1969

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. AUBRY

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN

Publications scientifiques et littéraires

TYP0 - OFFSET

05 - GAP - Téléphone 14-23 14-24

Dépôt légal 53 - 1971

